This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLII.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ZWEITER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1874.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTZWEIUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDACHTUNDZWANZIGSTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1874.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

111597

Princeton Theological Seminary Library

Inhalt

des Bandes CLI der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Seite

I. Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath (Fortsetzung XIII) 1

75. Ein neuer Beitrag zur Kenntnifs der Krystallisation und der Zwillingsbildungen des Tridymits S. 1. — 76. Ein Kalkspathzwilling vom Oberen See aus der Sammlung zu Schlofs Schaumburg S. 17. — 77. Merkwürdige Verwachsungen von Rutil und Eisenglanz S. 21. — 78. Merkwürdige Krystalle von künstlichem gediegen Kupfer S. 24. — 79. Hypersthen vom Mont Dore in der Auvergne, entdeckt von Des Cloizeaux S. 27. — 80. Der Foresit, ein neues Mineral aus der Zeolithfamilie auf Granitgängen der Insel Elba S. 31. — Anmerkungen: 1. Andesine aus Trachyte des Hochlandes von Ecuador S. 39. — 2. Krystallform des Cordierits von Laach S. 40. — 3. Gelber Augit vom Vesuv S. 41.

II. Ueber directe und indirecte Bestimmung der Pole an Magneten; von Th. Petruschewski 42

III. Ein einfaches Gesetz für die Entwicklung und Gruppirung der Krystallzonen; von G. Junghann 68

Seite

IV. Ueber den Widerstand der Luft gegen Planscheiben, die in normaler Richtung gegen ihre Ebene bewegt werden; von G. Hagen 95

V. Ueber ein aus der Hamilton'schen Theorie der Bewegung hervorgehendes mechanisches Princip; von J. J. Müller . 105

VI. Ueber die bisherigen und einen neuen Thermostaten; von H. Laspeyres 132

VII. Ueber die Krystallform und die Modificationen des Selens; von C. Rammelsberg 151

VIII. Ueber die Umgestaltung des Vibroskops in ein Tonometer und über dessen Anwendung zur Bestimmung der absoluten Anzahl von Schwingungen; von A. Terquem 158

IX. Ueber einen einfachen Apparat zur Erzeugung von Ozon durch Elektricität von hoher Spannung; von W. Wright . . . 162

X. Spectroskop mit fluorescirendem Ocular; von J. L. Soret . 167

XI. Umwandlung des gewöhnlichen Phosphors in amorphen durch Einwirkung der Elektricität; von Geifsler 171

XII. Blitzspectra; von Th. Hoh 173

XIII. Photographirte Diffractionsgitter 175

(*Geschlossen am* 19. *Juni* 1874.)

Zweites Stück.

I. Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper; von G. Lundquist 177

II. Ueber das Medium bei der elektrischen Influenz; von H. Brongersma 200

III. Mittheilungen aus dem mineralogischen Institut der Universität Strafsburg 249

1. Ueber die Krystallform und die thermo-elektrischen Eigenschaften des Speiskobalts; von P. Groth . . 249

Seite

2. Ueber die chemische Zusammensetzung des Leadhillits; von C. Hintze 256
3. Krystallographische Untersuchungen über Verbindungen von Aldehyden mit aromatischen Kohlenwasserstoffen; von Demselben 265
4. Ueber eine Zwillingsverwachsung des Willemits; von A. Arzruni 281
5. Optische Untersuchung des Terpentinölhydrates; von Demselben 282
6. Krystallographische und optische Untersuchung einiger harnstoffartiger Körper; von Demselben 284
7. Ueber zwei isomorphe Benzolderivate; von Demselben 286

IV. Ueber den Aggregatzustand der Sonnenflecke; von F. Zöllner 291
V. Ueber das Ozon; von Th. Andrews 311
VI. Studien über erdmagnetische Messungen; von C. Braun . 331
VII. Ueber die Polarisation des Zodiakallichtes; von A. W. Wright 353
VIII. Ueber die Diffusion zwischen trockner und feuchter Luft; von E. Reusch 365
IX. Berichtigung in Betreff einer Notiz über Isothermen in Krystallen; von W. C. Röntgen 367
X. Messung der Lichtgeschwindigkeit; von Burgue 367
XI. Diffractionsgitter für Spektroskope 368

(*Geschlossen am* 26. *Juli* 1874.)

Drittes Stück.

I. Die Elasticität von Kalkspathstäbchen; von G. Baumgarten 369
II. Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper; von G. Lundquist (Fortsetzung) 398
III. Studien über erd-magnetische Messungen; von C. Braun (Fortsetzung) 413

Seite

IV. Die Thermo-Elektricität; von P. C. Tait 427

V. Ueber die Bestimmung der absoluten Schwingungszahl eines Tones und die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Amplitude; von Fr. Poske 448

VI. Notiz über das Verhalten des Halb-Schwefelkupfers gegen eine Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd; von R. Schneider 471

VII. Bemerkungen zu den meteorologischen Notizen des Hrn. Budde; von R. Clausius 474

VIII. Ueber Thalbildung durch Gletscher; von A. Müller . . . 476

IX. Die Rollsteinrücken; von Demselben 482

X. Ueber die Darstellung von Magneten auf elektrolytischem Wege; von W. Beetz 484

XI. Welche Strahlen des Lichtes zerlegen bei Sauerstoffzutritt das Chlorophyll? von J. Wiesner 496

XII. Ueber ein einfaches Ocularspektroskop für Sterne; von E. Zöllner 503

XIII. Ueber die Anzahl der Bilder bei zwei gegen einander geneigten Planspiegel; von H. Klein 506

XIV. Bemerkung zur Elektromaschine 512

(*Geschlossen am* 26. *September* 1874.)

Viertes Stück.

I. Ueber die Intensität der wahrgenommenen Schwingungen bei Bewegung der Schwingungsquelle und des Beobachters; von Baron Roland Eötvös 513

II. Einige experimentelle Untersuchungen über elektrische Schwingungen; von N. Schiller 535

III. Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper; von G. Lundquist (Schluſs) 565

Seite

IV. Studien über erd-magnetische Messungen; von C. Braun . 596

V. Die Magnetisirungsfunction einer Kugel aus weichem Eisen; von C. Fromme 627

VI. Apparat zur Demonstration der Eigenschaften von Dämpfen; von L. Bleekrode 634

VII. Ueber Glycerin-Krystalle; von V. v. Lang 637

VIII Wirkungen eines Blitzschlages am Martins-Kirchthurm in Basel; von E. Hagenbach 639

IX. Erwiderung auf die von Hrn. Herweg gemachte Bemerkung zu dem Aufsatze: „Ueber die Natur der Elektricität"; von E. Edlund 643

X. Ueber das Drehvermögen der unterschwefelsauren Salze; von Bichat 644

(*Geschlossen am* 26. *September* 1874.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. — G. vom Rath S. 41.

Taf. II. — Petruschewski, Fig. 1 bis 4, S. 54.

Taf. III. — Petruschewski, Fig. 1 u. 2, S. 45; Fig. 3, S. 47; Fig. 4 u. 5, S. 50; Fig. 6, S. 51; Fig. 7, S. 52; Fig. 8, S. 53; Fig. 9, S. 56; Fig. 10 u. 11, S. 61; Fig. 12, S. 65. — Laspeyres Fig. 13, S. 142; Fig. 14, S. 146.

Taf. IV. — Junghann, Fig. 1 u. 2, S. 80; Fig. 3, 4 u. 5, S. 82 und 92; Fig. 6, S. 93. — Brongersma, Fig. 7, S. 218; Fig. 8, S. 202.

Taf. V. — Groth, Fig. 1, S. 254; Fig. 2, S. 266; Fig. 3 u. 4, S. 267; Fig. 5, S. 268; Fig. 6 bis 9, S. 269; Fig. 10, S. 271; Fig. 11, S. 272; Fig. 12, S. 274; Fig. 13, S. 275; Fig. 14, S. 277; Fig. 15, S. 278; Fig. 16 u. 17, S. 284; Fig. 18, S. 285; Fig. 19 u. 20, S. 286. — Andrews, Fig. 21, S. 314; Fig. 22, S. 318; Fig. 23, S. 319; Fig. 24, S. 320; Fig. 25, S. 326.

Taf. VI *a* u. *b* (fälschlich als Taf. V *a* u. *b* bezeichnet). — Baumgarten, Fig. 1 bis 4, S. 377.

Taf. VII. — Schiller, Fig. 1, S. 539; Fig. 2, S. 551; Fig. 3, S. 539; Fig. 4, S. 540. — Bleekrode, Fig. 5 u. 6, S. 635.

Berichtigungen.

Zum Jubelband.

Im Aufsatz von A. de la Rive und E. Sarasin mufs S. 473 Z. 8 v. u. der Satz: Benutzten wir usw. so heifsen: Benutzten wir bei den Versuchen die grofse Glocke, so erhielten wir gar keine Vergröfserung der Intensität, eine kleine oder eine grofse, je nachdem wir als negative Elektrode eine grofse Kugel, eine kleinere Kugel oder eine Spitze benutzten. — [In der französischen Uebersetzung dieses Aufsatzes, in den *Archives d. Sciences de la Biblioth. univ. Mai* 1874 ist diese Berichtigung noch ausführlicher gegeben.]

Im Aufsatz von J. J. Müller, Bd. 145.

S. 122 mufs die Formel in der Anmerkung heifsen:

$$n = \frac{\frac{2h}{\lambda}\sin^2\frac{i}{2}}{\frac{2h}{\lambda}\sin^2\frac{i}{2} - q}$$

Im Aufsatz von O. E. Meyer, Bd. 151.

S. 110 Z. 27 statt: 77 lies: 78
S. 113 Z. 8 statt: X lies: X_x

Im Aufsatz von W. Veltmann, Bd. 151.

S. 514 Z. 3 v. o. statt: stets lies: selbst
S. 514 Z. 17 v. o. statt: Scheibenfläche lies: Scheibe
S. 514 Z. 17 v. o. statt: werde lies: wird
S. 514 Z. 13 v. u. statt: dieselbe lies: dieselben
S. 515 Z. 13 v. u. statt: so lies: statt so
S. 515 Z. 15 v. u. statt: dieselbe lies: dieselben
S. 515 Z. 5 v. u. statt: die lies: der
S. 516 Z. 14 v. o. statt: entgegengesetzte lies: entgegengesetzt
S. 517 Z. 16 v. u. statt: der lies: die
S. 519 Z. 10 v. o. statt: — lies: +
S. 520 Z. 7 v. o. statt: Elektricitätsmenge lies: Elektricitätsmengen
S. 520 Z. 7 v. o. statt: derselben lies: dieselben
S. 521 Z. 1 v. u. statt: g lies: q
S. 522 Z. 1 v. o. statt: g lies: q
S. 522 Z. 4 v. o. statt: p lies: P
S. 524 Z. 2 v. u. statt: H lies: K
S. 525 Z. 1, 3 u. 5 v. o. statt: H lies: K
S. 526 Z. 18 v. u. statt: A lies: Q
S. 530 Z. 3 v. u. statt: von der lies: der
S. 530 Z. 3 v. u. statt: Conducten lies: Conductoren
S. 530 Z. 6 v. o. statt: wirkte lies: wirke

Ferner fehlt in Fig. 4 Taf. VII über dem Scheibchen bei g ein σ. In Fig. 3 Taf. VII mufs Y statt q, unterhalb des Coordinatenanfangs — 1 statt + 1 und zwischen E und Q der Buchstabe X statt H stehen.

1874. ANNALEN № 5.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLII.

I. *Mineralogische Mittheilungen; von G. vom Rath in Bonn.*

Fortsetzung XIII [1]) (hierzu Taf. I).

75. Ein neuer Beitrag zur Kenntniſs der Krystallisation und der Zwillingsbildungen des Tridymits.

Die Krystalle des Tridymits, welche meiner ersten Arbeit (s. diese Ann. Bd. 135, S. 437 — 454) zu Grunde lagen, erreichten kaum 1 Mm. Gröſse, so daſs nur eine einzige Kante, der Zwillingswinkel von 162° 32′, welchen zwei Flächen der hexagonalen Prismen bilden, mit dem Fernrohr-Goniometer gemessen werden konnte. Schon damals (1868) deutete ich auf zwei Punkte des so merkwürdigen hexagonalen Krystallsystems hin, welche nicht vollkommen aufgehellt werden konnten: die Bestimmung der Zwillingsebene und die Verbindung der Individuen zum Drilling.

Als Zwillingsebene faſste ich damals diejenige Ebene auf, welche die stumpfe einspringende Kante des Penetrationszwillings halbirt; so schien sich für dieselbe die Formel $(a : a : \infty\, a : \frac{5}{3} c)$, $\frac{5}{3} P$, zu ergeben. „Eine einfachere Relation zwischen der Zwillingsebene und dem Hexagondodekaëder würde erwünschter seyn“, fügte ich damals hinzu.

Räthselhaft blieb ferner eine Erscheinung am Drilling, daſs nämlich häufig das mittlere der drei zur Gruppe verbundenen Individuen durch eine feine Furche oder Spalte symmetrisch getheilt ist. „Es hat nicht den Anschein,

1) Forts. XII s. diese Annal. Ergänzungsbd. VI, S. 198.

bemerkte ich, als ob an ein mittleres Individ sich beiderseits ein Zwillingsindivid angelegt hätte, vielmehr erscheinen zwei Zwillinge gleichsam als Bauelemente zum Drilling an einander gefügt, wobei die mittleren parallelen Hälften sich nicht immer vollständig vereinigten" (s. diese Ann. Bd. 135, S. 441). Giebt man dem Drillinge diejenige Stellung, in welcher die Axe der Durchkreuzung vertikal steht (ähnlich wie bei einem aufgeblätterten, aufrecht stehenden Buche), so sieht man jene haarfeine Linie, welche häufig den Drilling halbirt, über die vertikalen, wie über die Zuspitzungsflächen hinwegziehend. Jene Trennungslinie erschien wieder bei den Krystallen des Siebengebirges, der Auvergne und aller anderen Fundorte. Weshalb haben sich die beiden Hälften des mittleren Individs nicht immer vollständig vereinigt, sondern stehen als scheinbar parallel gestellte Krystallhälften neben einander? Diese Frage erhob sich bei jeder Betrachtung der Tridymitkrystalle von Neuem, ohne dafs sich eine Lösung gefunden hätte. Das angedeutete Problem hatte eine gewisse Verwandtschaft mit Krystallisationserscheinungen, welche die Studien über Humit, Anorthit und Leucit mich kennen lehrten. Bei diesen drei Mineralien hatte sich eine früher kaum geahnte Complication und Mannigfaltigkeit der Zwillingsbildungen herausgestellt. Die Untersuchung des Humit hatte ferner gelehrt, dafs bei demselben Mineral zwei fast vollkommen rechtwinklig zu einander geneigte Zwillingsebenen vorkommen können und dafs die Durchkreuzungszwillinge nach dem einen Gesetze sich nur wenig unterscheiden von denen des anderen. Bei dem Anorthit hatte es sich gezeigt (was auch schon früher vom Albit und den Kalknatronfeldspathen bekannt war), dafs in derselben Krystallgruppe zuweilen zwei, ja drei Zwillingsgesetze verwirklicht sind; bei dem Leucit endlich konnte dargelegt werden, dafs die Zwillingsbildung zuweilen in eine wahrhafte Polysynthesie übergehe. Als Resultat jener Studien hatte sich ergeben, dafs in vielfachen Zwillingsgruppen zwei Krystallindividuen oder Krystallstücke fast, doch kei-

neswegs genau, parallel zu einander stehen können, indem sie nämlich — zwar nicht unter sich — aber zu einem dritten Individ zwillingsverbunden sind: entweder nach demselben Gesetz (beim Leucit) oder nach verschiedenen Gesetzen (beim Anorthit). So erhob sich die Frage, ob vielleicht auch bei jenen Tridymitgruppen, deren mittleres Individ aus zwei getheilten Hälften besteht, ein complicirterer Bau nach zwei verschiedenen Zwillingsgesetzen vorliege.

Die äufserst geringe Gröfse der mir früher zur Verfügung stehenden Krystalle und ihre nicht vollkommene Ausbildung machten es lange Zeit unmöglich, jene eben angedeuteten Fragen zu lösen. Vor Kurzem nun war ich so begünstigt, zwei ausgezeichnete Stücke des Trachyts von Pachuca in Mexico mit Tridymitdrusen, eine Sendung des Prof. Ant. del Castillo an Geh. Bergrath Burkart, zur Untersuchung zu erhalten. Die Krystalle dieser Stufen erreichen eine Gröfse von 1 bis 3 Mm. und besitzen zum Theil sehr glänzende Flächen, so dafs ich zahlreiche Messungen mit dem Fernrohr-Goniometer machen konnte. Die Genauigkeit derselben wird freilich beschränkt durch die sehr geringe Gröfse der zu messenden Flächen (nur die Randflächen *a* und *p* eignen sich zu genaueren Messungen; die allein gröfser ausgebildete Fläche *c*, die Basis, giebt in Folge leichter Knickungen und Parallelverwachsungen meist doppelte oder verwaschene Bilder); die Reflexe sind nur schwach; oft nur bei Anwendung von Lampenlicht wahrnehmbar. Dennoch wurde es auf Grund jenes neuen und vorzüglichen Materials möglich, sowohl die Winkelwerthe des Tridymits mit gröfserer Genauigkeit als früher festzustellen, als auch jene beiden oben angedeuteten Fragen zu lösen.

Ein Blick auf die Tafel I lehrt, wie mannigfach und von wie ungewöhnlichem Ansehen die Zwillingsgruppen des Tridymits sind, dessen Krystallisation ein vielleicht nicht geringeres Interesse wie diejenige des Quarzes verdient.

Einfache Individuen scheinen unter den Krystallen von Pachuca, wie überhaupt unter den natürlichen Krystallen, fast gar nicht vorzukommen, während die von G. Rose künstlich dargestellten Tridymite einfache hexagonale Täfelchen bilden. An einem höchst regelmäfsig ausgebildeten Zwilling, Fig. 1, Taf. I, konnte die Combinationskante zwischen dem hexagonalen Prisma a und dem Dihexaëder p, welche früher $= 152^{\circ}\ 1\frac{1}{2}'$ gefunden war, an beiden Individuen gemessen werden $= 152^{\circ}\ 21'$ (Mittel von $152^{\circ}\ 18'$ und $152^{\circ}\ 24'$). Es berechnet sich hieraus das Axenverhältnifs des Dihexaëders:

a (Seitenaxe): c (Vertikalaxe) $= 0{,}60503 : 1.$

Aus dem Fundamentalwinkel $a : p = 152^{\circ}\ 21'$ berechnet sich:

die Lateralkante der Grundform $= 124^{\circ}\ 42'$
die Polkante $= 127^{\circ}\ 25\frac{1}{2}$
(gemessen $= 127^{\circ}\ 28'$).

Die Krystalle, welche das Material zu diesen neuen Studien boten, zeigten, gleich den früher geschilderten, eine Combination der herrschenden Basis c, des ersten hexagonalen Prisma's a, sowie des Dihexaëders p dar, zu welchen Formen, mit untergeordneten Flächen, das zweite hexagonale Prisma b, sowie mehrere dihexagonale Prismen hinzutreten, von denen namentlich

$i = (a : \frac{3}{5}\,a : \frac{3}{4}\,a : \infty\ c)$, $\infty P \frac{3}{2}$ und
$l = (a : \frac{4}{9}\,a : \frac{4}{5}\,a : \infty\ c)$, $\infty P \frac{9}{4}$

gemessen wurden. Die Flächen dieser dihexagonalen Formen sind in ihrem Auftreten meist unregelmäfsig, zudem äufserst klein und häufig gewölbt.

An mehreren Krystallen konnte constatirt werden, dafs p vollflächig als Dihexaëder, nicht etwa als Rhomboëder auftritt.

Um den richtigen Ausdruck des Zwillingsgesetzes (Fig. 1, Taf. I) zu bestimmen und namentlich zu ermitteln, ob die Individuen mit der Zwillingsebene oder mit einer zu derselben normalen Ebene verbunden sind, wurde die Zwillingskante $\mathrm{I}\,a' : \mathrm{II}\,a'$ genau gemessen $= 162^{\circ}\ 32\frac{1}{2}'$; fast völ-

lig identisch mit dem vor 6 Jahren an den Krystallen von Pachuca erhaltenen Werth = 162° 32′. Die Winkel des Tridymits sind nicht vollkommen constant, denn die gleichfalls mit dem grofsen Goniometer ausgeführten Messungen anderer Krystalle ergaben für jene Zwillingskante folgende Werthe: 162° 35′, 38′, 39′, 42′, 48′. Die *Verbindungsebene* der beiden Individuen (Fig. 1) ist stets vollkommen *ebenflächig ausgebildet*, was entscheidend der Auffassung das Wort redet, dafs diese Ebene Zwillingsebene und nicht allein Berührungsebene ist. Für die den Zwilling symmetrisch theilende Fläche resultirt der Ausdruck:

$$(6\,a : 6\,a : c),\ \tfrac{1}{6}P\ ^{1}).$$

Aus dem Fundamentalwinkel berechnet sich nämlich die Kante I a' : II a' unter Voraussetzung einer Fläche $\frac{1}{8}P$ als Zwillingsebene = 162° 34′. Die Fläche $\frac{1}{6}P$ kommt nur als Zwillingsebene, nicht als Krystallfläche vor. Die Juxtappositionszwillinge des Tridymits sind demnach mit der Zwillingsebene verbunden. Gleich häufig wie diese kommen Penetrationszwillinge desselben Gesetzes vor (diese Ann. Bd. 135, Taf. V, Fig. 4, 4 *a*). Wollte man der früheren Auffassung gemäfs aus dem Fundamentalwinkel 152° 21′ die Zwillingsebene parallel einer Dihexaëderfläche $\frac{5}{3}P$ berechnen, so ergäbe sich die Kante I a' : II a' = 162° 45′. Auch dieser Werth liegt innerhalb der oben angegebenen Messungen. Nicht ohne Interesse ist die Frage, welches der Entkantenwinkel der Grundform seyn müfste, damit die Flächen der beiden Dihexaëder $\frac{1}{6}P$ und $\frac{5}{3}P$ genau normal zu einander stehen und demnach bei dem Penetrationszwillinge sowohl die den stumpfen als die den spitzen Winkel der basischen Flächen halbirende Ebene krystallonomische Ausdrücke erhalten. Die Endkante eines Dihexaëders mit jener Eigenschaft mifst 127° 30′, dem gemessenen Winkelwerthe 127° 28 sehr nahe kommend. Es folgt aus

1) Der verewigte C. Fr. Naumann, ruhmreichen Andenkens, sprach in einem Briefe v. 1. Febr. 1870 mir bereits die Vermuthung aus, dafs die Berührungsebene zugleich Zwillingsebene und als $\frac{1}{6}P$ zu deuten sey. Vgl. dessen Elemente der Miner. Aufl. IX. S. 232 oben.

dem Gesagten, daſs die Entscheidung in Bezug auf die Zwillingsebene ob $\frac{1}{6}P$ oder $\frac{5}{3}P$ nicht so bestimmt aus den Messungen als vielmehr aus der *ebenflächigen Ausbildung der Berührungsebene* in den Juxtappositionszwillingen erfolgt. Neben jener eben angedeuteten Eigenthümlichkeit des Kantenwinkels der Grundform ist wohl auch bemerkenswerth, daſs sehr nahe gleich sind: die Zwillingskante $a' : \underline{a'} = 162^\circ 34'$ und die Neigung der Zwillingsebene zur Basis $= 162^\circ 21'$. Für den Zwilling Fig. 1, Taf. I berechnet sich ferner

$$\text{I}\, a'' : \text{II}\, a'' = 144^\circ 42',$$

welcher Winkel an drei Krystallen $= 144^\circ 35'$, $144^\circ 48'$, $144^\circ 50'$ gemessen wurde. Es ergiebt sich für den Zwillingswinkel der Basen

$$\text{I}\, c : \text{II}\, c = 35^\circ 18'.$$

Die Flächen der Basis c sind in Folge von Knickungen fast nie mit einiger Genauigkeit zu messen.

Nach dem Zwillingsgesetze „parallel $\frac{1}{6}P$“ wachsen sehr häufig auch drei Individuen zusammen und bilden theils Juxtappositions-, theils Penetrationsdrillinge. Dieselben wurden bereits früher (vgl. diese Ann. a. a. O. Figg. 3, 3*a*, 5). dargestellt. Die Ausbildung dieser für den Tridymit überaus charakteristischen Drillinge ist verschiedenartig: bald sind die drei Individuen gleichmäſsig entwickelt, wie in jenen älteren Figuren gezeichnet, bald überwiegt das mittlere, bald endlich die beiden äuſseren Individuen. Ein vorherrschendes Mittelindivid ist, wesentlich naturgetreu, in Fig. 2 dargestellt. Es springen aus der centralen Tafel die Zwillingstafeln unter dem Winkel von $35^\circ 18'$ resp. $144^\circ 42'$ hervor. Zuweilen sieht man nur einspringende Zwillingskanten (so in der Fig. 2). Jene charakteristische Kante $a' : \underline{a'} = 162^\circ 34'$ kommt wegen vorherrschender Ausbildung des Mittelindivids nicht zur Erscheinung. Die Portrait-ähnlich gezeichnete Fig. 3, eine gerade Projektion von gleicher Richtung wie Fig. 2*a*, bietet gleichfalls ein Vorherrschen des Mittelindivids dar, welchem nur auf der nach vorne (resp. unten) gewandten Seite zwei Zwilingsindividuen angefügt sind.

Sehr häufig bleibt indefs auch das centrale Individ in der Entwickelung zurück wie es die vertikal stehende Drillingsgruppe der Fig. 9, Taf. I wiedergiebt. Die seitlichen Tafeln ragen frei, zuweilen fast gleich Flügeln, über das zurücktretende Mittelindivid hervor, welch' letzteres wohl so sehr zurückbleiben kann, dafs man es nur bei grofser Aufmerksamkeit mittelst der Lupe auffindet. Es bedingt aber dennoch die Stellung der beiden gröfseren Seitentafeln. Bei den Durchkreuzungszwillingen nach diesem Gesetze liegen die durch die centrale Tafel getrennten Theile der seitlichen Tafeln gewöhnlich nicht genau in einer Flucht, vielmehr gleichsam verschoben, wie in Fig. 2, 2*a* angedeutet. Zuweilen berühren sich die Individuen fast nur in einer mathematischen Linie.

Der Beweis für die richtige Auffassung dieser Drillinge zufolge des Gesetzes parallel $\frac{1}{8}P$ wird nicht nur durch den Augenschein, sondern auch durch Messungen geliefert. Aus dem Fundamentalwinkel leiten sich folgende Winkel des Drillings ab:

I *a'* : III *a'*	= 146° 24½'	gemessen	146° 30'
I *a''* : III *a''*	= 109° 24'	„	109° 15' und 109 0' (zwei Bilder)
			109° 35'.
I *c* : III *c*	= 70° 36'		

Dieser letztere Winkel kommt dem Kantenwinkel des regulären Tetraëders sehr nahe, eine Thatsache, deren Folge wir bei den polysynthetischen Gruppen des Tridymits kennen lernen werden. Der Drilling parallel $\frac{1}{6}P$, welcher drei Individuen nach einem Gesetze verbunden zeigt, ist auch dadurch bestimmt charakterisirt, dafs das mittlere Individ einig und ungetheilt ist.

Es kommt, wenn gleich sehr viel seltener, auch vor, dafs sich vier Individuen nach demselben Gesetze verbinden, s. Fig. 4 und 4*a*. Die Flächen I *c* : IV *c* bilden den Winkel = 105° 54'; die entsprechenden Flächen I *a''* : IV *a''* = 74° 6'. Der dargestellte Krystall war leider nicht genau mefsbar. Wie die Figur andeutet, scheint eine äufserst feine Linie über die Mitte der beiden Indi-

viduen II und III zu laufen, zu deren Seiten die Flächentheile indefs vollkommen einspiegeln.

Zuweilen legen sich zwei Zwillinge mit ihrer scharfen Kante von 35° 18′ *unregelmäfsig* an einander, so dafs sie zwar mit dieser feinen Linie an einander haften und sämmtliche vier basische Flächen in Einer Zone liegen, ohne dafs indefs die Gruppe als ein Doppelzwilling, vielmehr als eine unregelmäfsige Verwachsung zweier Zwillinge aufzufassen ist. — Aber noch ein zweites Zwillingsgesetz scheint bei dem Tridymit durchaus angenommen werden zu müssen,

„Zwillingsebene $(\frac{4}{3}a : \frac{4}{3}a : \infty a : c)$, $\frac{4}{4}P^{\alpha}$.

Die Annahme dieses zweiten Zwillingsgesetzes erklärt, wie mir scheint, allein die gekreuzten Tafeln, welche in Fig. 5, Taf. I dargestellt sind und die merkwürdige Verwachsung, von welcher Fig. 6 eine naturgetreue Darstellung giebt. Unter Zugrundelegung dieses Gesetzes berechnet sich der Winkel, unter welchem die Flächen c beider Individuen sich schneiden

69° 52′ resp. 110° 8′.

Ferner ergiebt sich

$$\text{I}\,a' : \text{II}\,a' = 146^{\circ}\,43\tfrac{1}{2}'.$$
$$\text{I}\,a'' : \text{II}\,a'' = 110^{\circ}\,8'$$

Diese Winkel stehen demnach sehr nahe jenen, welche die Flächen der Individuen I und III des Drillings nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ mit einander bilden.

Wenn die Annahme dieser beiden Zwillingsgesetze (weil ihre Ergebnisse einander so äufserst nahe liegen; die Drillingsindividuen des einen entsprechen den Zwillingen des andern) befremdlich oder unwahrscheinlich seyn sollte, so darf zunächst daran erinnert werden, dafs wir bei dem zweiten Typus des Humit's zwei verschiedene, doch in ihrer Erscheinungsweise sehr ähnliche Zwillingsbildungen gefunden haben. Während bei der einen gewisse homologe Flächen in Ein Niveau fallen, bilden sie bei der andern eine stumpfe einspringende Kante von 179° $27\frac{1}{3}$′. Nachdem dies für den Humit bewiesen worden, kann es uns nicht befremden, etwas Aehnliches am Tridymit zu finden. Der

Beweis für eine Zwillingsbildung parallel $\frac{3}{4}P$ wird zunächst durch die gekreuzten Tafeln wie Fig. 5 geliefert. Es sind äufserst dünne hexagonale Blättchen, deren Basisflächen mit dem kleinen Goniometer gemessen, annähernd den oben berechneten Winkel bilden. Ein drittes Individ, welches, sich in den spitzen Winkel jener Tafeln einschiebend, gestattete, die beiden Tafeln als äufsere Individuen I und III eines Drillings parallel $\frac{1}{6}P$ anzusehen, ist nicht vorhanden, wenigstens mit der Lupe nicht eine Spur davon wahrzunehmen. Es ist also geboten, jene Durchwachsung als eine *Zwillings*bildung anzusehen. Als krystallonomische Ebene bietet sich nur diejenige dar, welche den stumpfen Winkel halbirt, eine Fläche von $\frac{3}{4}P$; da der den spitzen Winkel halbirenden Ebene kein krystallonomischer Ausdruck zukommt.

Wie es bereits bei anderen Mineralien z. B. den triklinen Feldspathen bekannt ist, so combiniren sich auch bei dem Tridymit häufig zwei Zwillingsgesetze. Nur in dieser Weise werden jene scheinbaren Drillingsgruppen erklärlich, durch deren Mitte eine Trennungslinie läuft, und welche in Fig. 6, 6*a* naturgetreu dargestellt sind. An die Individuen eines Zwillings parallel $\frac{3}{4}P$ und zwar gleich häufig bei durchkreuzten als bei blofs sich berührenden Tafeln legt sich, den spitzen einspringenden Winkel ausfüllend, je ein Zwillingsindivid nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ an. Die Individuen III und IV haben nun eine sehr nahe, doch nicht vollkommen parallele Stellung. Die gegen einander gewandten basischen Flächen müssen nämlich einen keilförmigen, nach vorn sich verschmälernden Hohlraum einschliefsen, dessen Kante gleich 0° 44'. Diese Spalte ist nun allerdings bei den meist nur 1 Mm. grofsen Krystallen kaum wahrzunehmen, wohl aber ist deutlich erkennbar, dafs wir es nicht mit Einem Mittelindivid zu thun haben. Beide Krystalle II und III sind vielmehr stets etwas ungleich entwickelt, der eine überragt den andern oder der eine ist auf Kosten des anderen ausgedehnt, während mit den Individuen des primären Zwillings stets eine

vollständige Vereinigung und eine symmetrische Begränzung stattfindet. An dem Krystall Fig 6, Taf. I, sowie an vielen andern Krystallen war deutlich zu beobachten, dafs die Individuen III und IV nicht bis zur hinteren, in Fig. 6 *a* durch eine punktirte Linie bezeichneten vertikalen Kante dringen, sondern sich anlegen an die scharfe einspringende Kante I und II, niemals aber im Bereiche des stumpfen Winkels 110° 8′ (s. Fig. 5) auftreten. Für die Individuen III und IV ergiebt die Rechnung

$a' : a' = 179° 38'$ einspringend
$a'' : a'' = 179° 16'$ „

Für die Zwillinge parallel $\frac{3}{4}P$ und die in Fig. 6 dargestellten Doppelzwillinge gelten folgende Winkel:

	berechnet	gemessen
I a' : II a'	$= 146° 43\frac{1}{2}'$	146° 40′
		38
		146 40
		41
I a'' : III a''	$= 144\ 42$	144 35
I a'' : IV a''	$= 145\ 26$	145 17
I a'' : II a''	$= 110\ 8$	109 56
I c : II c	$= 69\ 52$	70 6.

Aus den beiden Messungen 144° 35′ und 145° 17′ berechnet sich die einspringende Kante III a'' : IV a'' = 179° 18′ sehr nahe übereinstimmend mit dem oben aus den Axenelementen berechneten Werthe 179° 16′.

Vorstehende Messungen, sowie die Ausbildung der in Fig. 6 dargestellten Gruppen, die deutlich wahrnehmbaren einspringenden Winkel III a' : IV a' und III a'' : IV a'' liefern wohl den Beweis, dafs wir es nicht mit einem Drilling parallel $\frac{1}{6}P$, sondern mit einem Doppelzwillinge parallel $\frac{3}{4}P$ (I und II) und parallel $\frac{1}{6}P$ (I und III, II und IV) zu thun haben. Wie wäre es ohne Annahme eines zweiten Zwillingsgesetzes $\frac{3}{4}P$ möglich, den Krystall Fig. 6, die so häufig zu beobachtende deutliche Trennung und unsymmetrische Ausbildung der beiden, fast parallel gestellten Mittelindividuen zu erklären.

Die Ausfüllung der durch die basischen Flächen *c* gebildeten scharfen einspringenden Kanten von 69° 52′ geht gewöhnlich in unsymmetrischer Weise vor sich, d. h. das eine der Mittelindividuen herrscht über das andere mehr oder weniger, ja bis fast zur Verdrängung desselben. Diesen letzteren Fall stellt Fig. 7, 7 *a* dar. Die Individuen I und II sind nach dem Gesetze $\frac{3}{4}P$ verbunden. Deutlich ist wahrzunehmen, dafs das Individ III nicht bis zur Mittellinie sich erstreckt, sondern sich einfach einschiebt in jene scharfe Kante I *c* : II *c*. Die Flächen II *a*′ und III *a*′ schneiden sich geradlinig in der Zwillingskante, während die Kante zwischen I *a*′ und III *a*′ unregelmäfsig erscheint. Das Auftreten einer Fläche des dihexagonalen Prisma's $i = \infty P\frac{5}{3}$ ist am oberen Ende genau nach der Natur gezeichnet und in entsprechender Weise am unteren Ende ergänzt. Die Hinterseite dieser Gruppe ist nicht deutlich entwickelt, ohne Zweifel schiebt sich auch dort ein Zwillingsstück, oder vielleicht zwei, zwischen die Individuen des primären Zwillings. Dieser Krystall erlaubt keine genaue Messung.

Oft ist es nicht möglich, zu ermitteln, ob wir es mit einem Drilling parallel $\frac{1}{6}P$ oder mit einem Doppelzwilling $\frac{1}{6}P + \frac{3}{4}P$ zu thun haben. Denn oft ist auch in den Drillingen das Mittelindivid weniger entwickelt, und ebenso häufig ist in den Doppelzwillingen eines der mittleren Individuen zu einer äufserst feinen Lamelle verkümmert.

Unter den oben angegebenen Kantenmessungen verdienen das meiste Zutrauen und wurden der Ermittlung der beiden Zwillingsgesetze zu Grunde gelegt:

I *a*′ : III *a*′ = 146° 30′ am Drilling $\frac{1}{6}P$ und

I *a*′ : II *a*′ = 146° 40′ am Zwilling $\frac{3}{4}P$,

während die aus dem Axenverhältnifs berechneten Winkel 146° 24½′ für das Gesetz $\frac{1}{6}P$, und 146° 43½′ für das Gesetz $\frac{3}{4}P$ sind. Es ist nun wohl bemerkenswerth, dafs für die mit einer Fläche $\frac{1}{6}P$ verbundenen Krystalle jener Zwillingswinkel gröfser gefunden wurde, als ihn die Rechnung verlangt, während ein umgekehrtes Verhältnifs in Bezug auf den Zwil-

ling $\frac{3}{4}P$ stattfindet. Es ist wohl möglich, daſs hier ein Conflict zwischen beiden Zwillingsgesetzen vorhanden ist. Wir werden an die Ergebnisse der Winkelmessungen des Leucits erinnert, welche offenbar ein Bestreben dieses merkwürdigen Minerals erkennen lieſsen, durch Polysynthesie eine annähernde Gleichkantigkeit mit dem regulären Ikositetraëder zu erreichen. Eine Analogie mit den Verwachsungen des Tridymits finden wir — vielleicht in unerwarteter Weise — bei dem Feldspath. Allbekannt sind Drillinge (besonders der Adulars) nach dem Gesetze „parallel n“, dem sog. Bavenoër-Gesetze. Die beiden äuſseren Individuen einer solchen Drillingsgruppe befinden sich sehr nahe in gleicher Stellung wie die Individuen eines Zwillings nach dem Gesetze „parallel P“. Wie es nicht immer leicht, ja zuweilen unmöglich ist, zu entscheiden, ob zwei gegenüberliegende Individuen einer Feldspath-Verwachsung verbunden sind nach dem Gesetze parallel P, oder ob sie als äuſsere Individuen eines Drillings parallel der Fläche n zu betrachten sind: so verhält es sich auch bei dem Tridymit in Bezug auf die Stellung der beiden äuſseren Individuen des Drillings „parallel $\frac{1}{6}$“ und der Zwillingsindividuen „parallel $\frac{3}{4}P$.“

Die Drillingskante I c : III c des Tridymit's $(\frac{1}{6}P) = 70^{\circ}\,36'$ oder auch die Zwillingskante I c : II c des Zwillings $(\frac{3}{4}P) = 69^{\circ}\,52'$ nähern sich — namentlich was die erstere betrifft — einem Winkel des regulären Systems, der Tetraëderkante $70^{\circ}\,32'$. Es ist nun eine, bereits mehrfach bewährte, Thatsache, daſs — wenn in einem weniger symmetrischen Systeme Winkel vorhanden sind, welche denjenigen eines mehr symmetrischen Systems nahe stehen — durch Zwillingsbildung resp. durch Polysynthesie eine Annäherung an das mehr symmetrische System auch in der äuſseren Form auf Grund jener Winkelähnlichkeit stattfindet. Es darf wiederum an den Leucit, sowie an die rhombischen Systeme mit einer Prismenkante von nahe 120° erinnert werden. In diese merkwürdige Klasse von Erscheinungen gehören auch die polysynthetischen Verwachsun-

gen des Tridymit's, welche in den Figuren 8, 9 und 10 dargestellt sind und welche jetzt den Gegenstand unseres Studiums bilden werden.

Die merkwürdige Gruppe Fig. 8, 8*a*, im Wesentlichen ganz naturgetreu gezeichnet, ist eine Verwachsung von vier Individuen [1]), in welcher I, II, III einen Drilling nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ bilden. Das Mittelindivid ist etwas verkümmert und wird von den beiden peripherischen allseitig überragt. Mit dem Individ I verbindet sich das Individ IV, welches zu einer zierlichen hexagonalen Tafel ausgedehnt ist. Die Flächen dieser interessanten Gruppe sind nicht vollkommen genug, um mit dem Fernrohr-Goniometer gemessen zu werden. Die Entscheidung ob das Individ IV mit I nach dem Gesetze „$\frac{3}{4}P$", oder ob beide als äufsere Individuen parallel „$\frac{1}{6}P$" verbunden sind, ist schwierig, da es wohl möglich ist, dafs die Flächen I *c* und IV *c* in ihrem scharfen einspringenden Winkel ein verkümmertes Rudiment eines Mittelindivids bergen. Die einspringende Kante I *c* : IV *c* geht parallel der Kante *c* : *a'* in beiden Individuen. Die einspringende Kante I *c* : IV *c* (der Unterseite) wurde annähernd $109\frac{1}{2}^0$ bis 110^0 gemessen. Es ist nun sofort einleuchtend, dafs die Tafel IV nicht nur in Zwillingsstellung zu I, sondern auch, wenigstens aufserordentlich nahe, zu III sich befindet. Setzen wir die vertikale Drillingskante $= 70^0\,36'$ (entsprechend dem Gesetze $\frac{1}{6}P$) und betrachten wir die Tafeln I und IV gleichfalls als äufsere Theile eines Drillings, sich unter dem gleichen Winkel schneidend, so ergiebt sich als Neigung der Flächen *c* der Individuen III und IV $70^0\,27\frac{1}{2}'$ und der ebene Winkel, welchen die einspringende Kante III *c*: IV *c* mit der Vertikalen bildet $= 60^0\,5'$. Es ist nun wohl nicht unmöglich, dafs sämmtliche drei Kanten des durch die Flächen *c* gebildeten körperlichen Dreiecks gleich

1) Um die Anwachsung des tafelförmigen Individs IV an den Drilling deutlicher zur Anschauung zu bringen, ist die Gruppe im Vergleiche zu den früheren Figuren mehr zur Linken gedreht, so dafs I *c* die Stellung einer sogenannten Längsfläche (Axenebene *ac*) besitzt.

70° 32′ und die ebenen Winkel = 60° sind. Wie dem auch sey, sie kommen den drei Flächen eines regulären Tetraëders überaus nahe. In gleicher Weise wie das Individ IV abwärts geneigt dem oberen Ende des Drillings eingefügt ist, so könnte auch ein V Individ mit dem unteren Ende verwachsen und so ein scheinbar reguläres Tetraëder durch Tridymittafeln gebildet werden. In den vielfach durchwachsenen Tridymitgruppen sind — wenngleich von mir nicht sicher beobachtet — wahrscheinlich auch solche, den vier Ebenen des Tetraëders entsprechende Flächen vertreten.

Für den Fall, daſs die Tafeln I und IV nach dem Gesetze $\frac{3}{4}P$ verbunden, demnach unter 69° 52′ gegen einander geneigt wären, würden IV *c* und III *c* den Winkel 70° 49½′ bilden. Annähernden Messungen zufolge steht indeſs IV vollkommen symmetrisch sowohl zu I als auch zu III, so daſs IV *c* in eine Zone fällt mit $a'' : b : a'$ des Individs II. In dem von den vorragenden Individuen I und III umschlossenen inneren Raum ruht die Tafel IV auf der Fläche a' des Mittelindivids (II). Da IV *c* zur Vertikalen 54° 46′, II a' zur Vertikalen 60° geneigt ist, so muſs zwischen beiden Flächen ein keilförmiger Hohlraum entstehen, dessen scharfe Kante, 5° 14′ messend, vorne liegt. Bei der Kleinheit der Krystalle ist freilich dieses feinste Detail des inneren Baues nicht wahrzunehmen. Krystallgruppen gleich Fig. 8 mit einer symmetrisch dem Drilling eingefügten, auf dem mittleren, verkümmerten Individ ruhenden Tafel IV finden sich ziemlich häufig.

Einen noch etwas complicirteren Bau zeigt der Sechsling Fig. 9. Die Stellung der Individuen I, II, III, IV ist eine gleiche wie in Fig. 8. Die Ausbildung ist nur darin verschieden, daſs die Tafel IV den primären Drilling rings umschlieſst. Die Tafel IV veranlaſst nun ihrerseits eine neue Drillingsbildung, deren Kante von 70° 36′ eine zur homologen Kante des ersten Drillings normale oder wenigstens fast genau normale Lage hat. Machen wir uns die Stellung der Individuen V und VI etwas deut-

licher. Da die Kante IV a'' : V a'' = 144° 42′, demnach die Neigung von V a'' : IV c = 54° 42′ und IV c zur Vertikalen 54° 46′, so folgt, dafs die Fläche V a'' fast vollkommen senkrecht steht. Die Abweichung beträgt der Berechnung zufolge nur 4′, um welchen Winkel die Fläche nach oben hin gegen die primäre Drillingskante I c : III c sich neigt. Das Individ V steht demnach horizontal und normal zum Individ II. Denken wir uns das Individ II um eine zur Fläche a'' normale Linie 90° gedreht, so erhalten wir die Lage des Individs V.

Da in diesen polysynthetischen Gruppen jedes Individ, frei vorragend, eine Tafel c bilden kann, so könnten wir als zweites und fünftes Individ des Sechslings Fig. 9 zwei sich rechtwinklig kreuzende Tafeln erhalten, von denen die eine horizontal, die andere senkrecht, in der Richtung einer sog. Längsfläche steht. Es ist unschwer ersichtlich, dafs durch eine fernere Wiederholung der Zwillingsbildung zu jenen beiden normalen auch noch die dritte normale Fläche c eingesetzt werden kann. So können in der That durch eine wiederholte Zwillingsbildung des Tridymits drei, den Flächen des Würfels parallele, hexagonale Tafeln sich combiniren. Bevor wir den Sechsling Fig. 9 verlassen, ist noch auf eine bemerkenswerthe Kantengleichheit hinzuweisen. Die Fläche IV c neigt sich zu II a'' (resp. zur Vertikalen) = 125° 14′ (resp. 54° 46′) und dieser Winkel ist fast genau gleich der Neigung zwischen I c und II a'' am Zwilling Fig. 1, nämlich = 125° 18 oder 54° 42′. Im ersteren Fall stehen die basischen Flächen normal, im letzteren bilden sie den Winkel 35° 18′.

Die polysynthetische Gruppe Fig. 10 ist, gleichfalls in allen wesentlichen Zügen naturgetreu, nach einem etwa 1½ Mm. grofsen Original gezeichnet. Die Individuen I, II, III, IV haben eine identische Stellung wie die gleichbezeichneten Individuen VIII und IX. Während indefs bei der Gruppe Fig. 9 an die vordere horizontale Kante der Tafel sich zwei neue Individuen in Zwillingsstellung parallel $\frac{1}{6}P$ anlegen, so geschieht es hier in Bezug auf die hinteren

und oberen Kanten, welche parallel sind den einspringenden Winkeln zwischen I *c* : IV *c* und III *c* : IV *c*. Es füllen sich durch diese Individuen V, VI und VII, VIII jene einspringenden Kanten von annähernd 70° oder 70½° aus. Ob dieselben 69° 52′ oder 70° 36′ messen, oder, mit anderen Worten, ob IV und I parallel $\frac{3}{4}P$ oder nach dem Gesetze $\frac{1}{6}P$ als äufsere Tafeln eines Drillings verbunden sind, kann durch Messung im vorliegenden Falle nicht sicher ermittelt werden. Wenn I und IV als Drillinge nach $\frac{1}{6}P$ zu betrachten sind, so stehen die Individuen I und VI vollkommen parallel, was nicht der Fall ist, wenn I und IV einen Zwilling parallel $\frac{3}{4}P$ bilden. Für die letztere Auffassung könnte vielleicht sprechen, dafs I und VI, III und VIII sich nicht vereinigt haben, vielmehr getrennt neben einander stehen, wie es in der Figur genau wiedergegeben ist. Diese Trennung scheinbar oder wirklich parallel gestellter Krystalltheile erinnert in hohem Grade an die inneren Individuen III und IV eines Doppelzwillings, s. Fig. 6. Ich beobachtete auch Gruppen, welche die flügelartigen Gebilde der Fig. 10 mit dem der vorderen horizontalen Kante angefügten Drillinge der Fig. 9 vereinigen, demnach aus 10 Individuen bestehen. Fassen wir in solchen Gruppen die Fläche IV *c* nebst den sich gleichsam als Zweigtafeln erhebenden Flächen VI *c*, VIII *c* und X *c* (in Fig. 9 VI *c*) ins Auge, so nehmen wir nicht ohne Ueberraschung wahr, dafs sie ein System von vier homologen Ebenen bilden, welche sich fast genau unter den Winkeln eines regulären Oktaëders (109° 28′) schneiden.

Die Mannigfaltigkeit der Zwillingsverwachsungen des Tridymits ist hiermit nicht abgeschlossen. Neue und immer neue Täfelchen schieben sich ein. So bilden sich jene kugeligen Gruppirungen, welche, auf Sanidinkrystallen aufgewachsen, sich in kleinen Drusen der vesuvischen Auswürflinge von 1822 finden, oder wie sie in ähnlicher Weise in der Lava des Chimborazo von Prof. Th. Wolf in Quito beobachtet wurden. In Obigem habe ich nur die thatsächlich beobachteten Verwachsungen des Tridymits

geschildert und bin der Versuchung ausgewichen, die „versteckten Beziehungen“ der Krystallisation des Tridymits zum regulären System weiter zu verfolgen. Es liegt auf der Hand, dafs in den polysynthetischen Gruppen des Tridymits auch andere reguläre Körper latent vorhanden sind.

Der Tridymit verdankt seine Entstehung fast ausschliefslich den vulkanischen Processen der Mineralbildung, deren Producte im Allgemeinen durch geringe Gröfse im Vergleiche zu den plutonischen Mineralien sich auszeichnen [1]). Fände sich der Tridymit, statt in 1 — 2 Mm. grofsen, in zollgrofsen Tafeln, so würde derselbe Interesse und Bewunderung durch Schönheit und Mannigfaltigkeit der Formen in nicht geringerem Grade erwecken als der Quarz.

Als Begleiter des Tridymits in den Drusen des Trachyts vom Berge Sn. Cristobal bei Pachuca sind zu nennen: Eisenglanz, Hornblende, und Augit. Die Hornblende bildet zierliche Prismen bis 10 Mm. lang von lichtbrauner Farbe, in der Endigung begränzt von der Basis und dem gewöhnlichen Hemidoma; der Augit ist von grünlicher Farbe, in kleineren Krystallen, welche zuweilen sehr zierliche Zwillinge mit scheinbar rhombischer Endigung, durch die Flächen *c* und *u*, bilden.

76. Ein ausgezeichneter Kalkspathkrystall vom Oberen See in Nordamerika.

Bekanntlich nehmen die mit gediegen Kupfer im Melaphyr-Mandelstein des Oberen Sees vorkommenden Kalkspathkrystalle durch Schönheit und Reichthum der Formen unter allen Fundstädten einen hohen, ja vielleicht den ersten Rang ein (s. Fr. Hessenberg, Mineralog. Notizen No. 9, S. 1 — 8 in den Abh. d. Senckenb. Naturf. Ges.

1) Nur ein einziges Vorkommen von Tridymit in älterem, plutonischem Gesteine ist bisher bekannt geworden: in Drusen und kleinen Hohlräumen eines trachytähnlichen, quarzfreien Porphyrs unfern Waldböckelheim an der Nahe, welche Entdeckung wir Hrn. Prof. A. Streng verdanken.

Bd. VII; und diese Mitth. Forts. V, S. 388 — 404, diese Ann. Bd. 135). Unter den bezeichnendsten Eigenthümlichkeiten der Krystalle vom Oberen See ist namentlich das Auftreten des Skalenoëders $-4R\frac{5}{3}$ zu nennen (s. über dasselbe Hessenberg, Min. Not. No. 11, S. 14, Senck. Naturf. Ges. Bd. VIII), sowie der scheinbare Kantenparallelismus, welcher entsteht, wenn in Combination erscheint das Skalenoëder $-4R\frac{5}{4}$ mit den Formen $R7$ oder $R9$.

Der Krystall, welcher den Gegenstand dieser Mittheilung bildet (s. Fig. 11, Taf. I), befindet sich in der von dem verewigten edlen Erzherzog Stephan gegründeten Sammlung auf dem Schlosse Schaumburg an der Lahn. Eine bewundernswerth symmetrische Ausbildung, Wasserhelle mit einem röthlichen Schein, welcher von unterliegendem und umhülltem gediegen Kupfer herrührt, zeichnen diesen flächenreichen Kalkspath aus, einen Zwilling, dessen Individuen die Basis als Zwillings- und Verwachsungsebene nehmen und 60° gegen einander um die Hauptaxe gedreht sind. Es erscheinen folgende Formen:

$$
\begin{aligned}
R &= (a : a : \infty a : c)\\
4R &= (\tfrac{1}{4}a : \tfrac{1}{4}a : \infty a : c),\ m\\
10R &= (\tfrac{1}{10}a : \tfrac{1}{10}a : \infty a : c)\\
0R &= (\infty a : \infty a : \infty a : c),\ c\\
-\tfrac{1}{2}R4 &= (\tfrac{4}{3}a' : \tfrac{4}{11}b' : \tfrac{1}{2}a' : \tfrac{4}{13}b : \tfrac{4}{5}a' : 2b' : c),\ \gamma\\
R3 &= (a : \tfrac{1}{4}b : \tfrac{1}{3}a : \tfrac{1}{5}b' : \tfrac{1}{2}a : b : c),\ r\\
R9 &= (\tfrac{1}{4}a : \tfrac{1}{13}b : \tfrac{1}{9}a : \tfrac{1}{14}b' : \tfrac{1}{5}a : b : c),\ \mu\\
-2R2 &= (a' : \tfrac{1}{5}b' : \tfrac{1}{4}a' : \tfrac{1}{7}b : \tfrac{1}{3}a' : \tfrac{1}{2}b' : c),\ x\\
-4R\tfrac{5}{3} &= (\tfrac{3}{4}a' : \tfrac{1}{8}b' : \tfrac{3}{20}a' : \tfrac{1}{12}b : \tfrac{3}{16}a' : \tfrac{1}{4}b' : c)\\
\tfrac{2}{5}R2 &= (5a' : b : \tfrac{5}{4}a : \tfrac{7}{5}b' : \tfrac{5}{3}a : \tfrac{5}{2}b : c),\ \omega\\
\tfrac{2}{3}R\tfrac{4}{3} &= (9a : b : \tfrac{9}{8}a : \tfrac{9}{15}b' : \tfrac{9}{7}a : \tfrac{3}{2}b : c).
\end{aligned}
$$

Unter den angegebenen Formen waren bisher an den Krystallen des Oberen Sees nicht bekannt: das Rhomboëder $10R$, sowie die Skalenoëder $\frac{2}{5}R2$ und $\frac{2}{3}R\frac{4}{3}$, welch' letztere Form überhaupt am Kalkspath, bisher nur ein einziges Mal durch Q. Sella[1]), beobachtet wurde. $10R$

1) Derselbe bemerkt in seinem *Quadro delle Forme cristalline dell' Argento rosso, del Quarzo e del Calcare* (1856): „Ich fand das Skalenoë-

(dessen Flächen gegen die Vertikalaxe $5^{0}\,47\frac{1}{3}'$ geneigt sind) wurde zuerst von Des Cloizeau und von Hessenberg an Isländischen Krystallen beobachtet. $\frac{2}{5}R2$ wird als eine nicht seltene Form bereits von Zippe angeführt, Hessenberg fand sie wieder auf an den merkwürdigen Krystallen aus dem Ahrenthal in Tyrol (Mineral. Not. 4, S. 13)[2]). Dies Skalenoëder gehört zu denjenigen, welche die Endkante des Hauptrhomboëders zuschärfen. Eine ähnliche Lage besitzt die seltene Form $\frac{2}{5}R\frac{4}{3}$. Sie mifst in den

längeren Endkanten	(Y)	$171^{0}\,36\frac{3}{4}'$
kürzeren „	(X)	$118\;\;27$
Seitenkanten	(Z)	$71\;\;36\frac{1}{4}$.

Es beträgt die Neigung

der längeren Endkante (Y) zur Vertikalaxe		$50^{0}\,34\frac{2}{3}'$
der kürzeren Endkante (X) zur Vertikalaxe		$63^{0}\,44\frac{3}{4}$.

Die Bestimmung von $\frac{2}{5}R\frac{4}{3}$ geschah mittelst der Zone, in welche die Flächen dieser Form mit R und $\frac{2}{5}R2$ fallen, sowie durch Messung der Combinationskante beider genannten Skalenoëder.

Die Kante $\frac{2}{5}R2 : \frac{2}{5}R\frac{4}{3}$ wurde gemessen sehr nahe $= 174^{0}$. Eine feine Streifung der Flächen der neuen Form parallel der Kante mit R bewirkt, dafs das Bild etwas verwaschen erscheint. Berechnet $= 173^{0}\,53\frac{3}{4}'$.

der an einem herrlichen Andreasberger Krystall der Sammlung des verstorbenen S. Zimmermann. Der Krystall war einerseits begränzt durch das Spaltungsrhomboëder, andererseits durch jenes neue Skalenoëder". Ich verdanke diesen Nachweis einer gütigen brieflichen Mittheilung des Hrn. Des Cloizeaux (28. März 1874), welcher das genannte Skalenoëder als b^{6} in die grofse sphärische Projektion *(Traité de Mineralogie T. II, 1 Fascic)* eingetragen hat.

2) Die Kalkspathkrystalle von Ahren in Tyrol, durch tafelförmige Ausbildung und zahlreiche parallelgestellte Rhomboëderspitzen ausgezeichnet, kommen als sehr vereinzelte Drusen im Prettau, dem oberen Ahrenthal, vor und zwar auf einer Kupfer- und Magnetkieslagerstätte. Letztere bildet eine 1 bis 2 Klafter mächtige Imprägnation des Chloritschiefers (Streichen O — W, Einfallen senkrecht) auf der südöstlichen Thalseite, unfern St. Valentin.

Wie die Fig. 11 lehrt, herrschen an dem Krystall die Formen $4R$, $\frac{2}{5}R2$ und $-4R\frac{5}{3}$, während alle übrigen Flächen untergeordnet auftreten. Die interessanteste Zone an unserem Krystall ist die durch die Flächen $4R$: $-4R\frac{5}{3}$ eingesetzte; denn sie umfaſst auſser den genannten noch die Formen $-2R2$ (namentlich charakteristisch für die Krystalle von Alston Moor in Cumberland), $-\frac{1}{2}R4$ (eine im Allgemeinen seltene, doch am Kalkspath vom Oberen See gewöhnliche Form) und $\frac{2}{5}R2$. Dieselbe Zone wurde auch von Hessenberg hervorgehoben an den isländischen Krystallen, welche freilich an Flächenglanz nicht entfernt mit denen vom Oberen See wetteifern können. Wie Hessenberg lehrt (a. gen. O. No. 11, Taf. II Fig. 20 und 21), liegen an den isländischen Krystallen in der genannten Zone, auſser $4R$, $-4R\frac{5}{3}$, $\frac{2}{5}R2$, die Flächen der hexagonalen Pyramide $\frac{4}{3}P2$. Eine gewisse Analogie der Krystalle beider Fundorte tritt darin hervor, daſs ihnen die im Allgemeinen seltenen Formen $-4R\frac{5}{3}$, $\frac{2}{5}R2$ und $10R$ gemeinsam sind. In Bezug auf den scheinbaren Kantenparallelismus der Skalenoëder $R9$ und $-4R\frac{5}{3}$ möge auf das früher Gesagte (diese Ann. Bd. 132, S. 395 bis 397) verwiesen werden. Recht bemerkenswerth ist wohl an unserem Krystall, daſs die untergeordnet auftretenden Flächen $10R$ nur dort, nahe der Zwillingsgränze, erscheinen, wo sie über der genannten Gränze einen einspringenden Winkel bilden, nicht aber, wo sie als Zuschärfung der Zwillingskante $4R : \underline{4R}$ zu einem ausspringenden Winkel sich begegnen würden. Von der Ausbildung unseres Krystalls geben folgende, mit dem Fernrohr-Goniometer angestellten Messungen Zeugniſs:

	Berechnet	Gemessen
$4R : -4R\frac{5}{3}$	$= 154^\circ\ \frac{1}{2}'$	$153^\circ\ 59\frac{1}{2}'$
$4R : \frac{2}{5}R2$	$= 100\ 55$	
$4R : -\frac{1}{2}R4$	$= 130\ 58\frac{1}{2}$	
$\frac{2}{5}R2 : -4R\frac{5}{3}$	$= 126\ 54\frac{1}{2}$	$126\ 58$
$-2R2 : -\frac{1}{2}R4$	$= 168\ 44$	$168\ 52$
$-2R2 : -4R\frac{5}{3}$	$= 168\ 13\frac{3}{4}$	

$R9 : R9$ (Lateralk.)	$= 163^\circ\ 30'$	$163^\circ\ 37'$
$4R : -2R2$	$= 142\ 14\frac{1}{4}$	
$4R : 4R$ (ausspring.)	$= 151\ 33\frac{1}{2}$	$151\ 35$
$4R : \overline{10}R$	$= 171\ 34$	$171\ 32\frac{1}{2}$.

Möchte die vorstehende Schilderung eines ausgezeichneten Kalkspathkrystalls einen sehr kleinen Beitrag liefern zur Kenntnifs der Kalkspathformen! Möchte dies formenreiche Mineral, dessen Gestaltenreichthum seit dem Erscheinen von Zippe's Werk „Ueber das rhomboëdrische Kalkhaloid" (1851) sich fast ins Unübersehbare vermehrt hat, bald einen neuen monographischen Bearbeiter finden, welcher verstände, die Mannigfaltigkeit der Formen unter allgemeine Gesichtspunkte zu bringen, zugleich auch die sicher bestimmten Formen von denen, hinsichts welcher noch eine gewisse Unsicherheit waltet, zu scheiden!

77. Eine eigenthümliche Verwachsung von Rutil und Eisenglanz.

Bekannt sind die regelmäfsigen Verwachsungen der beiden genannten Mineralien, auf welche zuerst Breithaupt aufmerksam machte (vgl. auch Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XIV, S. 413 Taf. II *bis*, Fig. 3). Die meist etwas flach gedrückten Rutile ruhen entweder auf der basischen Fläche der Eisenglanzkrystalle (so das Vorkommen am Berge Cavradi) oder die feinen Nadeln des Rutils strahlen zwischen den zu rosenartigen Gruppen auf einander gehäuften Eisenglanztafeln hervor. Das Gesetz der Stellung ist stets dasselbe: die Rutile liegen mit einer Fläche des zweiten quadratischen Prisma's auf der Basis des Eisenglanzes; eine Fläche des ersten stumpfen Oktaëders ist sehr nahe parallel einer Hauptrhomboëderfläche des Eisenglanzes. Bei dieser bisher bekannten Verwachsungsweise, kann man die Ansicht festhalten, dafs der Rutil eine spätere Bildung sey. Sehr viel merkwürdiger, weil gleichzeitige Entstehung beider Mineralien beweisend, ist die hier zu schildernde Verwachsung, in welcher Rutil und Eisenglanz in einer so aufserordentlich innigen Weise verbunden sind, wie es wohl bisher an zwei ver-

schiedenen, einem verschiedenen Krystallsysteme angehörigen Mineralien noch nicht beobachtet wurde. Unsere Figuren 12, 13, 14 zeigen merkwürdige Beispiele von Truggestalten, in denen der Rutil die tafelförmigen Krystalle des Eisenglanzes gleichsam nachzuahmen und zu ergänzen strebt. Das Berliner mineralogische Museum erhielt im J. 1870 eine Stufe aus dem Maderaner Thal, auf welcher das erfahrene Auge des Dr. Krantz Zwillinge des Brookits mit parallelen Tafelflächen zu erkennen glaubte, welche von um so höherem Interesse zu seyn schienen, da die sehr seltenen durch Q. Sella (s. Des Cloizeaux's *Traité T. II*) beobachteten Zwillinge des Brookits gekreuzte Tafelflächen zeigen und eine Fläche des vertikalen Prismas zur Zwillingsebene haben. Im Oktober des vorigen Jahres zeigte mir Dr. Bauer das betreffende Handstück, indem er zugleich seinem Zweifel Ausdruck gab, dafs die Krystalle dem Brookit und nicht vielmehr dem Rutil angehörten. Eine genauere Untersuchung hat diese letztere Ansicht vollkommen bestätigt.

Das Muttergestein ist ein feinschuppiger Glimmer-Talkgneifs, welcher auf einer Kluft- oder Drusenfläche mit Krystallen von Quarz, Adular, Eisenglanz und Rutil bedeckt ist. Zwei Krystalle des Quarzes bilden eine scheinbar regelmäfsige Durchwachsung, indem sie sich unter annähernd 60° schneiden. Wegen dieser Bergkrystallgruppe hatte das Stück zunächst die Aufmerksamkeit des Dr. Krantz erweckt; eine eingehendere Prüfung indefs zeigt, dafs die Verwachsung eine zufällige ist. Die Krystalle des Adulars sind nicht ausgezeichnet. Die Täfelchen des Eisenglanzes, nur 2 bis 6 Mm. grofs, sind von der gewöhnlichen Form und stellen eine Combination dar: des Hauptrhomboëders $P = R$, des ersten spitzen $u = -2R$, des ersten stumpfen $v = -\frac{1}{2}R$, sowie des Hexagondodekaëders $n = \frac{4}{3}P2$ und der stets herrschenden Basis $c = 0P$. Einige dieser Krystalle bestehen nur aus Eisenglanz, andere zeigen eingelagerte tafelförmige Rutilkrystalle, welche nicht aufruhen, wie bei den früher (Ztschr. d. g. Ges. Bd. XIV, S. 413) geschilderten Krystallen vom Ca-

vradi, sondern sich vollkommen ins Niveau der Tafel des Eisenglanzes legend, an der räumlichen Constitution derselben Theil nehmen. In anderen Gebilden überwiegt der Rutil, während der Eisenglanz auf schmale, zuweilen nur lineare Lamellen zurückgedrängt ist. An eine centrale, gleichsam als Mittelrippe des blattförmigen Gebildes fungirende Eisenglanzpartie schliefst sich Rutil, in gestreiften dünntafelförmigen Partien, deren Hauptaxen sich unter 60° schneiden. Die portraitähnlichen Figuren (gerade Projectionen auf die basische Fläche des Eisenglanzes und eine Fläche des zweiten Prismas des Rutils) dieser seltsamen Bildungen werden das Gesagte veranschaulichen. In Fig. 13 sehen wir ein äufserst dünnes, federförmig gestreiftes Täfelchen, in dessen Mitte sich ein schwarzer, metallglänzender eigenthümlich verästelter Streifen von Eisenglanz hinzieht. Mit der keilförmigen Spitze, welche einen Winkel von 60° bildet, sind die Tafeln entweder auf dem Gestein, oder auch auf einer Eisenglanztafel aufgewachsen, so dafs der centrale Streifen, als eine Fortwachsung des Krystalls erscheint. Der Rutil ist von folgenden Flächen umschlossen: $o = P$, $t = P\infty$, $c = oP$, $m = \infty P$, $a = \infty P2$. Die Streifung rührt von einem oscillirenden Auftreten eines achtseitigen Prismas her. Wie die Zeichnung erkennen läfst, bildet der Eisenglanz nicht nur feine Verzweigungen in den Rutil hinein, sondern er umschliefst auch kleine Partien von Rutil. Die Fig. 12 stellt die gröfste Rutiltafel des Handstücks dar; sie ist mit dem als verbrochen dargestellten Ende aufgewachsen. Der Eisenglanz theilt sich hier in drei unregelmäfsig gestaltete Strahlen, welche Winkel von 30° mit einander bilden. Wie die Streifung sogleich erkennen läfst, bildet der Rutil drei durch Eisenglanz verbundene Individuen. Die Randflächen dieser Tafeln sind so aufserordentlich klein und schmal, dafs es meist sehr schwierig ist, dieselben sicher zu erkennen. Der breitere Mittelstrahl des Eisenglanzes hat zu den beiden angränzenden Rutilfeldern, welche Einem Individuum angehören, die oben angegebene normale Stellung, so dafs

P des Eisenglanzes mit einem *t* des Rutils fast in eine Ebene fällt. Die ebenen Winkel, mit denen sich die Eisenglanz-Rutiltafel in dieser mittleren Partie begränzt, sind folgende: 150° (gebildet auf der Basis des Eisenglanzes durch *P* und *n*) und 147° 13′ (gebildet auf *a* des Rutils durch *t* und *o*). Die Flächen *o* und *n* weichen demnach gleichfalls nicht allzusehr in ihrer Lage von einander ab.

Während *P* und *t* der mittleren Partie zusammen einspiegeln, kann auf der Oberseite begreiflicher Weise dasselbe Verhältnifs für die seitlichen Rutilindividuen nicht stattfinden, vielmehr würde hier die Coïncidenz auf der Unterseite zu beobachten seyn, wenn überhaupt die Ausbildung des Randes es gestattete. Für die Verwachsungen Figg. 13 und 14 ist es nicht ganz unwahrscheinlich, dafs der verästelte Eisenglanzstrahl einen Zwilling darstellt in der Weise der linearischen Eisenglanzzwillinge von Plaidt (s. diese Mitth. Forts IV, No. 16, diese Ann. Bd. 422, S. 125, Taf. I, Fig. 25). In diesem Falle können beide Rutilindividuen eine identische Stellung zum Eisenglanz besitzen. Das Verhältnifs ist in Fig. 14 angedeutet.

78. Merkwürdige Krystalle von künstlichem gediegen Kupfer.

Auf der Versammlung der deutschen geologischen Gesellschaft zu Wiesbaden (Sept. 1873) übergab mir Herr Prof. v. Seebach eine krystallinische Bildung von gediegen Kupfer, welche auf galvanischem Wege durch Hrn. Prof. Senft in Eisenach dargestellt war. Aus einem Aggregat sehr kleiner Krystalle ragen gröfsere hervor, welche eine Ausdehnung bis zu 4 Mm. erreichen. Das Ansehen dieser Kupferkrystalle war ein ganz ungewöhnliches, so dafs, auch nachdem erkannt war, dafs eine regelmäfsige Verwachsung vorläge, es mir nicht sogleich gelingen wollte, die Flächen zu deuten. Sämmtliche gröfsere Krystalle, welche auf einer kleinkörnigen Masse von Kupfer aufgewachsen sind, zeigen eine fast identische Ausbildung, welche in den Figuren 15, 15*a* und *b* dargestellt ist.

Die Krystalle sind stets Zwillinge, mit einem Ende aufgewachsen, etwas verlängert in der Richtung gegen das freie Ende. Das Zwillingsgesetz ist das gewöhnliche, bei welchem eine Oktaëderfläche Zwillings- und Verwachsungsebene ist. Meist begränzen sich die beiden Individuen noch mit einer zweiten Ebene, normal zur Zwillingsfläche und bilden so Penetrations- oder Durchkreuzungszwillinge.

Fig. 15 stellt eine schiefe Projection der so merkwürdigen Gebilde dar, 15*b* eine gerade Projection auf die Zwillingsebene, 15*a* eine solche auf eine Ebene normal zum Zwillingsprisma. Den Schlüssel zur Entzifferung der Combination bildete die schiefe Kante $o : \underline{o}$ Fig. 15, deren Werth nahe 141° gefunden wurde. Es ist dies die bekannte Zwillingskante (141° 4′), zu welcher am sog. Spinellzwilling die Oktaëderflächen beider Individuen zusammenstofsen. Die Neigung $o : \underline{o}$ ergab sich sehr nahe gleich 109° 28′, d. h. gleich dem Kantenwinkel des Oktaëders. Die Flächen *i* gehören einem Ikositetraëder an. Zur Bestimmung desselben diente die vertikale Kante $i : \underline{i} =$ (Fig. 15) $= 83°$, demnach $i : o' = 138\frac{1}{2}°$; so ergiebt sich die Formel von $i = (a : a : \frac{1}{6}a)$, 6*O*6,

6*O*6 ist eine bisher beim gediegen Kupfer nicht bekannte Form, welche wohl zuerst am Bleiglanz (G. Rose's Elem. d. Kryst. III. Aufl. von Alex. Sadebeck), dann am Binnit von Schrauf und an demselben Mineral auch von Dr. Hessenberg und mir beobachtet wurde. An unsern Kupferkrystallen treten die Flächen des Ikositetraëders mit eigenthümlicher Hemiëdrie auf. Betrachten wir einen Quadranten des Zwillings Fig. 15, so leuchtet alsbald ein, dafs in diesem Quadranten zwei andere Flächen 6*O*6 zur Ausbildung hätten gelangen können. Dieselben müfsten auftreten an den spitzen Ecken der Fläche *o*. In Fig. 16 ist das Ikositetraëder 6*O*6 in derselben Stellung und in gerader Projection gezeichnet wie dasselbe in dem zur Linken liegenden Individ des Zwillings Fig. 15*b* erscheint. Die beiden Flächen des Ikositetraëders, welche denen des Zwillings entsprechen, sind durch Schraffirung

hervorgehoben. Für unseren Durchkreuzungszwilling berechnen sich folgende Winkel (vgl. Fig. 15 *a*):

	gemessen	berechnet
$o : o' =$		109° 28′
$o : i =$	124½°	124 11
$i : i =$	109½	110 ¾
$o : o'' =$		109 28
$o : \underline{o} =$	140½	141 4
$o : \underline{i} =$	83 0′	82 56
$i : \underline{i} =$	140½	141 20 einspr.

Man bemerke, daſs nahe gleich ist der Winkel der ausspringenden Zwillingskante = 141° 4′ und derjenige der einspringenden (seitlichen) Kante = 141° 20′. Ein anderes bemerkenswerthes Winkelverhältniſs ergiebt sich, wenn wir an das Zwillingsprisma $\underline{i}\,i\,o\,\underline{o}$ eine horizontale, gleichsam basische Fläche legen und die Neigungen von *o* zur Zwillingsebene und zu dieser Basis betrachten: jene ist 70° 32′, diese letztere 35° 16′ d. h. genau die Hälfte. Es folgt dies daraus, daſs die bezeichnete Ebene eine Oktaëderfläche ist. Am Ikositetraëder 6*O*6 ist die Neigung zweier in der oktaëdrischen Ecke gegenüberliegenden Kanten (161° 4½′) nahe gleich dem Winkel der oktaëdrischen Kanten selbst (161° 20′). Diese beiden nähern sich in dem Maaſse, als die Ikositetraëder würfelähnlicher werden.

Unter den vorliegenden Kupferzwillingen befinden sich auch solche, bei denen das eine Individuum auf den Raum eines Quadranten beschränkt ist, während das andere drei Quadranten einnimmt. Auf Fig. 15 *a* blickend, denke man sich das links vorne liegende Individ auch den Quadranten hinten links einnehmend. Es geschieht dies in der Weise, daſs die Fläche $\underline{i}'$ jenen ganzen Quadranten ausfüllt und sich mit *o*′ in einer Kante schneidet. An die Stelle der Zwillingskante $o'' : \underline{o}'$ ist nun die Kante $\underline{i}' : \underline{o}'$ getreten, welche genau dieselbe Lage resp. Neigung zur

Vertikalen besitzt wie jene, während der Winkelwerth 112° 0′ beträgt statt der Zwillingskante $o : \underline{o} = 141° 4'$.

Was die Ausbildung der Flächen betrifft, so ist das Oktaëder eben und glänzend, während die Ikositetraëderflächen weniger gut gebildet und etwas gewölbt sind.

Die oben geschilderten Krystalle wurden durch Prof. Senft in einem, dem sogen. Meidinger'schen Elemente ähnlichen Apparate dargestellt, dessen wesentlichste Theile die folgenden sind. Ein gröfseres Gefäfs, dessen unterer Theil zu einem engeren Vorstofs gestaltet, ist mit Bittersalzlösung gefüllt. In dieselbe taucht eine umgestülpte, mit einem durchbohrten Kork verschlossene Flasche, welche mit Wasser und Kupfervitriolkrystallen gefüllt ist. Auf dem Vorstofs des gröfseren Gefäfses ruht ein Zinkring, während der untere engere Theil des Gefäfses einen Kupferring enthält. Mit den Ringen sind die Leitungsdrähte in Verbindung. Das galvanisch ausgeschiedene Kupfer setzt sich nun theils am Kupferring, theils an den Wänden des engeren Theils des gröfseren Gefäfses ab. (Nach einer brieflichen Mittheilung des Hrn. Prof. Senft; s. dessen bald erscheinende Synoptik des Mineralreichs.)

79. Hypersthen vom Mont Dore in der Auvergne, entdeckt von Hrn. Des Cloizeaux.

Hr. Des Cloizeaux hatte die Güte, in einer brieflichen Mittheilung (17. Aug. 1873) von seiner interessanten Entdeckung des Hypersthens in einem trachytischen Gesteine des Rocher du Capucin bei den Bädern des Mont Dore mich zu benachrichtigen (s. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XXV, S. 566). Vor Kurzem hatte derselbe ausgezeichnete Forscher die Güte, mir mehrere Handstücke jenes Vorkommens zu senden, welche bei ihrem hohen Interesse mir Veranlassung bieten, zugleich auf Grund der von Des Cloizeaux gegebenen Beschreibung (*Traité de Minéralogie T. II, p. XV,* 1874) einige Bemerkungen über die in Rede stehenden Krystalle und ihre Beziehungen zum Hypersthen (Amblystegit) vom

Laacher See zu machen (s. diese Mitth. Forts. VIII, No. 41, diese Ann. Bd. 138, S. 529). Das Interesse des Gegenstandes resultirt besonders aus der Erwägung, dafs der Hypersthen, welcher früher nur, in plutonischen Gesteinen eingewachsen, ohne Krystallform bekannt war, erst vor wenigen Jahren in Auswürflingen des Laacher Sees in ausgezeichneten kleinen Krystallen aufgefunden wurde, deren Form genau übereinstimmt mit dem fast gleichzeitig von V. v. Lang aus dem Breitenbacher Meteoreisen (zusammen mit Asmanit Maskelyne's, rhombische Kieselsäure) beschriebenen Bronzit. Des Cloizeaux's Entdeckung berechtigt zu der Annahme, dafs Hypersthen (d. h. die rhombische Species der Augitfamilie) mehr verbreitet in vulkanischen Gesteinen sey, und sich bisher unter den in Poren dieser Gesteine aufgewachsenen kleinen Augiten verborgen hat.

Die von Hrn. Des Cloizeaux gesandten Gesteine entsprechen einem zweifachen Vorkommen, indem das eine den Hypersthen in braunen rektangulären Prismen, das andere ihn in äufserst dünnen lichtgrünlichen Täfelchen zeigt.

a) das Muttergestein ist ein dunkler Trachyt, mit vielen Drusen und etwas streifigem Gefüge. Die Drusen, zu denen sich die Gesteinsmasse förmlich auflöst, sind fast ganz erfüllt mit zierlichen Krystallen von Sanidin und Tridymit, erstere wohl als etwas ältere, letztere als etwas jüngere Bildung, mit ihnen Eisenglanz und Hypersthen. Die rektangulären Prismen des Hypersthens sind in der Richtung der Brachydiagonale (Axe *a*) gewöhnlich etwas dicker als parallel der Axe *b*. Ihre Länge beträgt bis 3^{mm}, ihre Dicke $\frac{1}{2}$ bis 2^{mm}. Sie sind durchscheinend, stark dichroitisch, sehr glänzend, besonders auf den Flächen *a* und *b*.

An diesen Krystallen, welche in den Figg. 19 und 19*a* dargestellt sind, beobachtete ich folgende Flächen:

$o = (a : b : c)$, P	Des Cl.	$b\frac{1}{2}$
$i = (\frac{1}{2}a : b : c)$, $2\bar{P}2$		a_3
$e = (a : 2b : c)$, $\bar{P}2$		n
$u = (a : \frac{2}{3}b : c)$, $\frac{3}{2}\breve{P}\frac{3}{2}$		x
$y = (\frac{1}{2}a : \frac{2}{3}b : c)$, $2\bar{P}\frac{4}{3}$		
$m = (a : b : \infty c)$, ∞P		m
$z = (a : 2b : \infty c$, $\infty\bar{P}2$		
$h = (4b : c : \infty a$, $\frac{1}{4}\breve{P}\infty$		c^4
$k = (2b : c : \infty a$, $\frac{1}{2}\breve{P}\infty$		e^2
$l = (\frac{4}{3}b : c : \infty a$, $\frac{3}{4}\breve{P}\infty$		
$d = (\frac{1}{2}a : c : \infty b$, $2\bar{P}\infty$		
$a = (a : \infty b : \infty c)$, $\infty\bar{P}\infty$		h^1
$b = (b : \infty a : \infty c)$, $\infty\breve{P}\infty$		g^1
$c = (c : \infty a : \infty b$, $0P$		p

An diesen Krystallen maafs ich mit dem grofsen Goniometer:

Kr. I. $m : b = 134° 18'$
Kr. II. $m : b = 134\ 18$
$m' : b = 134\ 4.$

Diese Kante giebt Des Cloizeaux zu 134° 6′ an; für den Hypersthen von Laach beträgt der Werth 134° 10′ und für den Bronzit von Breitenbach nach von Lang 133° 18′

$m : u = 134° 54'$
$52'.$

Am Hypersthen von Laach 134° 53½; Bronzit von Breitenbach 134° 57.

$u : u' = 132° 2'$; (131° 55′ Laach; 131° 50′ Breitenbach)
$a : u = 114° 0'$; (114° 2½ Laach; 114° 5′ Breitenbach).

b) Die zweite Varietät des Hypersthens, äufserst dünne Täfelchen von lichtgrüner Farbe, schmückt die Poren und Blasenräume eines feinkörnigen lichten Trachyts, in Begleitung von wasserhellen Tridymitgruppen, Magneteisen und feinen bis 4^{mm} langen und $\frac{1}{2}^{mm}$ dicken Prismen, welche

durch Des Cloizeaux als Zirkon bestimmt wurden. Die sehr kleinen demantglänzenden Krystalle stellen eine Combination der Grundform mit dem ersten quadratischen Prisma dar. Sie erhalten ein abweichendes Ansehen dadurch, daſs von den vier Oktaëderflächen, welche zur Polecke zusammenstoſsen, nur zwei, welche sich in einer Polkante schneiden, entwickelt sind. Ich maaſs am groſsen Goniometer

$$\begin{aligned} \infty P : \infty P &= 90^0 \\ P : P &= 123\ 26' \\ &\quad\ 28 \\ P : \infty P &= 132\ \ 7, \end{aligned}$$

welche Winkel sehr gut mit denen des Zirkons übereinstimmen. Die Flächen, namentlich des Prismas, tragen ähnliche Vertiefungen, wie sie für die sublimirten Krystalle des Vesuvs so charakteristisch sind. Das Auftreten des Zirkons mit allen Anzeichen eines durch Sublimation gebildeten Minerals ist sehr unerwartet. Alle genannten Mineralien sitzen auf einer die Drusenwandung bildenden weiſsen, körnigen Silikatmasse. Die äuſserst kleinen grünlichen Hypersthene besitzen die Form Fig. 18, 18*a*, eine Combination der Flächen:

$$\begin{aligned} u &= (a : \tfrac{2}{3}b : c), \quad \breve{P}\tfrac{3}{2} \\ m &= (a : b : \infty c, \ \infty P \\ k &= (2b : c : \infty a), \ \tfrac{1}{2}\breve{P}\infty \\ d &= (\tfrac{1}{2}a : c : \infty b), \ 2\bar{P}\infty \\ a &= (a : \infty b : \infty c), \ \infty\bar{P}\infty \\ b &= (b : \infty a : \infty c), \ \infty\breve{P}\infty. \end{aligned}$$

Die Fig. 17 giebt die nur wenig veränderte Zeichnung Des Cloizeaux's wieder.

Zum Vergleiche mit den Hypersthenen aus der Auvergne ist in Fig. 20 nochmals die Varietät vom Laacher See in gerader Projektion auf die Horizontalebene dargestellt. Während die Laacher Krystalle in der Richtung der Querfläche *a* etwas mehr ausgedehnt sind, herrscht

an den Hypersthenen vom Capucin meist die Längsfläche *b* (Brachypinakoïd).

80. Foresit, ein neues Mineral der Zeolith-Familie aus den Granitgängen der Insel Elba.

Durch die Güte des Hrn. Raf. Foresi zu Portoferrajo, welcher um die mineralogische Kenntnifs seiner heimathlichen Insel, namentlich durch Begründung eines mineralogischen Museums aller elbanischen Vorkommnisse zu Portoferrajo grofse Verdienste sich erworben hat, erhielt ich vor Kurzem einige neue Mineralfunde, die eine interessante Ergänzung der bisher bekannten granitischen Gangmineralien jenes berühmten Vorkommens darbieten [1]). Es sind zeolithische Mineralien, welche bekanntlich in granitischen Gesteinen nur selten und sporadisch erscheinen. Hr. Foresi fügte seiner Sendung die Mittheilung hinzu, „dafs die übersandten Mineralien — rothe Turmaline, bedeckt von einer weifsen aus kleinen Krystallen bestehenden Kruste; sehr reiner frischer Pollux; kleine Krystalle von Gyps-ähnlichem Ansehen, welche man für Heulandit hält; ferner sphärische Gebilde, welche theils als Prehnit theils als Stilbit angesprochen werden; endlich derber Castor — sich in der ihm eigenthümlich zugehörigen grofsen Granitmasse „*Masso della fonte del Prete*“ in unmittelbarer Nähe des Dorfs S. Piero in Campo gefunden haben und dort in 4^{m} Tiefe durch Sprengarbeit gewonnen worden seyen.“

Die zugleich mit den Mineralien gesandten Gesteinsstücke bestehen aus dem charakteristischen Turmalingranit, einem Gemenge von Feldspath — in diesen Stücken lichtfleischroth —, weifsem Oligoklas mit deutlicher Zwillingsstreifung, Quarz, Lithionglimmer, Turmalin. Das letztere Mineral ist im Gesteine schwarz oder dunkelschwärzlichgrün, gegen die Drusen hin wird die Farbe lichtgrünlichgelb, stets mehr ausblassend, in den Drusen selbst stellt sich die pfirsichblüthrothe Farbe ein und zwar

1) S. Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. Bd. XXII, S. 644 (1870).

zunächst nur in den äufseren Partien des Krystalls. Während der grünlichgelbe Kern sich allmählig verliert, nimmt der ganze Krystall jene zarte Rosafarbe an, welche der Turmalin keines andern Fundorts in gleichem Tone zeigt. Ueberaus schön gränzt der peripherische grünlichgelbe und der centrale röthliche Farbenton an einander. In den Drusen finden sich nun, die genannten Mineralien — Feldspath, Oligoklas, Quarz, Lithionglimmer und Turmalin bedeckend: — *Desmin* (Breithaupt), der Strahlzeolith Werner's (Stilbit Des Cloizeaux's), *Stilbit* (Heulandit), endlich das neue Mineral, der *Foresit*. Der Desmin bildet bis 15^{mm} grofse sphärische Gebilde (Sphärodesmin), welche aus garbenförmig gruppirten Krystallen bestehen. Die Kugelfläche wird durch die gewölbte Basis der excentrisch ausstrahlenden Individuen gebildet. An den freier stehenden, weniger zusammengehäuften Krystallen bemerkt man von Krystallflächen: das Brachypinakoïd $\infty \breve{P} \infty$, welchem die vollkommene Spaltbarkeit parallel geht, das Makropinakoïd $\infty \bar{P} \infty$ mit verticaler Streifung, das rhombische Oktaëder *P* mit nur untergeordneten Flächen. Ich fand das spec. Gew. des elbanischen Desmins = 2,207 (bei 17° C.). Der Desmin nimmt zwar nicht Theil an dem eigentlichen Mineralgemenge des Ganggranits, erscheint vielmehr nur in den Drusenräumen; dennoch kann die Bildung dieses zeolithischen Minerals in den elbanischen Granitgängen nicht in der Weise eine secundäre seyn, dafs sie erst nach völligem Abschlufs der Bildung der übrigen Gangmineralien begonnen hätte. Es folgt dies aus der Thatsache, dafs die Desminkugeln zierliche rothe Turmaline rings umschliefsen, deren Entstehung offenbar gleichzeitig und gleichartig mufs gewesen seyn.

Von besonderem Interesse ist der elbanische Stilbit. Die Farbe ist lichtgelblich. Die Krystalle (Gröfse bis 4^{mm}), zwar schön gebildet, doch wegen nicht vollkommener Ebenheit der Flächen zu ganz genauen Messungen nicht

geeignet, sind eine Combination der bekannten Flächen (s. Taf. I, Fig. 23).

$$N = (a : \infty b : \infty c), \quad \infty P \infty$$
$$M = (\infty a : b : \infty c), \quad (\infty P \infty)$$
$$P = (a : \infty b : c), \quad P \infty$$
$$T = (\infty a : \infty b : c), \quad 0P$$
$$s = (\tfrac{1}{2}a : \tfrac{1}{2}b : c), \quad 2P$$
$$u = (\tfrac{2}{3}a : \tfrac{2}{3}b : c), \quad \tfrac{2}{3}P.$$

Vorstehende Formeln beziehen sich auf die Aufstellung und die Grundform Naumann's (s. Elem. d. Min. 9. Aufl. S. 367), welcher an dem monoklinen Charakter des Stilbits festhält.

Manche dieser Krystalle zeigen in ihrer Mitte eine parallel dem Klinopinakoïd *M* verlaufende ebene Theilungsfläche. Diese Theilung wiederholt sich zuweilen mehrfach und bedingt eine Streifung, welche die gröfste Analogie mit der Zwillingsstreifung der triklinen Feldspathe besitzt. Die angedeutete Erscheinung ist an dem elbanischen Stilbit auch von A. d'Achiardi in seiner verdienstvollen *Mineralogia della Toscana* p. 114 (1873) bemerkt worden, wie aus seinen Worten hervorgeht: *Taluni di questi cristalli mostrano come un piano di unione nel loro mezzo e parallelo alla faccia secondo della quale avviene facilissima e perfetta la sfaldatura* [1]). In Bezug auf die zuweilen bei dem Stilbit auftretende, zwillingsähnliche Verwachsung theilt mein Freund Dr. Hessenberg mir in gefälliger Zuschrift vom 20. April Folgendes mit: „Ich habe die Thatsache der zwillingischen Theilung seit vielen Jahren an Isländer Krystallen in meinem Besitze besonders schön zu sehen Gelegenheit gehabt. Sie selbst scheinen den Stilbit mit den meisten Mineralogen für entschieden monoklin zu halten. Aber gerade die Zwillingstheilung, von Breithaupt (Handb. d. Mineralogie Bd. III, S. 449 und Atlas Taf. XI, Figg. 276 und 277) schon vor Jahren beob-

1) Ueber zeolithische Mineralien in den Granitgängen Elba's gab auch Nachricht Gius. Grattarola „*Sopra alcuni minerali dell' isola d'Elba non ancora descritti o accennati*" im *Bollettino Geologico No.* 9, 10. 1872.

achtet, hat denselben veranlafst, das Mineral für triklin zu halten. Vielleicht giebt es beim Stilbit zwei polysymmetrische Varietäten (im Sinne Scacchi's); denn in der That, so deutlich die zwillingische Halbirung sich an den Isländer Krystallen zeigt, so entschieden fehlt dieselbe an andern Fundorten. Die Krystalle vom Giebelbache bei Viesch, sodann die rothen von Drio le Palle in Fassa verhalten sich ganz monoklin. Bei den Isländischen ist es aber genau wie Breithaupt's Figuren es darstellen; sie zeigen eine mehrfach lamellare Zusammensetzung mit ein- und ausspringenden Winkeln, ähnlich — nur nicht so fein — wie beim Albit, und resultiren vielleicht aus einem ähnlichen Zwillingsgesetz: Drehungsaxe ist die Normale zum Brachypinakoïd *M*.

An einem von Dr. Hessenberg mir verehrten kleinen, vortrefflich ausgebildeten Isländer Stilbit konnte ich für dies Vorkommen durch genaue Messung am grofsen Goniometer die trikline Natur bestätigen. An diesem Krystall (s. Fig. 23) bilden die Flächen $P : \underline{P}$, $N : \underline{N}$ deutlich wahrnehmbare stumpfe ausspringende Kanten; die Unterseite war verbrochen. Gut meſsbar waren die folgenden Kanten, zu deren Vergleichung die von Des Cloizeaux angegebenen Werthe dienen mögen:

			Des Cloizeaux
$z : P =$	146°	37 35	146° 53′
$P : u =$	155	24 22	155 23
$z : u =$	138	44	138 21
$u : M =$	107	50 55	106 34
$z : M =$	112	25	111 58
$P : M =$	90	39	90 0

Man ersieht aus diesen Messungen und Andeutungen, dafs die krystallographische Kenntnifs des Stilbits noch keineswegs vollkommen abgeschlossen ist. Der Stilbit aus den elbanischen Granitgängen würde sich, zufolge der Zwillingserscheinungen, der triklinen Isländer Varietät anreihen.

Dem Desmin und Stilbit reiht sich, als drittes zeolithisches Mineral, der Foresit an. Auf dies Mineral wurde zuerst die Aufmerksamkeit gelenkt durch die Ingenieure G. Pullé und C. W. Capacci in einem Aufsatze „*Un viaggio nell' arcipelago Toscano*", gedruckt in der zu Florenz erscheinenden Zeitung *La Nazione* No 49 — 52, 1874. „Dies Mineral, in Bezug auf welches wir hoffen, dafs es zu Ehren des Hrn. Raf. Foresi, welcher es entdeckte, Foresit möge genannt werden, bildet gewöhnlich eine aus kleinen Kryställchen gebildete Inkrustazion auf den anderen Drusenmineralien des Turmalingranits." Der Foresit erscheint als das jüngste Gebilde jener Drusen, denn er inkrustirt nicht nur den Feldspath und Turmalin, sondern in gleicher Weise auch den Desmin, in einer 1 bis 2 Mm. dicken weifsen Rinde. Besonders häufig ist der Turmalin mit dieser Foresit-Rinde überzogen, welche den Turmalin zuweilen gänzlich bedeckt und dessen Form nur unvollkommen hervortreten läfst. Zuweilen wölbt sich die, ursprünglich offenbar dem rothen Turmalin anliegende Rinde empor, indem sich unter ihr eine neue Inkrustazion bildet. Diese krystallinischen Krusten finden sich meist noch den Turmalinen anhaftend, von welchen man sie leicht absprengen kann (wobei der Turmalin mit glänzenden und glatten Flächen entblöfst wird), nicht selten indefs finden sie sich gleich Hohlformen isolirt.

Das Krystallsystem des Foresits ist rhombisch, die Form sehr ähnlich derjenigen des Desmins. Die bis 1 Mm. grofsen Prismen sind eine Combination des Makro- und Brachypinakoids ($\infty \breve{P} \infty$ und $\infty \bar{P} \infty$), das letztere, mit Perlmutterglanz, besitzt eine sehr deutliche Spaltbarkeit und herrscht vor über das Makropinakoid, welches nur Glasglanz besitzt. Am Ende sind die kleinen Prismen begränzt durch die basische Fläche oP. Sehr untergeordnet tritt, nur selten, das Oktaëder P mit kleinen dreiseitigen Flächen auf, die den Kanten des rektangulären Prismas aufgesetzt sind. Es gelangen nur zwei annähernde Messungen dieser klei-

nen Oktaëderfläche, der Kanten $P : oP = 132^0$ und $P : \infty\breve{P}\infty$ = circa 121^0. Diese Winkel, sowie die ganze Flächencombination und das Ansehen der Foresitkrystalle spricht für ihre Isomorphie mit dem Desmin, bei welchem die Neigung $P : oP = 132^0\ 0'$ und $P : \infty\breve{P}\infty = 120^0\ 22'$ (nach Des Cloizeaux). Die Basis ist, ähnlich wie bei dem Desmin, etwas gewölbt; das spec. Gew. wurde in zwei Versuchen bestimmt = 2,403 und 2,407, (bei 17° C.) erheblich höher als das Gewicht des Desmins = 2,1 bis 2,2.

Der Wassergehalt des Foresits wurde durch Glühen bestimmt, nachdem die Ueberzeugung von der Abwesenheit des Fluors gewonnen war. 0,584 Gr. Substanz waren längere Zeit bei 50° C. getrocknet worden. Dieselben verloren

nach zweistündigem Erhitzen bei 100° — 110°	1,71 Proc.
„ „ „ „ 160 — 180	5,65 „
bei schwachem Rothglühen, ½ Stunde	15,38 „
bei starkem Rothglühen, ¼ Stunde	14,89 „
bei sehr starkem Glühen über dem Gebläse	15,06 „

Eine zweite Bestimmung ergab Folgendes: 0,918 Gr. verloren, nachdem sie längere Zeit bei 50 — 60° getrocknet, nach dreistündigem Erhitzen bei 200° — 240° 6,59 Proc. bei Rothglühen eine halbe Stunde, 14,76 „ über dem Gebläse 15,09 „

In einem dritten Versuche wurde der gesammte Wassergehalt = 15,31 bestimmt.[1]) Vor dem Löthrohr bläht sich der Foresit auf und schmilzt. Durch Chlorwasserstoffsäure schwierig zersetzbar; die Kieselsäure scheidet sich nicht gallertartig ab. Nach starkem Glühen und Verlust des Wassers ist das Mineral in H Cl nur noch sehr wenig zersetzbar. Durch eine qualitative Analyse wurden als Bestandtheile nachgewiesen: Kieselsäure, Thonerde,

1) In einem vierten Versuche war der Wasseraustritt nach 3stündigem Erhitzen auf 180° 5,06 Proc.; 3 Stunden bei 200° 5,76. Mehrstündig fortgesetztes Erhitzen hatte keinen weitern Wasserverlust zur Folge. Der gewöhnlichen Temperatur während 10 bis 12 St. ausgesetzt, nahm das Mineral das verlorene Wasser wieder auf. — Verlust bei Dunkelrothglühen 13,78; bei stärkerem Glühen 14,9; über dem Gebläse 15,20 Proc.

Kalkerde, kleine Mengen von Magnesia und von Alkalien. Drei Analysen, welche mit dem, von zwei verschiedenen Sendungen des Hrn. Foresi herrührenden Material ausgeführt wurden, ergaben:

	I.	II.	III.	Mittel	
Kieselsäure	49,87	50,06		49,96	Ox. 26,64
Thonerde	27,69	27,11		27,40	12,70
Kalk	5,37	5,57		5,47	1,56
Magnesia	0,45	0,36		0,40	0,16
Kali	—	—	0,77	0,77	0,13
Natron	—	—	1,38	1,38	0,36
Wasser	15,09	15,06	—	15,07	13,40
				100,45.	

Es verhalten sich demnach die Sauerstoffmengen, welche wir uns verbunden denken mit $CaO\,(MgO) + Na_2O(K_2O) : Al_2O_3 : SiO_2 : H_2O = 0{,}99 : 5{,}72 : 12 : 6{,}04$, wofür wir setzen können $1 : 6 : 12 : 6$.

Da nun Ox. von $CaO\,(MgO)$: Ox. von $Na_2O\,(K_2O) = 1 : 3$, so können wir die Formel des Foresits schreiben:

$$Na_2O,\ 3CaO,\ 8Al_2O_3,\ 24SiO_2,\ 24H_2O.$$

Zufolge der zweiten oben angegebenen Wasserbestimmung dürfen wir vielleicht annehmen, dafs ungefähr die Hälfte des Wassergehalts bei einer anhaltenden Temperatur von 240° — 250° fortgehe, dafs aber die andere Hälfte erst durch Glühen ausgetrieben werden kann. Wenn wir dieser Thatsache in der Formel Ausdruck geben, so können wir dieselbe schreiben

$$H_{24}Na_2Ca_3Al_{16}Si_{24}O_{88} + 12H_2O.$$

Die aus der Formel berechnete Zusammensetzung ist:

Kieselsäure	49,27
Thonerde	28,14
Kalk	5,76
Natron	2,05
Wasser	14,78
	100,00.

Die Selbständigkeit des Foresits als einer neuen Spezies erhellt sogleich aus einer Vergleichung der gefundenen Mischung mit derjenigen der bereits bekannten Zeolithe.

Am nächsten verwandt ist wohl der Desmin, nicht nur in der Krystallform, wie bereits oben angedeutet, sondern auch in der chemischen Mischung, wie aus seiner Formel CaO, Al_2O_3, $6SiO_2$, $6H_2O$ erhellt. Die Formel des Desmins unterscheidet sich demnach dadurch, dafs anstatt zweier nur Ein Mol. Thonerde vorhanden ist. Eine ähnliche Mischung hat auch der Skolezit, CaO, Al_2O_3, $3SiO_2$, $3H_2O$, vom Foresit verschieden durch die doppelte Menge der Kalkerde. Der Foresit zeichnet sich vor allen bekannten Zeolithen durch das Zurücktreten des zweiwerthigen Elements (Ca) in der Formel im Vergleiche zu Al und Si aus. Wenn die gefundene Mischung nicht ganz mit der berechneten in Uebereinstimmung ist, so liegt der Grund offenbar in der Schwierigkeit, vollkommen reines Material zu erhalten. In der That sind den aus kleinen Foresitkrystallen gebildeten Rinden auch feine Quarzprismen, sowie Desmine und rothe Turmaline beigemengt. Letztere stellen sich zuweilen als fast haarfeine Nadeln dar.

Unter den die grofsen Drusen der Granitmasse *della Fonte del Prete* erfüllenden und bekleidenden Mineralien verdient eine besondere Beachtung der Pollux, welcher sich in etwas gröfserer Menge als früher und in grofser Reinheit gefunden hat. Das Ansehen der Stücke ist dasjenige des reinen Kamphers. Die Flächenrudimente, welche die wie zerfressen erscheinenden Stücke begränzen, haben einen schwach opalisirenden Glanz. Aufser in derben Massen hat sich in jenen Drusen der Pollux auch krystallisirt gefunden; unter den von Hrn. Foresi gefundenen Krystallen besitzt einer ein Gewicht von 71 Gr., während jener bekannte Krystall in der *Ecole des mines* zu Paris nur etwa 20 Gr. wiegt. Ich bestimmte das spec. Gew. eines 3,5 Gr. schweren Stückchens Pollux 2,877. Der durch Glühen ermittelte Wassergehalt des frischen, wasserhellen Pollux beträgt 2,54 Proc. in naher Uebereinstimmung mit der Bestimmung Pisani's (*Compt. rend. T.* 58, *p.* 714) = 2,40 und Plattner's = 2,32. Ueber die Zusammensetzung dieses Pollux hoffe ich später Mittheilung machen zu können.

Anmerkung 1. Als weitern Beitrag zu unserer Kenntnifs der *Kalknatron-Feldspathe* (s. diese Mitth. No. 50, Ann. Bd. 144, S. 219 und No. 65, Ann. Bd. 147, S. 274; desgl. Anmerk. Ergänzungsbd. VI S. 378) theile ich in folgender Tabelle die Resultate der Analysen von 4 Plagioklasen mit, welche constituirende Gemengtheile einiger andesitischer Trachyte des Hochlandes von Ecuador bilden (s. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Berlin. Sitz. v. 8. Jan. 1874).

	I.	II.	III.	IV.
Kieselsäure	60,48	59,39	59,1	55,86
Thonerde	25,35	26,08	26,1	28,10
Kalk	7,25	8,20	8,85	10,95
Kali	0,08	0,22	0,5	—
Natron	7,28	6,74	5,5	5,09
	100,44	100,63	100,05	100,00.

I. Plagioklas aus dem Quarz-Andesit des Vulkans Mojanda. Spec. Gew. 2,666 (bei 15° C.). Glühverlust 0,04. Kieselsäuregehalt des Gesteins = 69,78 Proc.

II. Plagioklas aus dem röthlichen Andesit des Kraters Pululagua. Spec. Gew. 2,659 (bei 16° C.). Glühverlust 0,12. Kieselsäuregehalt des Gesteins = 65,16 Proc.

III. Plagioklas aus dem Hornblende-Andesit des Guagua-Pichincha. Spec. Gew. 2,620 (bei 16° C.). Glühverlust 0,01. Kieselsäuregehalt des Gesteins 64,55 Proc. (Die Analyse weist nur die ersten Decimalen auf, weil das zu jeder der beiden Analysen zur Verfügung stehende Material nur 0,5 Gr. betrug).

IV. Plagioklas aus dem Hornblende-Andesit von Pomasqui (3 Leguas nördlich Quito). Spec. Gew. 2,644 (bei 15½° C.). Glühverlust 0,11. Kieselsäuregehalt des Gesteins, eines Einschlusses der trachytischen Calacali-Tuffe, = 62,03 Proc. Es wurde von diesem Feldspath nur Eine Analyse (mittelst Aufschliefsen durch kohlensaures Natron) ausgeführt, und das Natron aus dem Verluste bestimmt.

Die Plagioklase I, II, III können demnach als eine isomorphe Mischung von 1 Mol. Albit + 1 Mol. Anorthit betrachtet werden, deren Zusammensetzung folgende seyn würde:

Kieselsäure 59,73. Thonerde 25,59. Kalk 6,97. Natron 7,71.

Die konstituirenden Plagioklase der Andesite des Mojanda (oder Yana-Urcu), des Kraters Pululagua und des Vulkans von Quito, des Pichincha, sind demnach Andesin.

Der Plagioklas IV kann als eine isomorphe Mischung von 1 Mol. Albit + 2 Mol. Anorthit, d. h. als ein Labrador betrachtet werden, dessen berechnete Mischung:

Kieselsäure 55,53. Thonerde 28,49. Kalk 10,35. Natron 5,73.

Diese Analyse lehrt demnach, dafs in den Andesiten auch Labrador als konstituirender Gemengtheil vorkommen kann.

Anmerkung 2. *Krystallform des Cordierits* (Dichroit) der *Laacher Auswürflinge.* Cordierit-führende Gesteine bilden eine der bemerkenswerthesten Eigenthümlichkeiten der Geologie des Laacher Sees. Am Vesuv nichts Analoges bekannt. Es sind schiefrige Gesteine, welche aufser Cordierit auch Sanidin, Biotit und — accessorisch — Saphir, Granat, Diopsid, Ceilanit, Magneteisen u. e. a. Mineralien enthalten. Prof. Th. Wolf (jetzt in Quito) hat den Laacher Cordieritgesteinen in seiner vortrefflichen Arbeit „die Auswürflinge des Laacher Sees" (Zeitschr. deutsch. geol. Ges. Bd. XIX, S. 472) eine genaue Beschreibung gewidmet, welche durch einige Bemerkungen über die Formen dieses Cordierits zu ergänzen, ich mir gestatte, siehe Taf. I Figg. 21 und 22.

Das Schiefergestein, aus welchem die mir bereits vor längerer Zeit durch Hrn. Wolf verehrten Krystalle stammen, läfst aufser Cordierit noch erkennen: Granat in lichtgelblichen bis röthlichen kleinen Krystallkörnern; Diopsid in bis 10^{mm} grofsen, zuweilen zu Büscheln vereinigten Strahlen, welche theils in der Schieferungsebene, theils quer gegen dieselbe liegen. Die Cordierite, 1 bis 4^{mm} grofs, dunkelviolblau, sind in der Gesteinsmasse eingewachsen, demnach ihre Flächenausbildung wenig vollkommen und zu Messungen nicht geeignet. Der Dichroismus der Krystalle ist sehr deutlich, sie erscheinen in der Richtung der Hauptaxe sehr dunkel, senkrecht gegen dieselbe viel lichter, bläulichgrau. Eine Verschiedenheit der Farbentöne in der Richtung der Makro- und der Brachydiagonale konnte ich nicht deutlich wahrnehmen. Die gewöhnliche Form der Laacher Cordierite ist in Fig. 21 Taf. I dargestellt. Fig. 22 stellt die an einem Krystall, welcher in einen drusenartigen Raum hineinragte, beobachteten Flächen dar. Demnach kommen am Laacher Cordierit folgende Formen vor, bezogen auf ein Oktaëder als Grundform, welches in den makrodiagonalen Endkanten 100° 34′, in den brachydiagonalen 135° 56′, in den Lateralkanten 95° 36′ mifst (es sind die von Des Cloizeaux für das Oktaëder $b\frac{1}{2}$ angenommenen Winkel):

Oktaëder	$r = (a : b : c)$,	P
„	$s = (a : b : \frac{1}{2}c)$,	$\frac{1}{2}P$
„	$o = (a : \frac{1}{3}b : c)$,	$3\breve{P}3$
„	$u = (a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{4}c)$,	$\frac{3}{4}\breve{P}3$
Vertic. Prisma	$m = (a : b : \infty c)$,	∞P
„	$d = (a : \frac{1}{3}b : \infty c)$,	$\infty \breve{P}3$
Makropinakoïd	$a = (a : \infty b : \infty c)$,	$\infty \bar{P}\infty$
Brachypinakoïd	$b = (\infty a : b : \infty c)$,	$\infty \breve{P}\infty$.

Die kleinen Prismen sind deutlich spaltbar parallel b. Die Basis, welche fast immer allein die Endigung bildet, zeigt meist deutliche Anwachsringe; zuweilen bemerkt man auf derselben Partien mit metallähnlichem Glanze.

Anmerkung 3. In No. 67 dieser Mitth. (Ergänzungsbd. VI, S. 337) schilderte ich die verschiedenen Formen der *vesuvischen Augitkrystalle*, namentlich der gelben Varietät. Es wurde damals versäumt, darauf hinzuweisen, dafs bereits 1856 Hr. Dr. Hessenberg (s. Min. Notizen No. 1 S. 19 und 21, Schriften d. Senckenberg'schen naturf. Gesellsch.) einen dieser seltenen, gelben vesuvischen Augitkrystalle beschrieben und gezeichnet hat. Jener Krystall wies aufser den Flächen $o = 2P$, $m = \infty P$, $a = \infty P\infty$, $b = (\infty P\infty)$, $s = P$, $p = +P\infty$, $c = oP$, $r = \frac{1}{2}P$ (bei Des Cloizeaux b^1) noch folgende mehr untergeordnete Hemioktaëder auf, welche in meinen Zeichnungen vesuvischer Augite nicht eingetragen sind: $\frac{4}{3}P3$ und $-2P$.

Die Hemipyramide $\frac{4}{3}P3 = (\frac{4}{3}c : a' : 3b)$ führt bei Des Cloizeaux die Signatur β; sie wurde an Diopsiden von Ala durch Marignac aufgefunden, an vesuvischen Krystallen zuerst von Hessenberg beobachtet. Die Form $-2P = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b : c)$ wurde von Hessenberg entdeckt, entspricht $d^{\frac{1}{2}}$ bei Des Cloizeaux.

Erklärung der Tafel I.

Fig. 1, 1*a*. Juxtapositionszwilling des Tridymits nach einer Fläche $(6a : 6a : \infty a : c)$, $\frac{1}{2}P$.

Fig. 2, 2*a*. Penetrationsdrilling mit vorherrschendem Mittelindivid, nach demselben Gesetze, parallel einer Fläche $\frac{1}{2}P$.

Fig. 3. Juxtappositionsdrilling parallel $\frac{1}{2}P$ mit Durchwachsung des Mittelindivids.

Fig. 4, 4*a*. Vierling nach dem Gesetze „$\frac{1}{2}P$“, die Individuen in Juxtaposition verbunden.

Fig. 5, 5*a*. Penetrationszwilling parallel einer Fläche $(\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a : \infty a : c)$, $\frac{1}{2}P$. Die Zwillingsebene halbirt den stumpfen einspringenden Winkel.

Fig. 6, 6*a*. Doppelzwilling. Die beiden äufsern Individuen I und II sind verbunden nach dem Gesetze „$\frac{4}{3}P$“. Die mittleren Individuen sind mit den äufseren (III mit I und IV mit II) verwachsen nach dem Gesetze „$\frac{1}{2}P$“.

Fig. 7, 7*a*. Zwillingsgruppe nach beiden Gesetzen: I und II sind verbunden parallel $\frac{4}{3}P$, III mit II parallel $\frac{1}{2}P$.

Fig. 8, 8*a*. Vierlingsgruppe. Der Drilling, Individuen I, II, III, verbunden nach dem Gesetze „$\frac{1}{2}P$“ mit verkümmertem Mittelindivid. Individ IV zwillingsverbunden sowohl mit I als auch mit III entweder nach dem Gesetze „$\frac{4}{3}P$“, oder als äufsere Individuen einer Gruppe parallel $\frac{1}{2}P$.

Fig. 9. Verwachsung von sechs Individuen. An einen Drilling parallel $\frac{1}{2}P$ mit vorherrschenden äufseren Individuen legt sich eine Tafel (gleich dem Ind. IV in der Fig. 8), welche sich durch die Individuen V und VI zum Drilling ausbildet.

Fig. 10. Verwachsung aus acht Individuen. Uebergang zur polysynthetischen Gruppirung der Tridymittäfelchen.

Fig. 11. Kalkspath-Zwilling vom Oberen See, in der Sammlung auf dem Schlosse Schaumburg an der Lahn.

Figg. 12, 13, 14. Verwachsungen von Rutil mit Eisenglanz. Die Stellung der Rutilindividuen wird bedingt durch feine Strahlen von Eisenglanz.

Figg. 15 bis 16. Gediegen Kupfer, auf galvanischem Wege dargestellt durch Prof. Senft in Eisenach. 15 ein Durchkreuzungszwilling in schiefer Projection, 15*a* in gerader Projection auf die Horizontalebene. Fig. 15*b* auf die Längsfläche. Fig. 16 das Ikositetraëder 6*O*6 projicirt auf eine Oktaëderfläche. Die schattirten Flächen entsprechen denjenigen, welche in der Fig. 15*b* vorhanden sind.

Figg. 17 bis 19. Hypersthen vom Capucin-Felsen unfern Mont-Dore les Bains in der Auvergne, entdeckt durch Hrn. Des Cloizeaux. 17 nach Des Cloizeaux, *Traité de Min. T. II 1 fasc.* 18, 18*a* grünliche Krystalle in Begleitung von Tridymit und Zirkon, 19, 19*a* braune Krystalle in Begleitung von Sanidin und Tridymit.

Fig. 20. Hypersthen von Laach (der sogen. Amblystegit).

Figg. 21 und 22. Cordierit von Laach.

Fig. 23. Stilbit-Zwilling von Island.

II. *Ueber directe und indirecte Bestimmung der Pole an Magneten;*

von Th. Petruschevsky,
Professor der Physik an der Universität in Petersburg.

Coulomb's bekannte Arbeiten aus dem Ende des vorigen Jahrhunderts haben uns zuerst Aufschluſs über die Vertheilung des freien Magnetismus in durch Doppelstrich magnetisirten Stahlstäben gegeben; darauf bestimmte zuerst Biot die Gleichung der Curve, welche die Intensität des freien Magnetismus, in ihrer Aenderung von der Mitte zum Ende eines Magnets, ausdrückt und zeigte zugleich, daſs Coulomb's empirisch gefundene Curve im Allgemeinen mit der von Biot auf theoretischem Wege hergeleiteten so gut übereinstimmt, als die Genauigkeit von Coulomb's Methode zur Bestimmung der magnetischen Intensität an einzelnen Punkten des Magnets, erwarten

liefs. Bekanntlich wandte Coulomb hiezu die Schwingungsmethode an. Es ergab sich indessen bei näherer Prüfung, dafs die aus den Beobachtungen an den Endpunkten gefundenen Intensitäten, wenn sie auch verdoppelt wurden, bedeutend geringer waren, als es die Gleichung Biot's forderte. Zu den nämlichen Resultaten gelangten auch bei Anwendung verschiedener Beobachtungsmethoden andere Beobachter wie Lamont und Van Rees: die Biot'sche Gleichung stimmte im Allgemeinen mit den Beobachtungsresultaten; an den Endpunkten ergab sich jedoch eine zu starke Intensität. Diese Abweichungen schreiben die Beobachter den Schwierigkeiten zu, welche alle angeführten Beobachtungmethoden gerade für die Endpunkte darbieten. Ueberhaupt wird man zugeben müssen, dafs der Grad der Uebereinstimmung zwischen den Versuchsresultaten und der Biot'schen Formel, wenn er auch genügt, um das Gesetz über eine ideale Vertheilung des Magnetismus herzuleiten, doch zugleich zeigt, dafs die ideale Vertheilung von der wirklichen mehr oder minder abweicht und dafs diese Abweichung für jeden speciellen Fall eine andere seyn wird.

Bekanntlich fällt bei jeder Vertheilung des Magnetismus die Lage des Poles mit der Lage des Schwerpunktes einer Fläche zusammen, welche begränzt wird, einerseits durch die Curve der magnetischen Vertheilung, andererseits durch die dem Endpunkte entsprechende Intensität, als Ordinate und drittens endlich durch die Abscisse, welche durch die halbe Länge des Magnetstabes gebildet wird. Die Lage dieses Schwerpunkts kann sowohl durch Rechnung, als durch graphische Construction gefunden werden. Wenn nun in einem speciellen Falle die Lage des Poles bestimmt werden soll, so hat man erst die Vertheilung des Magnetismus für diesen speciellen Fall zu ermitteln und zwar für beide Hälften des Magnets gesondert. Die Genauigkeit in der Bestimmung dieser Lage hängt somit von der Genauigkeit der Methode ab, mit welcher die Vertheilung des Magnetismus bestimmt worden. Alle bis jetzt angewandten Beobachtungsmethoden sind

indessen sehr unvollkommen und bieten besonders grofse Schwierigkeiten für die Untersuchung der Endpunkte der Magnete; hier aber gerade ist die Vertheilung des freien Magnetismus für die Lage des Pols von hervorragendem Einfluſs. Es muſs daher wünschenswerth erscheinen, eine allgemeine, nicht auf der Vertheilung des Magnetismus basirende, experimentelle Methode zur Bestimmung der Pole zu finden. Schon seit längerer Zeit beschäftige ich mich mit dieser Frage und habe die erste Lösung der Aufgabe im Jahre 1862 in einer, in russischer Sprache erschienenen Abhandlung gegeben. Da ich seitdem noch viele hieher einschlagende Untersuchungen angestellt habe, so will ich dieselben hier, systematisch geordnet und durch neue Beobachtungen ergänzt, mittheilen[1]).

In jüngster Zeit hat noch Pouillet seine Arbeiten über die Bestimmung der Pole bekannt gemacht; von den verschiedenen von Pouillet angewandten Methoden ist die letzte die beste, doch kann sie für Stahlmagnete nicht angewandt werden, da sie die Voraussetzung einer symmetrischen Lage der Pole involvirt, diese Voraussetzung aber, wie unten gezeigt werden soll, für Stahlmagnete im Allgemeinen unstatthaft ist. Daher kann Pouillet's Methode nicht in jedem speciellen Falle angewandt werden; dieses aber gerade ist für eine strenge Untersuchung der Magnetisirungsmethode nothwendig.

Indem ich nun zur Auseinandersetzung meiner Methode directer Bestimmung der Pole übergehe, will ich mich erst über einige Ausdrücke verständigen, welche ich

1) Meine Abhandlungen über den Magnetismus sind unter folgenden Titeln, alle in russischer Sprache, erschienen:
   1. Ueber die Methode directer und indirecter Bestimmung der Pole in Magneten und Elektromagneten. Im „Boten" für die mathematischen Wissenschaften für 1862.
   2. Ueber normales Magnetisiren. Petersburg 1865.
   3. Methoden und Apparate zur Bestimmung der Pole in Magneten und Elektromagneten. In den Berichten der ersten Versammlung russischer Naturforscher in Petersburg. 1868.
   4. Ueber die Bestimmung der Pole in Elektromagneten. In meinem Cursus der Experimentalphysik. Zweiter Band (1869) 1871.

häufig gebrauchen werde. *Absoluten* Pol nenne ich den Angriffspunkt der parallel gerichteten magnetischen Kräfte, *relativen* Pol hingegen den Angriffspunkt des Resultirenden aus nicht parallel gerichteten magnetischen Kräften. Wenn im Folgenden kurzweg vom Pole gesprochen wird, so soll darunter stets der absolute verstanden seyn, es sey denn, daſs das Gegentheil besonders hervorgehoben wird. Da die intensivsten magnetischen Kräfte auf einem kleinen Raume, nahe am Ende des Magnets concentrirt sind, so können dieselben als parallel gerichtete betrachtet werden in Bezug auf einen äuſseren Punkt, welcher der Wirkung des Magnets ausgesetzt und demselben verhältniſsmäſsig nahe gerückt ist. Die Gültigkeit dieser Annahme wird weiterhin experimentell constatirt werden.

Erste Methode direkter Bestimmung der Pole.

Es stelle NOS (Fig. 1 Taf. III) die Horizontalprojection eines Magnets dar, welcher an einem, in der Mitte zwischen N und S liegenden Punkte aufgehängt sey. Die Linie MM' sey parallel zu NS und beide liegen in einer horizontalen Ebene. Der Linie MM' entlang mögen sich kleine, auf diese Linie senkrecht gerichtete und zugleich horizontale Magnete verschieben, die ich kurz die Nadeln nennen will. Betrachten wir zuerst die Wirkung der Nadel m auf den Pol N und zwar in der Voraussetzung, daſs die Entfernung Nm groſs genug sey, um zu gestatten, den Pol N als einen absoluten anzusehen.

Es läſst sich dann leicht zeigen, daſs die gegenseitige Wirkung, welche der Punkt N und die Nadel m auf einander ausüben, ihr Maximum erreicht, wenn m dem Pole N gerade gegenüber steht. In der That wird (Fig. 2, Taf. III) in beliebiger Stellung der Nadel $n's'$ ihre Wirkung T auf den Pol N durch die Gleichung

$$T = p\left(\frac{\sin^3 \alpha}{nN^2} - \frac{\sin^3(\alpha+\gamma)}{sN^2}\right)$$

ausgedrückt, worin p eine von der Intensität des Magnetes NS und der Nadel abhängige Constante bedeutet, α

hingegen und $\beta = \alpha + \gamma$ die Winkel CNn' und CNs'. Wenn wir nun, ohne auf die physikalische Bedeutung der Annahme einzugehen, $\gamma = 0$ setzen, so wächst hiermit offenbar der Werth von T; nun ist aber

$$\sin^2\alpha\left(\frac{1}{nN^3} - \frac{1}{sN^3}\right) < \left(\frac{1}{nN^3} - \frac{1}{sN^3}\right),$$

d. h. unter der Voraussetzung $\gamma = 0$, ist die Wirkung der Nadel ns auf den Pol N geringer als der letzte Ausdruck und umsomehr mufs es daher der volle Werth von T seyn. Es befinde sich nun m (Fig. 1, Taf. III) in der geringsten Entfernung vom Pole N. Wäre aufser dieser Wirkung keine andere vorhanden, so wäre die Lage des Poles einfach durch den Kreuzungspunkt der verlängerten Nadel m mit dem Magnete NS gegeben. Nun mufs aber die Wirkung des S-Poles auf die Nadel m das eben erwähnte Resultat modificiren und wir wollen nun statt dieser perturbirenden Wirkung eine andere ihr gleiche aber entgegengerichtete einführen. Zu diesem Zwecke wird eine zweite Nadel m', der ersten m entgegengerichtet, eingeführt, so dafs die eine den S-Pol anzieht, die andere hingegen ihn abstöfst. Beide Wirkungen annuliren sich sobald $Sm = Sm'$ wird, und die magnetischen Momente der Nadeln m und m' gleich sind. Es bleibt dann noch die Wirkung der Nadel m' auf den Pol N, welche Wirkung compensirt werden kann durch einen dritten Magnet m'', welcher dem zweiten entgegengerichtet ist und für welchen $Nm'' = Nm'$.

Wir wollen uns mit drei Nadeln begnügen und annehmen, dafs dieselben beim Verrücken stets den oben angeführten Bedingungen Genüge leisten, d. h. dafs bei einer Verschiebung der Nadel m, die beiden anderen sich der Art verrücken, dafs mS stets gleich $m'S$ bleibe und ebenso $m''N = m'N$. Genügt man diesen Bedingungen, so kann man die Betrachtungen nur auf die Wirkung der Nadel m auf den Pol N beschränken und die Aufgabe wäre hiemit gelöst. Die erwähnten Bedingungen führen darauf hinaus, dafs die Bewegungen der Nadeln m und m'' stets gleich, die der Nadeln m und m' aber entgegengerichtet

seyn müssen; dabei müssen die Geschwindigkeiten der Bewegung für alle drei Magnete gleich grofs seyn.

Die durch diese Bedingungen geforderten Bewegungen können durch eine Schraube erlangt werden, welche an den zwei Enden gleiche, aber entgegengerichtete Gewinde hat.

Die Einstellung der Nadeln *m*, *m'* und *m''* wird zuerst nur annähernd gemacht und zwar so, dafs die Mitte der willkürlich gewählten Entfernung *mm'* gegenüber dem Punkte *S* zu liegen kommt, welcher, gleichfalls angenähert nach den Coulomb'schen Beobachtungen bestimmt wird. Man nimmt für's Erste die Entfernnng des Punktes *S'* vom Ende des Magnets zu 25 bis 35 Millim. an, je nach der Gröfse des Magnets und beginnt hiermit die Messung. Man bestimmt erst die Lage des Poles *N*, indem man das System von Nadeln so lange verschiebt, bis man die gröfste Wirkung zwischen *m* und *N* erreicht, alsdann bestimmt man die Lage des Poles *S*. Wenn diese letzte Bestimmung von der bei der Einstellung gemachten Annahme stark abweicht, so mufs die Bestimmung für *N* wiederholt werden, wobei aber für *S* die zuletzt gefundene Lage angenommen wird.

Nach einigen Beobachtungen auf die angegebene Weise gab ich indessen diese Methode auf, indem ich sie durch eine einfachere ersetzte.

Zweite Methode für die directe Bestimmung der Pole.

Es sey die Lage eines Poles (*S*) bekannt, der Magnet sey an diesem Pole aufgehängt und durch ein Gegengewicht *P* in horizontaler Lage äquilibrirt (Fig. 3, Taf. III). In derselben Horizontalebene bewege sich ein kleiner Magnet *ns*, die Nadel, in der Richtung *AB* parallel zu *NS*, wobei er stets senkrecht zu *AB* bleibe. Fällt der Aufhängepunkt des Magnets mit dem Pole *S* genau zusammen, so ist die Bestimmung des anderen Poles, dessen Lage wir unsymmetrisch annehmen wollen, sehr einfach. Man hat für diesen Zweck, ähnlich wie bei der ersten Methode, diejenige Lage der Nadel *ns* auf *AB* zu finden,

bei welcher ihre Wirkung auf den Magnet NS den Maximalwerth erreicht; alsdann ist der Kreuzungspunkt der verlängerten Nadel mit dem Hauptmagnete der gesuchte Pol. Im Allgemeinen jedoch wird der Pol S mit dem Aufhängepunkte Q nicht genau zusammenfallen, da derselbe nach den Coulomb'schen Versuchen ja nur annäherungsweise bestimmt worden; daher wird die Nadel ns auch auf den kurzen Hebelarm des Magnets eine gröfsere oder geringere Wirkung ausüben. Es fragt sich nun, unter welchen Bedingungen die Verschiebung der Nadel ns von solchen Aenderungen in der Wechselwirkung zwischen ihr und dem zu untersuchenden Magnete begleitet sey, welche ausschliefslich nur von der Wirkung der Nadel ns auf den Pol N hervorgebracht wird.

Es bezeichne:

$2L$ die Entfernung zwischen den Polen N und S,
$\pm\delta L$ „ „ „ dem Pole S und dem Annäherungspunkte.
D „ „ „ den Linien NS und AB,
Z „ „ „ der Nadel $s'n'$ vom Punkte ihrer stärksten Wirkung (d. h. $s = ns'$).
l die Entfernung zwischen den beiden Polen der Nadel ns.

Dann ist die Wirkung der Nadel ns auf den Pol N

$$k = \left(\frac{\cos n'Nn}{n'N^2} - \frac{\cos s'Ns}{s'N^2}\right)\left(2L \pm \delta L\right) = \left(\frac{D}{n'N^3} - \frac{D+l}{s'N^3}\right)\left(2L \pm \delta L\right).$$

Da aber

$$n'N^3 = (D^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} \text{ und } s'N^3 = [(D+l)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}},$$

so wird

$$k = \left(2L \pm \delta L\right)\left(\frac{D}{(D^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{D+l}{[(D+l)^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Ebenso finden wir das Drehungsmoment bei der Wirkung der Nadel $n's'$ auf den Pol S. Nennt man dieses Moment F, so ist

$$F = \delta L\left(\frac{D}{[D^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D+l}{[(D+l)^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Damit bei einer Verschiebung von $n's'$ die dadurch hervorgerufene Aenderung von k stärker sey als die von F, mufs der Bedingung $\frac{dk}{dF} > 1$ genügt werden, weil alsdann die Aenderungen in der Lage des zu untersuchenden Magnets vorwiegend nur der Wirkung von ns auf N zugeschrieben werden müssen.

Nun ist aber

$$\frac{dk}{dF} = \frac{2L \pm \delta L}{\delta L} \cdot \frac{z}{2L \pm z} \cdot \frac{\frac{D+l}{[(D+l)^2+z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{(D^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{D+l}{[(D+l)^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[D^2+(2L+z)^2]^{\frac{3}{2}}}}$$

oder schliefslich:

$$\frac{2L \pm \delta L}{\delta L} > \frac{2L \pm z}{z} \cdot \frac{\frac{D+l}{[(2L+z)^2+(D+l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[(2L+z)^2+D^2]^{\frac{3}{2}}}}{\frac{D+l}{[z^2+(D+l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{D}{[z^2+D^2]^{\frac{3}{2}}}}.$$

Setzt man statt der in dem letzten Ausdrucke vorkommenden Zeichen, die aus dem Versuche gefundenen numerischen Werthe, so überzeugt man sich, ob der Bedingung genügt werde oder nicht; im letzteren Falle hat man dann die Werthe von D und l so weit abzuändern, dafs die Zahlen dem Ausdrucke genügen.

Um sich endgültig von der Richtigkeit in der Bestimmung der Lage des Poles zu überzeugen, kann man auf folgende Weise verfahren: nachdem der eine Pol z. B. N auf die angegebene Weise ermittelt worden, hängt man den Magnet um, indem man ihn am N-Pole befestigt, worauf man die Lage des S-Poles bestimmt. Alsdann hängt man den Magnet nochmals um, wiederum an den S-Pol, jedoch genauer als das erste Mal und bestimmt dann nochmals die Lage des N-Poles. Der Versuch zeigt, dafs das Resultut der zweiten Bestimmung von dem der ersten nur in den Gränzen der Beobachtungsfehler abweicht. Diese, wie auch die vorhergehende Methode, gestattet, die Lage der Pole auch dann zu bestimmen, wenn sie

nicht symmetrisch vertheilt sind, wovon man sich leicht aus dem Gange der Untersuchung überzeugt.

Bevor ich zu der Beschreibung des Apparates schreite, den ich zur Bestimmung der Pole construirt habe, will ich auf einige Fehlerquellen aufmerksam machen, welche bei der auseinandergesetzten Methode leicht eintreten können.

a) Die Nadel muſs, während sie verschoben wird, stets senkrecht stehen, sowohl zur Verschiebungsrichtung RM, als auch zur Axe des Magnets NS. Aus einer Abweichung der Nadel von der senkrechten Lage folgt ein Fehler in der Bestimmung des Poles, welcher jedoch durch zwei Beobachtungen eliminirt werden kann, bei welchem die Nadel das eine Mal rechts, das andere Mal links von dem Magnete zu liegen kommt. In der Figur 4, Taf. III bezeichnet NS den aufgehängten Magnet, PQ und RM zwei von NS gleich weit entfernte und ihr parallele Linien. ns sey die Lage der Nadel bei der ersten Beobachtung, $n's'$ bei der zweiten; ferner gehe die Linie oNo' durch den N-Pol und sey senkrecht zu den drei parallelen Linien. Der Nordpol n fällt bei der ersten Lage auf die eine, bei der zweiten auf die entgegengesetzte Seite der Linie oo'. Nimmt man an, wie es nach der Construction des Apparates gerechtfertigt ist, daſs die zwei Richtungen ns und $n's'$ einander parallel seyen, so folgt daraus, daſs wenn die erste Bestimmung des Poles einen positiven Fehler giebt, der Fehler bei der zweiten negativ seyn wird. Nach der einen Messung wird demnach die Entfernung des Poles von dem Endpunkt des Magnets $R+p$, nach der andern hingegen $R-p$. Die halbe Summe aus beiden, d. h. R ist alsdann von dem bezeichneten Fehler frei.

b) Die Nadel stehe senkrecht auf ihrer Verschiebungsrichtung RM Fig. 5, Taf. III, diese aber sey NS nicht parallel, liege jedoch mit NS in einer Ebene. Es sey n die Lage der Nadel in dem Falle, wenn ihre Ver-

längerung den Pol N betrifft; nN sey nicht senkrecht zu NS. Eine Verrückung der Nadel nach n' bewirkt einen Zuwachs, sowohl ihrer Entfernung vom Pole N, als auch des Winkels SN, welcher endlich bei der Lage n'' ein rechter wird; eine Verrückung nach n'' hingegen eine Zunahme in der Entfernung und eine Abnahme im Winkel. Ein Zuwachs des spitzen Winkels SNn vergröfsert das Moment der Wirkung beider Magnete, eine Abnahme dagegen vermindert dasselbe; ein Zuwachs der Entfernung verringert die Kraft, mit welcher die Pole auf einander wirken, eine Abnahme vergröfsert dieselbe. Daraus ist ersichtlich, dafs das Maximum der Wirkung eintritt bei einer Lage irgendwo zwischen n und n''.

Der Winkel nNn'', den wir mit α bezeichnen wollen, ist gleich der Abweichung der Richtung RM vom Parallelismus mit NS. Die Rechnung zeigt, dafs das Maximum der Wirkung für einen Punkt n' eintritt, dessen Lage auf RM dadurch bestimmt wird, dafs der Winkel $nNn' = \frac{1}{3}\alpha$ ist. Eine in diesem Punkte befindliche Nadel trifft, bei gehöriger Verlängerung, den Magnet in N' statt in N, welches der wirkliche Pol ist. Der Fehler, welcher auf diese Weise begangen wird, kann durch Rechnung gefunden werden, sobald α bekannt ist; ich habe es jedoch vorgezogen, den Winkel α aufs Aeufserste zu vermindern durch eine sorgfältige Construction, welche ich unten beschreiben werde.

c) Die magnetische Axe sey der geometrischen nicht parallel, liege jedoch mit ihr in einer Ebene. Wenn RM genau parallel zur geometrischen Axe NS gestellt wird, so bilde die magnetische Axe $N'S'$ mit der Richtung RM Fig. 6, Taf. III einen Winkel β, dessen Einfluſs auf das Resultat der Messung schon oben erörtert ist. Um den Fehler zu eliminiren, der daraus entsteht, dafs die magnetische Axe mit der geometrischen nicht zusammenfällt, mufs man zwei Beobach-

tungen machen, zu einer von jeder Seite des Magnets, wobei jedoch beide Linien RM und PQ der geometrischen Axe NS parallel seyn müssen. Wenn in dem einen Falle die Entfernung des Poles von dem Ende des Magnets gleich l gefunden ist, in dem andern Falle hingegen l', so ist die wahre Entfernung $\lambda = \frac{l+l'}{2}$. Dieses Resultat folgt aus der angenähert richtigen Voraussetzung, daſs $l = \lambda + q$ und $l' = \lambda - q$ ist, wo q den Fehler bedeutet, welcher in Folge der Abweichung der magnetischen Axe von der geometrischen entsteht.

Man kann den erwähnten Fehler auch noch auf anderem Wege eliminiren, indem man nämlich den angehängten Magnet um seine geometrische Axe um 180° dreht, so daſs der obere Theil desselben nach unten zu liegen kommt und umgekehrt. Hierbei geht die magnetische Axe aus der Lage $N'S'$ Fig. 7, Taf. III in die Lage $N''S''$ über und wenn man daher zwei Beobachtungen von der Linie RM macht, welche der geometrischen Axe NS parallel ist, so giebt das arithmetische Mittel aus beiden Resultaten die wahre Lage des Pols. Bei meinen Beobachtungen habe ich indessen stets die erste Methode befolgt, weil ich fürchtete, durch Umlegung des Magnets den Aufhängeapparat zu verrücken.

d) Die magnetische Axe liege nicht in einer Ebene mit der Verschiebungsrichtung der Nadel. In diesem Fall kann aber die horizontale Projection der Axe statt der Axe selbst in Rechnung angebracht werden. Die für die horizontale Projection gefundene Lage des Pols wird sehr wenig von der wahren abweichen, da der Winkel zwischen der magnetischen Axe und der geometrischen sehr klein ist. Beträgt z. B. die Entfernung der Pole 200^{mm}, der Winkel zwischen den Axen 1°, so wird, bei der ungünstigsten Lage der magnetischen Axe, d. h. wenn sie in einer zur geome-

trischen Axe senkrechten Ebene liegt, die Lage des Poles, in der Horizontalprojection bestimmt, doch nur um $0^{mm},1$ von der wahren Lage abweichen.

Bei einem der von mir construirten Apparate war übrigens eine besondere Vorrichtung angebracht zur Untersuchung der Lage der magnetischen Axe; ich übergehe hier jedoch die Beschreibung dieser Construction.

e) Wenn die Nadel genau auf einen Pol gerichtet ist, so entspricht einer ziemlich bedeutenden Verrückung derselben eine relativ geringe Aenderung in der Wirkung der Nadel auf den Magnetpol und die Stellung, wo die Wirkung am gröfsten, kann nicht mit der gewünschten Genauigkeit bestimmt werden. Zur Beseitigung dieses Uebelstandes mache ich zwei Beobachtungen, statt einer, indem ich die Nadel abwechselnd rechts und darauf links von dem angenommenen Punkte der gröfsten Wirkung aufstelle. Im Anfange des Versuchs befinde sich die Nadel im Punkte *b* Fig. 8, Taf. III und werde nun der Lage *c* genähert, in welcher ihre Wirkung auf den *N*-Pol am gröfsten. Ohne auf diesem Punkte stehen zu bleiben, rücke ich die Nadel weiter bis zu einem gewissen Punkte *a*, wo sie den *N*-Pol mit derselben Kraft abstöfst, wie in dem Punkte *b*. Wenn *a b* gering ist in Bezug auf die Entfernung zwischen beiden Magneten, so kann man die Mitte der Linie *a b* als den Punkt annehmen, in welchem die Wirkung der Nadel am gröfsten seyn wird. Bei allen Beobachtungen habe ich die Lage des Pols auf diesem Wege bestimmt.

Die Genauigkeit meiner Methode basirt unter anderem darauf, dafs die magnetische Axe parallel ist der Verschiebungsrichtung der Nadel; daraus folgt aber, dafs die gröfste Wirkung zwischen beiden Magneten nicht durch die gröfste Abweichung des untersuchten Magnets von seiner ursprünglichen Lage bestimmt werden kann. Gesetzt der Magnet befinde

sich schon an seinem Ort, ehe die Nadel an den ihrigen gebracht wird, so wird die magnetische Axe des ersteren in die Richtung des magnetischen Meridians fallen; sobald aber die Nadel aufgestellt wird, so weicht der erste aus seiner Lage ab und der Pol entfernt sich von der Nadel. Um den Magnet in die frühere Lage zurückzuführen, wird von der, der Nadel entgegengesetzten Seite ein neuer Magnet genähert, den wir den Compensator nennen wollen. Bei Aufstellung desselben möge die Nadel im Punkte *b* sich befunden haben. Wird nun die Nadel von ihrer Stelle gerückt, so weicht der aufgehängte Magnet wiederum aus der Richtung des Meridians ab; wenn aber die Nadel weiter verschoben wird, so wird sich eine neue Lage *a* für die Nadel finden lassen, bei welcher der Magnet wiederum in den Meridian zurückkehrt. Wenn hierbei der Compensator unverrückt geblieben, so ist die Wirkung der Nadel auf den Pol des Magnets von *a* und von *b* aus dieselbe.

Beschreibung der Apparate für die Beobachtung nach der zweiten Methode.

Die Apparate, deren ich mich für meine ersten Bestimmungen bediente, waren ziemlich unvollkommen und boten keine Mittel, um die wesentlichen Fehlerquellen zu eliminiren; einen derselben habe ich schon im Jahre 1862 beschrieben. Der von mir kürzlich construirte Apparat entspricht allen Anforderungen und besteht wesentlich aus zwei Haupttheilen, aus dem Apparat, in welchem der zu untersuchende Magnet hängt und dem eigentlichen Meßapparat. Letzterer ist von Hrn. Brauer in Petersburg verfertigt worden. Auf der Tafel II stellen die 1., 2. und 3. Figur den Meßapparat dar, die 4. den Bifilarapparat, in welchem der zu untersuchende Magnet aufgehängt wird. Ich will die Beschreibung mit diesem letzteren beginnen.

Ein cylinderförmiger magnetisirter Stab *NS* (Fig. 4, Taf. II) ist mit dem einen seiner Enden (in vorliegendem Falle mit dem Ende *S*) in eine kurze Messingröhre *bd* geschoben, an welcher ein Messingstab mit beweglichen Gegengewichten *e* und *f* befestigt ist. Die Messingröhre, die den Magnet trägt, ist an eine Messingplatte *F* gelöthet (Fig. 4 und Fig. 4 II, Taf. II), in deren oberem Theile sich eine kleine Rolle *B* befindet. Um diese Rolle ist ein Draht geführt, dessen Enden in die beweglichen Plättchen *ll* eingeklemmt sind, welche auf der oberen Fassung *H* der Glasröhre *OO* aufliegen (Fig. 4 I, Taf. II).

Die Drähte, welche den Magneten tragen, werden mit Hülfe der Schrauben *pp* parallel gerichtet, zum Anhängen wurden Rollen *B* von verschiedenem Durchmesser gebraucht. Das System *pUp* kann in der Fassung *H* gedreht werden und auf diese Weise der Magnet *NS* in ein beliebiges Azimuth gebracht werden. Die untere Fassung *G* der Glasröhre *OO* ist an das Messinggestell *DD* geschraubt, welches die Form des Buchstaben Π hat; in der Zeichnung ist dieses Gestell offen angegeben, um die Röhre *bd* sichtbar zu machen, in Wirklichkeit aber werden diese und die übrigen mittleren Theile durch Fenster beobachtet, die in den Seiten des Gestelles *D* ausgeschnitten sind. Auf das freie Ende *N* des Magnet ist ein Röhrchen mit einem Plättchen *c* aufgesetzt, auf welches einige parallele Fäden gespannt sind, die vor der Beobachtung vertical gestellt werden. Ueber dem Magnete, möglichst parallel seiner Axe, befindet sich ein feiner Silberdraht *ab*. Das Gestell *DDD* ist auf eine Platte geschraubt, die auf einer anderen Ecke drehbar aufsitzt; letztere wird von drei mit Stellschrauben versehenen Füßen unterstützt. Außerdem liegt auf der drehbaren Scheibe eine Messingtafel *KL*, auf welche ein in der Zeichnung fortgelassenes Glasgehäuse gestellt wird. Dasselbe besteht aus zwei Theilen, von denen einer über *ab*, der andere über *df* zu stehen kommt; ebenso werden alle offenen Theile des Gestelles *D* mit Glasscheiben zugedeckt, welche in hiezu bestimmte Fugen

geschoben werden: Auf diese Weise ist das ganze an Fäden hängende System möglichst vor Luftströmungen geschützt.

Zur Beruhigung des Magnets dient ein Aluminiumplättchen *P* (Fig. 4 II, Taf. II), welches durch den Draht *m* und die kleine Schraube *R* an das Plättchen *F* befestigt ist; unter das Gestell *EM* wird beim Beobachten ein Glas mit Oel gestellt, in welches das Plättchen *P* und ein Theil des Drahtes *m* eintaucht.

In den Fällen, wo die Länge des aufgehängten Magnets 250 Mm. überstieg, wurde ein anderes längeres Glasgehäuse benutzt, welches von unten mit einem an der Platte *K* befestigten Stücke Pappe zugedeckt wurde.

Allen Zeichnungen ist der entsprechende Maafsstab beigefügt.

Gehen wir jetzt zur Beschreibung des Meſsapparats über, welcher in der Werkstätte des Hrn. Mechanikers Brauer ausgeführt worden. Fig. 1, Taf. II stellt eine Längsansicht dieses Apparats dar von der Seite gesehen, Fig. 3 eine Breitansicht und Fig. 2 endlich von oben, im Plan. Ein und dieselben Theile sind in allen drei Zeichnungen mit einerlei Buchstaben bezeichnet.

In dem zu beschreibenden Apparat befinden sich drei Haupttheile, und zwar: *a*) ein Mikroskop *Mm* und ein Fernrohr *OO*, um die Axe des hängenden Magnets parallel der Verschiebungsrichtung der Nadel einzustellen; *b*) ein Fernrohr *Rr* mit einem Prisma zur Beobachtung der Enden des oben beschriebenen hängenden Magnets; *c*) ein Maafsstab mit Zubehör zur Messung der Verschiebung der Nadel.

Zum Verständniſs der Details des Apparates dienen die Figuren 1, 2 und 3 der Tafel II; die allgemeine Anordnung wird durch Fig. 9, Taf. III erläutert.

a) Als Gestell des Apparats dient der Bronzerahmen *BB'*, *BB'*, welcher mittelst drei Stellschrauben I, II und III eingestellt wird, die ihrerseits auf den Unterlagen *E*, *F* und *H* ruhen. Dem obern Rande des Rahmens ent-

lang laufen Gleitplatten, welche die Fernröhre und das Mikroskop tragen. Vor allen Dingen stellt man den Meſsapparat neben den Apparat, in welchem der zu untersuchende Magnet *NS* (Fig. 9, Taf. III) hängt, und richtet ihn so, daſs die Kante *BB'* nach Augenmaaſs parallel zu *NS* ist. Alsdann wird mit Hülfe eines Niveau die obere Kante des Rahmens horizontal gestellt. Hiebei hebt man die Stellschrauben so hoch, daſs der auf dem Magnet ausgespannte Faden mit dem Fadenkreuze des horizontalen Fernrohrs *OO* (Fig. 2, Taf. II) zusammenfällt. Hierauf schiebt man längs dem Hebel *LL'* (welcher auf der Tafel II, Fig. 3 und 4 verkürzt dargestellt ist) das verticale Mikroskop *Mm* so lange, bis es über den Draht des Magnets *NS* zu stehen kommt (Fig. 9, Taf. III). Wird nun die Gleitplatte mit dem Hebel *LL'* dem Mikroskop, dem Gegengewicht *P* und dem Fernrohr *Oo* verschoben, so bleiben bei dieser Verschiebung, falls der Draht des Magnets parallel steht zur Axe des Meſsapparats, die Fadenkreuze des Mikroskops und des Fernrohrs stets auf dem Faden des Magneten. Weicht der Draht von der horizontalen Richtung ab, so werden im Bifilarapparat (Taf. II, Fig. 4) die Gegengewichte *e*, *f* verschoben; steht er aber nicht parallel zu der Verschiebungsrichtung des Mikroskops, so verändert man die Lage des Meſsapparats auf folgende Weise: Die Stellschraube III ruht mit ihrem unteren kegelförmigen Ende in einer in der Unterlage *F* gemachten Vertiefung; der Fuſs I liegt auf der glatten Oberfläche der Unterlage *E*; der Fuſs II endlich ruht in der Rinne einer massiven Platte *X* (Fig. 3(*a*) Taf. II, die vermittelst der Schraube *F* auf der Unterlage *H* verschoben werden kann. Fig. 3*a* stellt diese massive Platte von oben dar (*X'*), von vorne (*X*) und von der Seite (*X'* neben *X*). Ist die Rinne annähernd parallel der die Füſse II und III verbindenden Linie gerichtet, so wird durch Drehung der

Schraube *T* der Fuſs II längs der Rinne der mas
ven Platte *X* senkrecht zu der erwähnten Verbindung
linie verschoben, der Fuſs I gleitet auf seiner Unt
lage *B*, der Fuſs III bleibt dabei in der Vertiefu
der Unterlage *F*. Die neue Stellung des Appar
bildet auf diese Weise nach Drehung der Schraube
einen gewissen Winkel mit der früheren Stellung; d
her kann man die Axe des Apparats der Axe d
Magnets parallel richten.

b) In der Fig. 9, Taf. III ist die allgemeine Dispo
tion der Apparate dargestellt worden. Das Fernrohr
an welches ein Hebel mit dem Prisma *R* befestigt i
dient zur Beobachtung der Enden des Magnets *I*
und bleibt während ihrer Beobachtungsreihe unv
ändert. Oben ist gezeigt worden, daſs zur Besti
mung des Punktes der gröſsten Wirkung zwei Bec
achtungen von gleicher Wirkung gemacht werd
müssen, so daſs bei der zweiten Beobachtung der M
gnet in die Lage der ersten zurückkommen muſs. D
Fernrohr *R* hat nun den Zweck, zu ermitteln, ob d
ser Bedingung genügt sey. Im Brennpunkt desselb
befindet sich zu diesem Zwecke ein Fadenkreuz u
auf dem Ende des Magnets, wie bei Beschreibu
des Bifilarapparats erwähnt worden, ein Plättchen n
darübergespannten Fäden. Die Details der Einric
tung dieses Fernrohrs mit allem Zubehör sind auf d
Fig. 3, Taf. II dargestellt. Auf das Rohr *Rr* ist e
Ring mit einem Hebel *ll'* gesetzt, der in Fig. 2 und
Taf. II verkürzt dargestellt; an dem Hebel kann ei
rechtwinkliges Prisma *K* verschoben werden, welch
dem Ende des hängenden Magnets gegenübergestel
wird. Zur Seite des Oculars wird auf das Fernro
der gebrochene Hebel *zZz* gesetzt (Fig. 1, Taf. I
mit den Gegengewichten *Q* und *R*, welche excentris
durchbohrt sind. Diese Construction wurde gewäh
um bei Verschiebung der Gewichte *Q* auf der Axe
den Druck des ganzen Systems versetzen zu könn

entsprechend der Lage des Prismas *K*. Das Fernrohr *Rr* wird übrigens in seinem Zapfen vermittelst der von oben aufgeschraubten Plättchen gehalten (Fig. 2 und 3, Taf. II).

e) Die Theilung ist auf Silberstreifen aufgetragen, welche in die schräg abgeschnittenen Seitenkanten des Rahmens *BB'*, *BB'* eingelassen sind; eine dieser Theilungen ist in der Fig. 1, Taf. II sichtbar. Der Nonius zu dieser Theilung ist an die Gleitplatte geschraubt, auf welcher das Mikroskop *Mm* und das Rohr *OO* sitzen. Auf eben dieser Gleitplatte ist noch Raum gelassen für den kleinen Magnet *ns*, welchen wir, zum Unterschiede vom hängenden, dessen Pole untersucht werden sollen, die Nadel genannt haben. Die Gleitplatte, mit der auf ihr liegenden Nadel wird durch die Schraube *DAA'* verschoben, welche in einer Mutter geht, die in einem Ansatz der Gleitplatte eingeschnitten ist. Der Gang der Schraube beträgt ungefähr 5 Mm. und ist auf ihr ein dreifaches Gewinde geschnitten. Trotz der Gröfse dieses Ganges läfst sich doch eine Verschiebung der Gleitplatte bis auf 0,01 Mm. ausführen. Der Maafsstab ist in halbe Millimeter getheilt, der Nonius theilt weitere 50 Theile, so dafs 0,01 Mm. abgelesen werden können. An der zweiten Gleitplatte, auf welcher das Fernrohr *Rr* und das Prisma aufsitzen, ist eine durchschnittene Schraubenmutter befestigt, welche durch einen kleinen Hebel *y* geöffnet und geschlossen wird, wodürch eine Einstellung auf einen beliebigen Punkt des Maafsstabes ermöglicht ist. Wenn der Punkt der gröfsten Wirkung bestimmt ist, so mufs noch der Abstand desselben vom Ende des Magnets gemessen werden; zu diesem Zweck dient das Mikroskop *Mm*, mit Hülfe dessen man durch einen im oberen Theile der Einfassung *e* (Fig. 4, Taf. II) gemachten Aufschnitt hindurch das Ende des hängenden Magnets sehen kann.

Die Fernrohre können in ihren Lagern umgelegt werden, das Mikroskop aber mit dem Hebel läfst sich auf der Säule *G* um 180° drehen, so dafs der Mefsapparat zu Messungen auf beiden Seiten des Bifilarapparates dient, wie dies zur Elimination der Fehler erforderlich ist.

Die Nadel *ns* kann von dem Magnete um die ganze Länge des Hebels entfernt werden, die 350 Mm. beträgt. Diese Entfernung ist vollkommen hinreichend zur Bestimmung des Pols, sogar bei Untersuchung mit sehr langen Magneten: sollte sich die Entfernung jedoch unzulänglich erweisen, so kann man die Nadel *ns* in einen langen Messingcylinder bringen, der in die Zapfen der Nadel gelegt ist. Auf diese Weise bildet sich die Möglichkeit, die Nadel aufserhalb des Apparats zu bringen und sie vom hängenden Magnete zu entfernen. Der Versuch zeigt übrigens, dafs zur Bestimmung der Stelle des absoluten Pols eines 250 Mm. langen Magnets die Entfernung zwischen der Nadel und dem hängenden Magnete 180 bis 200 Mm. nicht übersteigt. Nimmt man mit Coulomb an, dafs die Vertheilung des Magnetismus und die Stelle des Pols von der Länge des Magnets unabhängig seyen, wenn diese letztere eine gewisse Gröfse übersteigt, so ist eine Entfernung der Nadel von 200 Mm. hinreichend zur Bestimmung der Pole beliebig langer Magnete. Sollte es dennoch erforderlich seyn, die Nadel vom Magnete auch auf 500 Mm. zu entfernen, so kann der hier beschriebene Mefsapparat, ohne etwas von seinen Vorzügen einzubüfsen, dazu benutzt werden.

Die Bestimmung der Pole an Elektromagneten.

Die Bestimmung der Pole gerader Elektromagnete bietet gröfsere Schwierigkeiten dar, als die constanter Magnete, obgleich die hier beschriebenen Apparate und Methoden auch für diesen Fall sich brauchbar erweisen. Der in den Bifilarapparat gebrachte Elektromagnet mufs auf

die in Fig. 10, Taf. III gezeigte Art construirt seyn. Die magnetisirende Spirale und der in sie gelegte eiserne Stab sind mit den Buchstaben *NS* bezeichnet, die untere Spirale *ns* ohne Eisenkern, welche eben so viele aber entgegengerichtete Windungen enthält, wie die obere, dient zur Compensation der Wirkung der oberen Spirale auf die Nadel. Zu diesem Zwecke muſs der Meſsapparat auf solcher Höhe eingestellt werden, daſs die, durch die Axe der Nadel geführte Horizontalebene zwischen den beiden Spiralen in gleichem Abstand von jeder derselben hindurchgeht. Nachdem auf diese Weise die Wirkungen der Spiralen compensirt sind, bleibt nur die Wirkung zwischen der Nadel und dem Elektromagnete. Wenn sich hierbei der Stab auch höher befindet als die Nadel, so hat dieser Umstand ja keinen Einfluſs auf die Bestimmung der Pole.

Der Strom kann in die Spiralen entweder durch die Drähte des Bifilarapparats geleitet werden, oder auch von unten durch besondere Quecksilber-Näpfchen und durch die Drähte *a* und *k*.

Die Bestimmung der Pole an Elektromagneten läſst sich wesentlich vereinfachen, wenn man die in diesem Falle symmetrische Lage der Pole berücksichtigt. Pouillet hat zwei Methoden zur Bestimmung symmetrisch gelegener Pole beschrieben; die zweite dieser Methoden verdient entschieden den Vorzug vor der ersten; doch auch sie ist sehr complicirt. Ich schlage hier eine neue Methode zur Bestimmung der Pole an geraden Elektromagneten vor und eine zweite sehr einfache für Hufeisenmagnete.

Im Centro eines getheilten Kreises *ABC* (Fig. 11, Taf. III) hängt an einem Coconfaden ein kleiner Magnetspiegel *ns*, dessen Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt. Es sey $2L$ die zu bestimmende Entfernung der beiden Pole des Elektromagnets *PG*, der in genügender Entfernung von dem Magnetspiegel und senkrecht auf den magnetischen Meridian gestellt ist, so daſs die Theile *PO* und *OG* einander gleich sind. Sobald durch die Spirale ein Strom hindurchgeleitet wird, lenken diese und der Elek-

tromagnet aus der Ebene des magnetischen Meridians ab. Um die ablenkende Wirkung der Spirale zu compensiren, wird auf der entgegengesetzten Seite eine ähnliche Spirale in solcher Weise angebracht, dafs beim Durchleiten eines Stromes durch beide Spiralen der Magnetspiegel seine Lage nicht verändert. Es wirkt jetzt nur noch der Elektromagnet PG.

Die Entfernung der beiden Pole sey $2L$; bei der in der Figur angegebenen Lage wird das Nordende des Spiegels nach Osten abgelenkt. Mittelst eines oder zweier compensirenden Magnete wird der Magnetspiegel wieder in die Lage des Meridians zurückgeführt. Zu diesem Zwecke ist an der Alhidade des Kreises ein Lineal TH befestigt, an dessen Enden zwei Magnete $n's'$ und $n''s''$ in radialer Richtung aufliegen. Die Zurückführung in den Meridian sey vollständig bei einem Azimuth des Lineals von γ. Beide Magnete üben die gröfste Wirkung aus, wenn sie unter einem rechten Winkel zur magnetischen Axe des Spiegels gestellt und zu gleicher Zeit auf den Mittelpunkt des getheilten Kreises gerichtet sind; sollte selbst bei einer solchen Lage der Magnete der Spiegel nicht in den Meridian zurückgeführt werden können, so mufs die Wirkung des Elektromagnets durch weitere Entfernung desselben von dem Spiegel geschwächt werden. Die Stromstärke mufs während der ganzen Dauer der Beobachtung unverändert bleiben; um dieses erreichen zu können, wurden in die Kette ein Galvanometer und ein Rheostat eingeschaltet, mittelst dessen der Widerstand der Kette, folglich auch die Stromstärke, verändert werden kann. Die Lage der Pole ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Es bedeuten N und S die beiden Pole; die Entfernung $NO = OS$, sey L; den Abstand Oo vom Mittelpunkt des Kreises bis zur Mitte des Magnets bezeichnen wir mit D, die halbe Entfernung der Pole des Magnetspiegels sey l. Wir ziehen die Linien Nn und Sn; es sey dann der Winkel NnO gleich α. Da die gegenseitige Wirkung der Pole N und n im umgekehrten Verhältnisse der

Quadrate der gegenseitigen Entfernungen steht, so ist die Wirkung des Magnets NS auf den Pol n gleich

$$\frac{2 \sin \alpha}{Nn^2}.$$

Da aber

$$\sin \alpha = \frac{L}{Nn}, \quad Nn = \left[L^2 + (D-l)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

folglich:

$$\frac{2 \sin \alpha}{Nn^2} = \frac{2L}{Nn^3} = \frac{2L}{[L^2 + (D-l)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad (A).$$

In ähnlicher Weise läfst sich die Wirkung des Elektromagnetes auf den Pol s des Spiegels ns durch den Ausdruck

$$\frac{2L}{[l^2 + (D+l)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

bestimmen.

Um die gegenseitige Wirkung des compensirenden Magnets $n's'$ und des Magnetspiegels zu finden, müssen wir das Azimuth γ des Lineals TH kennen. Sey ferner die Entfernung der beiden Pole des Magnets $n's' = 2l'$, so wird die Wirkung des Poles n' auf den Spiegel mit genügender Schärfe durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\sin \gamma \left(\frac{1}{n'n^2} + \frac{1}{n's^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

In beiden Fällen ist statt der Winkel Onn' und Osn der Winkel γ genommen, dessen Gröfse das Mittel aus beiden Winkeln ist: um eine entsprechende Gröfse ist das erste Glied der Formel (2) vergröfsert und das zweite verkleinert. Ist $2l$ sehr klein im Vergleich zur Entfernung des Magnetspiegels von dem compensirenden Magnete, so unterscheidet sich die Formel (2) nur wenig von der wirklichen Gröfse. Nennen wir d die Entfernung cT und ziehen mcr senkrecht auf cT, so ist die Linie

$n'n = n'r - nr$ oder sehr nahe $= n'r - l \cos \gamma$

$n's = n'm + ms$ „ „ „ $= n'r + l \cos \gamma$.

Ist aber l sehr klein im Verhältnifs zu d, so kann angenommen werden, dafs $mn' = rn' = d - l$; folglich wird

$nn' = d - l' - l\cos\gamma$ und $n's = d - l' + l\cos\gamma$. Dann ist die Gröfse der Wirkung des Pols n' auf den Spiegel ns:

$$\sin\gamma\left[\frac{1}{(d-l'-l\cos\gamma)^2}+\frac{1}{(d-l'+l\cos\gamma)^2}\right] \quad . \quad (3).$$

Ebenso erhalten wir für die Wirkung des Pols s' auf den Spiegel

$$\sin\gamma\left[\frac{1}{(d+l-l\cos\gamma)^2}+\frac{1}{(d+l+l\cos\gamma)^2}\right] \quad . \quad . \quad (4).$$

Von den zwei in der Klammer stehenden Gröfsen ist $l\cos\gamma$ in der ersten positiv (+), in der zweiten negativ (—), so dafs diese sehr geringen Gröfsen in den Formeln (3) und (4) vernachlässigt werden können; da die ganze gegenseitige Wirkung des Magnetspiegels und des compensirenden Magnets in den magnetischen Meridian zurückgeführt worden ist, so ist der Gleichgewichtszustand annähernd durch folgende Gleichung ausgedrückt (wobei $+l$ und $-l$, immer als sehr kleine Gröfsen, in der Summe der Formeln A und (1) vernachlässigt worden sind)

$$\frac{4L}{(L^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} = \sin\gamma\left[\frac{2}{(d-l')^2}-\frac{2}{(d+l')^2}\right]$$

$$\frac{2L}{(L^2+D^2)^{\frac{3}{2}}} = p\sin\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Obgleich sich L aus dieser Gleichung bestimmen läfst, so ist es doch vorzuziehen, es aus einer zweiten Beobachtung abzuleiten, wobei der Elektromagnet in einer Entfernung R aufgestellt wird, welche bedeutend gröfser oder kleiner ist als D; dann erhalten wir

$$\frac{2L}{(L^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} = p\sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Nach Division der Gleichung (5) durch (6) ergiebt sich

$$\left(\frac{L^2+R^2}{L^2+D^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \text{ und } \frac{L^2+R^2}{L^2+D^2} = \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Ich bemerke hier, dafs die eliminirte Gröfse p nicht nur als angenähert, sondern als streng richtig angesehen werden kann.

Setzen wir $\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = q$, so erhalten wir nach Auflösung der Gleichung

$$L = \left[\frac{D^2 q^{\frac{4}{3}} - R^2}{1 - q^{\frac{4}{3}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Auf diese Weise kann die Entfernung der Pole von der Mitte des Magnets gefunden werden, wenn die Pole symmetrisch liegen.

Die Pole hufeisenförmiger Elektromagnete lassen sich sehr einfach bestimmen. Es sey sn (Fig. 12, Taf. III) eine empfindliche, im magnetischen Meridian hängende Nadel: SN ein Draht, der in der Richtung der Nadel im magnetischen Meridian ausgespannt ist. Der zu untersuchende Elektromagnet $S'PN'$ wird horizontal in der Ebene der Nadel gelegt, so dafs seine beiden Schenkel rechtwinklig zum magnetischen Meridian gerichtet sind; dann wird er so lange in der Richtung beispielsweise von Ost nach Westen, verrückt, bis die aus dem magnetischen Meridian abgelenkte Nadel, unter Einwirkung des Elektromagnets, wieder in ihre anfängliche Lage zurücktritt. Dieses findet nur dann statt, wenn die Linie $N'S'$, die die beiden Pole verbindet, sich unmittelbar unter dem Drahte NS befindet, wodurch ein einfaches Mittel zur Bestimmung der Pole in hufeisenförmigen Elektromagneten gegeben ist.

Einige Resultate aus den Bestimmungen der Pole.

Zum Schlufs dieser ersten Abhandluug will ich einige Bestimmungen der Pole an Stahlmagneten anführen. Diese Bestimmungen sind nach meiner zweiten Methode gemacht.

1. Ein Cylinder aus weichem Stahl von 254 Mm. Länge, 5,1 Mm. Dicke war nach der Methode des Doppelstrichs magnetisirt worden. Der N-Pol stand auf 30,6 Mm. von seinem Ende ab; der S-Pol auf 27,9 Mm. von dem seinigen.

2. Derselbe Cylinder wurde wiederum nach der Methode des Doppelstrichs magnetisirt, doch wurde der Strich nicht genau von der Mitte aus geführt. Der N-Pol stand

auf 20 Mm. von seinem Ende ab; der *S*-Pol auf 27,9 Mm. von dem seinigen.

3. Ein Cylinder von 250 Mm. Länge und 8 Mm. Dicke wurde durch den Doppelstrich [1]) magnetisirt mit aller möglichen Sorgfalt, wie es ohne Gebrauch besonderer Hülfsapparate erzielt werden konnte. Die Entfernung des *N*-Pols erwies sich 24,9 Mm. Die des *S*-Pols 21,1 Mm.

4. Ein Cylinder von 254 Mm. Länge und 8,9 Mm. Dicke werde durch einen einfachen Strich mittelst Hufeisenmagnet auf folgende Weise magnetisirt: Der eine Pol des Hufeisens wurde von der Mitte des zu magnetisirenden Stabes bis zu dessen einem Ende 20 Mal geführt und darauf der andere Pol desselben Hufeisens wiederum von der Mitte des zu streichenden Stabes bis zu dessen anderem Ende auch 20 Mal. Der *N*-Pol wurde in einem Abstande von 23,6 Mm., der *S*-Pol in 22,5 Mm. gefunden.

Ohne in eine Vergleichung der verschiedenen Magnetisirungsmethoden einzugehen, bemerke ich nur, dafs dieselben wenig Vertrauen einflöfsen, weder in Bezug auf eine symmetrische Lage der Pole, noch auf die Gröfse der interpolaren Entfernung. Man mufs vielmehr auf Grund sowohl dieser, als auch anderer, schon früher bekannter Versuche, zugeben, dafs in einem gegebenen Stahlstabe der Magnetismus sehr verschiedenartig vertheilt seyn kann. In speciellen Fällen, von denen ich in einer späteren Abhandlung zu sprechen haben werde, untersuchte ich die Lage der Pole des remanenten Magnetismus in eisernen Stäben, in welchen der Magnetismus durch eine elektromagnetische Spirale erzeugt worden. Obgleich der remanente Magnetismus nur schwach war, so bewährte sich doch auch hier meine zweite Beobachtungsmethode. Ich führe hier nur zwei Fälle solcher Bestimmungen an.

5. Die erste Messung wurde an einem Stabe von 250 Mm. Länge, 7,9 Mm. Dicke gemacht, die Lage des *N*-Pols fand sich 27,5 Mm.; die des *S*-Pols 27,8 Mm.

1) Der Doppelstrich bestand im Auseinanderführen zweier Magnete von der Mitte des zu streichenden Magnets aus nach beiden Enden.

6. Beim zweiten Versuch diente ein Stab von 200 Mm. Länge, 7,9 Mm. Dicke. Die Entfernung des *N*-Pols betrug 23,0 Mm., die des *S*-Pols 22,2 Mm.

Die nach oben beschriebener Methode ausgeführten Messungen an Hufeisenmagneten führten zu einigen positiven Resultaten; hierbei wurden die Einflüsse beider Spiralen durch eine dritte compensirt. Eine Verschiebung der Spiralen auf dem Elektromagnet in der Richtung von den Enden zur Mitte, also zum gebogenen Theile, war stets begleitet von einer Verrückung der Pole in demselben Sinne. So wurde an einem Exemplare eines solchen Magnets eine Verrückung des Poles von 22 bis 49 Mm. beobachtet, wobei die Entfernungen des Poles stets von der Endfläche des Magnets gezählt sind. Die geringste Entfernung der Pole von den Endflächen des Magnets wurde beobachtet, wenn die Spiralen zum Theile schon über den Kern hinausragten. In einigen Fällen gelang es den Pol der Endfläche bis auf 1 Mm. zu nähern; doch war dann die Intensität des Magnetismus am Pole schwächer, als in dem Falle, wenn die Spirale den Kern nicht überragte. Die gröfste Entfernung des Pols von der Endfläche betrug 48 Mm., wobei die Spirale ganz zur Mitte des Hufeisens gezogen war.

Die Lage des Poles hängt nicht von der Intensität des magnetisirenden Stromes ab, sondern einzig von der Stellung der Spiralen.

Besonderen Werth hat die Bestimmung der Pole eines Hufeisenmagnetes dann, wenn derselbe auf einen Anker oder einen Magnet wirkt, welcher in solcher Entfernung vom Hufeisen sich befindet, dafs die Vertheilung des Magnetismus im Hufeisen von ihm nicht beeinflufst wird. Alsdann ist bei gleicher Entwickelung des Magnetismus, die Anziehung des Hufeisens um so stärker, je näher die Pole zur Endfläche liegen.

Von dem gröfsten Nutzen ist in einem Elektromagneten eine möglichste Annäherung der Pole an die Enden in dem Falle, wenn derselbe auf einen diamagnetischen

oder schwach paramagnetischen Körper wirken soll, die ja beide keine Aenderung in der Vertheilung des Magnetismus im Eisenkern hervorrufen können. Aus diesem Grunde ist die Construction, wie Ruhmkorff sie seinem Elektromagnete giebt, wobei die Spirale an das äufserste Ende des Kerns verlegt wird, durchaus zu billigen.

III. *Ein einfaches Gesetz für die Entwickelung und die Gruppirung der Krystallzonen;* von *Dr. Gustav Junghann in Perleberg.*

Die folgende Mittheilung lehnt sich an die von Herrn G. vom Rath in diesen Annalen Bd. 147, S. 22 ff. veröffentlichte Abhandlung über den Anorthit und setzt die Vergleichung der dort auf Tafel II gegebenen Abbildungen Fig. 1 bis 8 und besonders der Fig. 23, welche alle an den vesuvischen Krystallen beobachteten Flächen in einer schematischen Projection darstellt, voraus. Das hier mitzutheilende auf mathematischem Wege *a priori* gefundene Gesetz fand an diesen bildlichen Darstellungen des an Flächen und Zonen reichen Krystalles eine treffliche Gelegenheit zur empirischen Prüfung und soll daher hier mit steter Beziehung auf jene Figuren dargestellt werden. Demgemäfs schliefsen wir uns auch der Wahl des dort zu Grunde gelegten Axensystemes an, wonach wir die — bei horizontal liegender Papierfläche — gegen den Beschauer gerichtete Axe als die positive erste, die nach rechts gerichtete als die positive zweite, die nach oben gerichtete als die positive dritte Axe nehmen. Dagegen weichen wir in der Bezeichnung der Lage der Flächen von der dort gewählten Weifs'schen und Naumann'schen ab und wählen aus leicht erkennbarem Grunde die Miller'schen „Symbole“ ($\mu\nu\varrho$), worin μ, ν, ϱ *Divisoren* der

Grundparameter bedeuten und die der positiven entgegengesetzte Lage eines Flächenparameters durch ein dem betreffenden Index übergesetztes Minuszeichen, z. B. $(\bar{\mu}\nu\varrho)$ bezeichnet wird.

(Siehe „Lehrbuch der Krystallographie von Professor W. H. Miller, übersetzt und erweitert von Dr. J. Grailich. Wien 1856, §. 4.“ — Auf dies Buch wird im Folgenden mehrfach Bezug genommen werden.)

Wenn wir im tesseralen Systeme der Zone zweier Hexaëderflächen

$$100 \quad 010 \quad \bar{1}00 \quad 0\bar{1}0$$

die Flächen einreihen, durch welche die Kanten der Zone gerade abgestumpft werden, also die in der Zone liegenden Dodekaëderflächen, so erhalten wir die Zone

$$100 \quad 110 \quad 010 \quad \bar{1}10 \quad \bar{1}00 \quad \bar{1}10 \quad 010,$$

an welcher bemerkenswerth ist, *dafs das Symbol jedes Gliedes durch Addition der gleichstelligen Indexe der beiden benachbarten Symbole erhalten wird.*

Die *geraden* Abstumpfungen der Kanten dieser vervollständigten Zone sind krystallonomisch nicht möglich, denn die gerade Abstumpfung von 100, 110 würde das Symbol $(\sqrt{2}+1, 1, 0)$, die gerade Abstumpfung von 110, 010 das Symbol $(1, \sqrt{2}+1, 0)$ usw. haben, was dem krystallographischen Grundgesetze widerspricht, dafs die Parameter jeder Fläche zu den Grundparametern des Krystalles in rationellen Verhältnissen stehen, die Indexe der Symbole also immer ganze Zahlen seyn müssen.

Die den geraden Abstumpfungen nächsten krystallonomisch möglichen Abstumpfungen (wir wollen sie als die *krystallonomischen Abstumpfungen* bezeichnen) sind die Tetrakishexaëder-Flächen 210, 120, $\bar{1}$20, usw., durch deren Einschaltung in die obige Zone sich die folgende ergiebt:

I	III	II	III	I	III	II	III	I	
100	210	110	120	010	$\bar{1}$20	$\bar{1}$10	$\bar{2}$10	$\bar{1}$00	usw.

worin wir wieder bemerken, daſs die Symbole der neu eingeschalteten (mit III überschriebenen) Flächen sich durch Addition der gleichstelligen Indexe der beiden benachbarten Flächen I und II ergeben.

Diese Zonenentwickelung durch fortgesetzte Addition der gleichstelligen Indexe zweier Flächensymbole ist, wie hier gezeigt werden soll, auf alle Zonen aller trimetrischen Krystallsysteme anwendbar.

Sind $(\mu\,\nu\,\varrho)$, $(\mu'\,\nu'\,\varrho')$ die Symbole zweier Flächen *A*, *B*, so bildet die Fläche $(\mu+\mu',\ \nu+\nu',\ \varrho+\varrho')=c$ die **erste** ***krystallonomische Abstumpfung ihrer Kante*** und die Zone ***ACB*** ist die ***erste*** aus der Zone ***AB abgeleitete*** Zone. Die krystallonomischen Abstumpfungen der Zone ***ACB***, nämlich die Flächen $2\mu+\mu'$, $(2\nu+\nu',\ 2\varrho+\varrho')=D$ und $(\mu+2\mu',\ \nu+2\nu',\ \varrho+2\varrho')=E$ bilden die ***zweiten*** Abstumpfungen der Zone ***AB***, durch welche diese in der Folge ***ADCEB*** vervollständigt wird. Die in gleicher Weise zu bestimmenden ersten Abstumpfungen der Kanten ***AD, DC, CE, EB*** sind die ***dritten*** Abstumpfungen von ***AB*** usw.

Die Thatsache, daſs die Kante zweier Flächen $(\mu\,\nu\,\varrho)$, $(\mu'\,\nu'\,\varrho')$ durch die Fläche $(\mu+\mu,\ \nu+\nu',\ \varrho+\varrho')$ krystallonomisch abgestumpft wird, ist auf dem mathematischen Wege gefunden worden, der am Schluſs dieses Aufsatzes nachgewiesen wird. Zunächst aber wollen wir jetzt am Anorthit empirisch untersuchen, ob auch *alle* Flächen der an ihm beobachteten Zonen nach dieser Formel gefunden werden.

Die von Hrn. G. vom Rath am Anorthit beobachteten Flächen sind — nach der Bezeichnung durch Miller'sche Symbole:

$P=0\,0\,1$	$n=0\,\bar{2}\,1$	$z=\bar{1}\,3\,0$	$\nu=\bar{2}\,\bar{4}\,1$
$h=1\,0\,0$	$r=0\,6\,1$	$m=1\,1\,1$	$\mu=\bar{4}\,2\,1$
$M=0\,1\,0$	$c=0\,\bar{6}\,1$	$a=1\,\bar{1}\,1$	$\alpha=\bar{4}\,\bar{2}\,1$
$t=2\,0\,1$	$\gamma=0\,1\,3$	$p=1\,\bar{1}\,1$	$s=\bar{4}\,2\,3$
$x=\bar{1}\,0\,1$	$k=0\,1\,3$ [1]	$o=\bar{1}\,\bar{1}\,1$	$i=\bar{4}\,\bar{2}\,3$ [2]

1) Die im Verzeichniſs des Hrn. G. vom Rath stehende Bezeichnung $\frac{3}{5}'\breve{P},\infty$ ist offenbar ein Druckfehler statt $\frac{1}{5}'\breve{P},\infty$, welche letztere so-

$y = \bar{2}01$	$l = 110$	$q = \bar{2}21$	$\pi = \bar{1}\bar{3}1$
$q = \bar{2}03$	$T = 1\bar{1}0$	$u = \bar{2}21$	$\beta = 241$
$e = 021$	$f = 130$	$w = \bar{2}41$	$b = 2\bar{4}1$

wozu noch die Fläche $\alpha = \bar{1}\bar{1}2$ kommt, die nach S. 24 Hr. von Kokscharow an finnischen Krystallen beobachtet hat, während sie an vesuvischen sich nicht vorfindet.

Entwickeln wir nun nach der angegebenen Methode z. B. die Zone $Mflh\,Tz\,M'$ aus den Flächen Mh, so ergiebt sich

I $010 = M$	I $010 = M$	I $010 = M$	I $010 = M$
I $100 = h$	II $110 = l$	III 120	IV $130 = f$
I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$	II $1\,1\,0 = l$	III 120
	II $1\bar{1}0 = T$	III 210	IV 230
	I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$	II $110 = l$
		III $2\bar{1}0$	IV 320
		II $1\bar{1}0 = T$	III 210
		III $1\bar{2}0$	IV 310
		I $0\bar{1}0 = M'$	I $100 = h$
			IV $3\bar{1}0$
			III $2\bar{1}0$
			IV $3\bar{2}0$
			II $1\bar{1}0 = T$
			IV $2\bar{3}0$
			III $1\bar{2}0$
			IV $1\bar{3}0 = z$
			I $0\bar{1}0 = M'$

In dieser Tabelle enthält die erste Columne die beiden Flächen, aus denen die Zone abgeleitet ist und die wir die

wohl der daneben stehenden $(\infty a : b : \frac{1}{4}c)$ als auch der aus dem Folgenden sich ergebenden $0\,\bar{1}\,3$ entspricht.

2) Statt $(a : 2b' : \frac{1}{4}c)$ ist zu lesen $(a' : 2b' : \frac{1}{4}c)$, wie schon die Anschauung aus Fig. 23 oder Fig. 7 ergiebt.

Kernflächen der Zone nennen oder mit I bezeichnen wollen. Die zweite Columne enthält dieselben Flächen I mit den eingeschalteten ersten krystallonomischen Abstumpfungen II; in der dritten Columne sind der vorigen die zweiten Abstumpfungen (Flächen III) eingeschaltet (deren keine am Krystall vorkommt); die vierte Columne endlich läfst die beiden noch fehlenden Flächen *f*, *z* als dritte Abstumpfungen (Flächen IV) erkennen.

Die Zonen des Anorthites gehen im Allgemeinen nicht über die zweiten Abstumpfungen (III) der Kernflächen hinaus. Dritte, vierte ... Abstumpfungen (IV, V ...) kommen nur vereinzelt oder paarweis da vor, wo die Zonen von anderen Zonen geschnitten werden, in denen dieselben Flächen dann Abstumpfungen geringerer Ordnung sind. So ist z. B. die Zone *pqanzw'p'* mit den III-Flächen erschöpft:

I $\bar{1}\,1\,1 = p$	I $\bar{1}\,1\,1 = p$	I $\bar{1}\,1\,1 = p$	
I $\bar{0}\,2\,1 = n$	II $\bar{1}\,\bar{1}\,3 = \alpha$	III $\bar{2}\,0\,3 = q$	
I $1\,\bar{1}\,\bar{1} = p'$	I $0\,\bar{2}\,1 = n$	II $\bar{1}\,\bar{1}\,2 = \alpha$	
	II $1\,\bar{3}\,0 = z$	III $\bar{1}\,\bar{3}\,3$	
	I $\bar{1}\,\bar{1}\,1 = p'$	I $0\,\bar{2}\,1 = n$	
		III $1\,\bar{5}\,1$	
		II $1\,\bar{2}\,0 = z$	
		III $\bar{2}\,\bar{4}\,1 = w'$	
		I $\bar{1}\,\bar{1}\,1 = p'$	

Dagegen enthalten die Zonen *hn*, *he*, je eine, die Zonen *My*, *Mt* je ein Paar vierte Abstumpfungen (V-Flächen); die Zone *MreykncM'* sogar zwei sechste Abstumpfungen (VII-Flächen), *r* und *c*, wie diese Entwickelung zeigt:

I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$	I $0\,1\,0 = M$
I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$	III $0\,0\,1 = e$	IV $0\,3\,1$
I $0\,\bar{1}\,0 = M'$	I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$	III $0\,2\,1 = e$
	II $0\,\bar{1}\,1$	III $0\,1\,2$	IV $0\,3\,2$
	I $0\,\bar{1}\,0 = M$	I $0\,0\,1 = P$	II $0\,1\,1$

III $0\bar{1}2$	IV 023
II $01\bar{1}$	III 012
III $0\bar{2}1 = n$	IV $013 = \gamma$
I $0\bar{1}1 = M$	I $001 = P$
	IV $0\bar{1}3 = k$
	III $0\bar{1}2$
	IV $0\bar{2}3$
	II $0\bar{1}1$
	IV $0\bar{3}2$
	III $0\bar{2}1 = n$
	IV $0\bar{3}1$
	I $0\bar{1}0 = M'$.

In dieser Zone (worin ungewöhnlicher Weise die II-Flächen nicht auftreten) vermissen wir auch in der vierten (bis zu den dritten Abstumpfungen vervollständigten) Columne noch inmer die beiden Flächen $061 = r$ und $0\bar{6}1 = c$ und finden sie erst als sechste Abstumpfungen (VII), indem wir die Symbole von M und M' zu den nächst stehenden noch dreimal addiren: $3(010) + 031 = 061 = r$ $3(0\bar{1}0) + 0\bar{3}1 = 0\bar{6}1 = c$.

An den drei Zonen, die hier nach dem Gesetze der krystallonomischen Abstumpfung entwickelt sind, (sowie an allen anderen) fällt nun noch eine bemerkenswerthe Erscheinung in die Augen. Wir finden nämlich unter den vorhandenen Flächen jeder Zone immer ein Paar, die *Kernflächen* (I), gewöhnlich aber zwei Paar (I und II) (die dann für die Entwickelung der Zone auch mit einander vertauscht werden können), deren Symbole die Summen je zweier in der vervollständigten Zone von ihnen gleichweit abstehender Symbole sind, so dafs die Kante je zweier solcher Flächen durch die Kernfläche krystallonomisch abgestumpft wird. Verstehen wir unter dem Ausdruck $A = B + C$ die Worte: die Fläche A ist die krystallono-

mische Abstumpfung der Kante der Flächen B und C, so sehen wir in der

Zone Mh: $h = l + T = f + z$, $M = f + z' = l + T'$
Zone pn: $n = a + z = q + w'$, $p = q' + w = a + z'$
Zone MP: $P = \gamma + k = e + n = r + c$,
$M = r + c' = e + n' = \gamma + k'$.

Wir wollen hinfort zwei Flächen, deren Kante von einer dritten krystallonomisch abgestumpft wird, als *congugirte Flächen* in Bezug auf die abstumpfende bezeichnen.

Hr. G. vom Rath hat unter den 33 Flächen des *Anorthits* dreizehn Zonen von je fünf bis acht Flächen aufgefunden. Diese, sowie auch die übrigen vier- und dreiflächigen Zonen lassen sich in Gruppen ordnen, je nach den Flächen, in welchen sich mehrere derselben schneiden. Solche Durchschnittsflächen von *Zonengruppen* sind

1. Die drei Hexaïdflächen $100 = h$, $010 = M$, $001 = P$,
2. die beiden Dodekaïdfläche $110 = l$ und $1\bar{1}0 = T$,
3. die vier Oktaïdflächen $\bar{1}\bar{1}1 = o$, $\bar{1}11 = p$, $1\bar{1}1 = a$, $111 = n$.

Die Fläche, welche allen Zonen einer Gruppe gemeinsam ist, möge die *Polfläche der Zonengruppe* heifsen und nach ihr möge auch die Gruppe benannt werden, so dafs z. B. alle die Zonen, welche sich in der Hexaïdfläche $100 = h$ schneiden, die *Gruppe h* bilden.

Betrachten wir nun zunächst die drei Gruppen h, M, P, so finden wir, dafs die Polfläche in jeder der einzelnen Zonen eine der Kernflächen ist. Die zweiten Kernflächen der Zonen einer Gruppe bilden zusammen wieder eine Zone und zwar bilden die zweiten Kernflächen der Gruppe h die Zone MP, die der Gruppe M die Zone Ph und die der Gruppe P die Zone hM. Die von den zweiten Kernflächen einer Gruppe gebildete Zone möge der *Gürtel* der Gruppe heifsen. In diesem *Gürtel* unterscheiden sich nun wieder Kernflächen, erste, zweite ... krystallonomische Abstumpfungen (Flächen I, II, III ...) und je nach dem Range dieser Flächen können wir auch den durch sie hin-

durchgehenden Zonen der Gruppe ihren Rang *A*, *B*, *C*... anweisen. Die folgende Tabelle stellt in dieser Weise die vervollständigte *h*-Gruppe des Anorthites dar.

Tabelle I.

	A	*C*	*B*	*C*	*A*	*C*	*B*	*C*	*A*
I	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$ $\bar{4}\bar{2}1\,d$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$	$\bar{1}00\,h'$ $\bar{4}21\,\mu$	$\bar{1}00\,h'$
III	$\bar{2}\bar{1}0$	$\bar{2}\bar{2}1\,u$	$\bar{2}\bar{1}1$	$\bar{2}\bar{1}2$	$\bar{2}01\,y$	$\bar{2}12$	$\bar{2}11$	$\bar{2}21\,g$	$\bar{2}10$
II	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$	$\bar{1}\bar{2}1$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$	$\bar{1}01\,x$ $\bar{2}03\,q$	$\bar{1}12$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}21$	$\bar{1}10\,T'$
III	$\bar{1}\bar{2}0$ $\bar{1}\bar{3}0\,f'$	$\bar{1}\bar{4}2$	$\bar{1}\bar{2}2$	$\bar{1}\bar{2}4$	$\bar{1}02$	$\bar{1}24$	$\bar{1}22$	$\bar{1}42$	$\bar{1}20$ $\bar{1}30\,z'$
I	$0\bar{1}0\,M'$ $\bar{1}30\,z$	$0\bar{2}1\,n$	$0\bar{1}1$	$0\bar{1}2$	$001\,P$	012	011	$021\,e$	$010\,M$ $130\,f$
III	$1\bar{2}0$	$1\bar{4}2$	$1\bar{2}2$	$1\bar{2}4$	102	124	122	142	120
II	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{2}1$	$1\bar{1}1\,a$	$1\bar{1}2$	101	112	$111\,m$	121	$110\,l$
III	$2\bar{1}0$	$2\bar{2}1$	$2\bar{1}1$	$2\bar{1}2$	$201\,t$	212	211	221	210
I	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$	$100\,h$

Diese Tafel enthält in ihren vertikalen Columnen die Symbole der vervollständigten Zonen der Gruppe *h*. Die oberste und unterste wagerechte Zeile enthalten das Symbol der gemeinsamen Kernfläche *h'*, *h*, die mittelste mit I bezeichnete Zeile aber der Reihe nach die zweiten, in den einzelnen Zonen zu *h* gehörigen Kernflächen. Um die Tabelle zu construiren, füllt man zuerst diese mittelste Zeile

aus, indem man in der Mitte zwischen die Kernflächen *M'*, *P*, *M* die ersten Abstumpfungen, dann zwischen diese und die Kernflächen die zweiten Abstumpfungen setzt. In derselben Weise werden dann die Zonen von oben und unten vervollständigt: Die II-Flächen finden sich durch Addition der darüber und darunter stehenden Symbole der I-Flächen und die III-Flächen ebenso aus den darüber und darunter stehenden Symbolen der I- und II-Flächen. Die am Anorthit in dieser Gruppe vorkommenden IV-Flächen *f*, *s*, *q*, sind auf die Linien gesetzt, welche die Fächer der I-, II-, III-Flächen trennen, und die beiden V-Flächen *d*, μ in die Fächer der ihnen zunächst liegenden Flächen mit hineingesetzt.

Die beiden folgenden Tabellen stellen in derselben Weise die Gruppen *M* und *P* mit den Gürtelzonen *Pk* und *kM* dar. Doch sind der besseren Uebersicht wegen die Symbole der am Anorthit nicht vorkommenden Flächen weggelassen.

Tabelle II.

	A	C	B		A		B	C	A
I	$010\,M'$	$010\,M$	$010\,M$		$010\,M$		$010\,M$	$010\,M$	$010\,M$
	$\bar{1}30\,x'$	$\bar{2}41\,w$	$\bar{1}31(\pi)$		$061\,r$			$241\,\beta$	$130\,f$
III		$\bar{2}21\,g$			$021\,e$				
II	$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}11\,p$				$111\,m$		$110\,l$
					$013\,\gamma$				
I	$\bar{1}00\,k'$	$\bar{2}01\,y$	$\bar{1}01\,x$		$001\,P$			$201\,t$	$100\,k$
					$0\bar{1}3\,k$				
II	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$		$\bar{1}\bar{1}1\,o$				$1\bar{1}1\,a$		$1\bar{1}0\,T$
III		$\bar{2}\bar{2}1\,u$			$0\bar{2}1\,n$				
	$\bar{1}\bar{3}0\,f'$		$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$						$\bar{1}\bar{3}0\,z$
I	$0\bar{1}0\,M'$	$\bar{2}\bar{4}1\,v$	$0\bar{1}0\,M'$		$0\bar{6}1\,c$		$0\bar{1}0\,M'$	$2\bar{4}1\,b$	$0\bar{1}0\,M'$
		$\bar{0}\bar{1}0\,M'$			$0\bar{1}0\,M'$			$0\bar{1}0\,M'$	

Tabelle III.

	A	C	B	C	A	C	B	C	A
I	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001 *P*	001
	$0\bar{1}3$ *k*								013
II			$1\bar{1}1$ *a*				111 *m*		
III	$0\bar{2}1$ *n*	$2\bar{4}1$ *b*			201 *t*			$24\bar{1}$ *β*	021
I	$0\bar{6}1$ *c*								061
	$0\bar{1}0$ *M'*		$1\bar{1}0$ *T*		100 *h*		110 *l*		010
	$06\bar{1}$ *r'*								$06\bar{1}$
III	$0\bar{2}\bar{1}$ *e'*	$24\bar{1}$ *w'*	$2\bar{2}\bar{1}$ *g'*	$4\bar{2}\bar{1}$ *μ'*	$20\bar{1}$ *y'*	$42\bar{1}$ *d'*	$22\bar{1}$ *u'*	$24\bar{1}$ *v'*	$02\bar{1}$
II			$1\bar{1}\bar{1}$ *p'*		$10\bar{1}$ *x'*		$11\bar{1}$ *o'*		
				$4\bar{2}\bar{3}$ *s'*	$20\bar{3}$ *q'*	$42\bar{3}$ *i'*			
III			$1\bar{1}\bar{2}(a')$				$11\bar{2}$ *a'*		
	$0\bar{1}\bar{3}$ *γ'*								$0\bar{1}\bar{3}$
I	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$ *P'*	$00\bar{1}$

In diesen beiden Tabellen deuten die doppelten Striche, welche die Fächer für *M* von den nächsten oberen und unteren trennen, an, dafs $0\,6\,1 = r$ und $0\,\bar{6}\,1 = c$ sechste Abstumpfungen (VII-Flächen) sind. Ueber die Symbole $\bar{1}\,3\,1 = (\pi)$ und $1\,\bar{1}\,\bar{2} = (\alpha')$ wird weiter unten Auskunft gegeben werden.

Es wird sich nun zeigen, dafs die drei bis zu den zweiten Abstumpfungen vervollständigten Zonengruppen der drei Hexaïdflächen *in ihrer Vereinigung* ein Netz bilden, welches als das allgemeine Schema für alle trimetrischen Krystalle angesehen werden kann und welches alle übrigen Zonen als secundäre in sich schliefst.

Dies erkennen wir durch eine Construction auf einer *Kugelfläche*.

Da nämlich die Zonen nach der dargestellten Methode sich aus den Miller'schen *Symbolen* allein entwickeln lassen, und diese von den Verhältnissen und den Winkeln der Axen unabhängig sind, so müssen die Zonen, die an irgend einem Krystalle eines klinoëdrischen Systems vorkommen, sich mit denselben Symbolen auch im Tesseralsysteme verfolgen lassen. Denken wir uns einen Krystall, an dem sämmtliche Flächen der bis zu den zweiten Abstumpfungen vervollständigten Zonengruppen der Hexaïdflächen gleichmäfsig ausgebildet wären, so würden dieselben im triklinen Systeme als Facetten auf der Oberfläche eines Ellipsoides mit schiefwinkligen ungleichen Axen erscheinen. Im Tesseralsysteme aber würden die mit denselben Symbolen bezeichneten Flächen in derselben Folge der Zonen und Zonengruppen auf der Oberfläche einer Kugel erscheinen und die vom Centrum auf die Flächen gefällten Lothe deren Mittelpunkte treffen. Was also aus den Symbolen allein hergeleitet werden kann, läfst sich vom tesseralen System auf jedes klinoëdrische übertragen und umgekehrt und man kann daher die Zonen und Zonengruppen aller trimetrischen Krystalle an Constructionen auf der Kugelfläche studiren. Wir wollen die Verzeichnung der Zonen irgend eines klinoëdrischen Krystalles auf

der Kugelfläche seine *Reduction auf das Tesseralsystem* nennen.

Man verzeichne auf einer Kugelfläche (s. Fig. 1, Taf. IV) drei gröfste Kreise, die sich unter rechten Winkeln schneiden, und bezeichne ihre Durchschnittspunkte mit den Symbolen der Hexaëderflächen: 1 0 0, 0 1 0, 0 0 1, $\bar{1}$ 0 0, 0 $\bar{1}$ 0 0 0 $\bar{1}$; man halbire deren rechte Winkel durch sechs andere gröfste Kreise. Die Durchschnittspunkte derselben mit den drei ersten bekommen die (durch Addiren der gleichstelligen Indexe der je zwei benachbarten jener ersten sechs Symbole zu findenden) Symbole der bezüglichen Dodekaëderflächen: 1 1 0, 0 1 1, $\bar{1}$ 0 1 usw. Die Durchschnittspunkte je dreier dieser letzteren sechs Kreise werden mit den Symbolen der Oktaëderflächen 1 1 1 $\bar{1}$ 1 1 1 $\bar{1}$ 1 usw. signirt. Dann nehme man mit jedem Quadranten der drei ersten Kreise die folgende Construction vor.

Man verbinde jeden der beiden Halbirungspunkte *D*, *E* (Fig. 2, Taf. IV) der beiden Radien mit dem Endpunkte *B*, *A* des je anderen Radius und ziehe die beiden auf dieser Verbindungslinie senkrechten Radien. Die Endpunkte dieser Radien signire man mit den Symbolen der Tetrakis-Hexaëder, welche sich aus der Summirung der je zwei benachbarten Symbole (Hexaëder- und Dodekaëderflächen) ergeben. Legt man nun durch diese Punkte und die Durchschnittspunkte der ersten drei Kreise wieder gröfste Kreise, so überzieht man die Kugelfläche mit einem Netze, dessen Knotenpunkte die Stellen angeben, wo die Flächen eines Idealkrystalles, dessen Hexaëdergruppen bis zu den zweiten Abstumpfungen gleichmäfsig ausgebildet wären, die Kugel berühren würden.

Fig. 1, Taf. IV ist die Projection eines solchen Halbkugelnetzes auf die Ebene eines der drei ersten Kreise, speciell auf den Zonenkreis der Hexaïdflächen 1 0 0, 0 1 0. Die Signirung der Knotenpunkte durch die bezügliche Symbole geschieht nach demselben mechanischen Verfahren, welches soeben für die drei Tabellen beschrieben ist.

indem für die Gruppe jeder Hexaëderfläche die Zone der beiden anderen der Gürtel ist. Die in Fig. 1, Taf. IV den Symbolen beigesetzten Buchstaben geben die krystallographische Bedeutung der bezüglichen Flächen an:

h	bedeutet:	Hexaëder,
d	„	Dodekaëder,
o	„	Oktaëder,
t	„	Tetrakishexaëder,
i	„	Ikositetraëder,
tr	„	Triakisoktaëder,
ho	„	Hexakisoktaëder.

Für die Fälle, in denen dieser Mechanismus in Zweifel läßt (z. B. für die Durchschnittspunkte nur *zweier* Zonen des Netzes), kann man folgende drei Regeln benutzen:

1. Wenn zwei Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ (im tesseralen System) senkrecht aufeinander stehen, ihre Pole auf der Kugelfläche also um 90° von einander entfernt sind, so ist $\mu\mu' + \nu\nu' + \varrho\varrho' = 0$. Dies ergiebt sich aus der unten wiedergegebenen Formel (20) für den Winkel zweier Flächen, wenn man darin $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 0$, $\cos(e'e'') = 0$ setzt.

2. Um das Symbol $(\mu_1\nu_1\varrho_1)$ des Poles der Zone zu finden, welche durch die beiden Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$ bestimmt ist, hat man nach 1):

$$\mu\mu_1 + \nu\nu_1 + \varrho\varrho_1 = 0 \text{ und } \mu'\mu_1 + \nu'\nu_1 + \varrho'\varrho_1 = 0,$$

woraus folgt:

$$\mu_1 : \nu_1 : \varrho_1 = \nu\varrho' - \nu'\varrho : \varrho\mu' - \varrho'\mu : \mu\nu' - \mu'\nu.$$

3. Um das Symbol (mnr) der Fläche zu finden, in welcher die beiden Zonen sich schneiden, deren eine durch die Flächen $(\mu\nu\varrho)$, $(\mu'\nu'\varrho')$, die andere durch die Flächen $(\mu''\nu''\varrho'')$, $(\mu'''\nu'''\varrho''')$ bestimmt ist, suche man zunächst die Symbole $(\mu_1\nu_1\varrho_1)$ und $(\mu_2\nu_2\varrho_2)$ der Pole dieser Zonen. Es ist nach 2):

$$\mu_1 : \nu_1 : \varrho_1 = \nu\varrho' - \nu'\varrho : \varrho\mu' - \varrho'\mu : \mu\nu' - \mu'\nu$$
$$\mu_2 : \nu_2 : \varrho_2 = \nu''\varrho''' - \nu'''\varrho'' : \varrho''\mu''' - \varrho'''\mu'' : \mu''\nu''' - \mu'''\nu''.$$

Dann suche man wieder den Pol der Zone $(\mu_1 \nu_1 \varrho_1)$, $(\mu_2 \nu_2 \varrho_2)$ nämlich:

$$m : n : r = \nu_1 \varrho_2 - \nu_2 \varrho_1 : \varrho_1 \mu_2 - \varrho_2 \mu_1 : \eta_1 \nu_2 - \mu_2 \nu_1.$$

Das Symbol des Durchschnittes der beiden Zonen ist dann (mnr).

Das in der beschriebenen Weise construirte Kugelnetz scheint nun ein allgemeines Schema für alle Krystalle der trimetrischen Systeme zu seyn, in welchem man jeder Fläche jedes (resp. reducirten) Krystalles ihre relative Stelle entweder in den Knotenpunkten oder auf den dieselben verbindenden Bogen mit Leichtigkeit bestimmen und die dadurch sich bildenden Zonen und Zonengruppen übersehen kann.

Fig. 3, Taf. IV stellt die Vertheilung der Flächen des Anorthites dar, wobei der Krystall in derselben Lage gedacht ist, wie in der schematischen Fig. 23, in der Abhandlung des Hrn. G. vom Rath.

Da die Projection einer Kugelfläche auf einen ihrer gröfsten Kreise es mit sich bringt, dafs die gegen die Peripherie hin gelegenen Punkte sich in einer die Uebersicht störenden Weise zusammendrängen, so kann man sich leicht in dasselbe Schema die Flächenstellen so einzeichnen, wie sie bei einer anderen Lage des Krystalles erscheinen. Fig. 4, Taf. IV stellt sie in der relativen Lage dar, wie sie erscheinen, wenn der Krystall aus der vorigen Lage um die Axe hh' so gedreht wird, dafs M 0 1 0 oben, und P 0 0 1 links liegt; Fig. 5, Taf. IV, wenn der Krystall aus der ursprünglichen Lage um die Axe MM' so gedreht wird, dafs h 1 0 0 oben, P und P' nach hinten und vorn liegen.

Die Figg. 3 und 5 Taf. IV lassen eine auffallende Symmetrie in der Lagerung der Flächen in Beziehung auf die Zone hPh' erkennen. Sie würde vollständig seyn, wenn noch zwei Flächen vorhanden wären, nämlich $\bar{1}\,1\,2$ zwischen P und p als symmetrische Gegenfläche von $\bar{1}\,\bar{1}\,2 = \alpha$ und $\bar{1}\,3\,1$ zwischen M und p als Gegenfläche von $\bar{1}\,\bar{3}\,1 = \pi$.

Hr. G. vom Rath berichtet in seiner Abhandlung S. 24, dafs auch die Fläche $\beta = 2\,4\,1$ von Hrn. von Kokscharow an finnischen Krystallen entdeckt worden ist, als sie an vesuvischen noch nicht beobachtet war. Wenn sie noch heute fehlte, so würde sie als symmetrische Gegenfläche von $b = 2\,\bar{4}\,1$ eben so vermifst werden, wie jene beiden $\bar{1}\,1\,2$ und $\bar{1}\,3\,1$. Es ist daher nicht ganz unwahrscheinlich, dafs auch diese einmal an noch aufzufindenden Krystallen sich vorfinden werden. Ohne der Eventualität dieser Beobachtungen durch Speculation vorgreifen zu wollen, werden wir im Folgenden (der bequemeren Darstellung wegen) diese beiden problematischen Flächen oder vielmehr ihre Stellen, mit den eingeklammerten Buchstaben $(\alpha) = \bar{1}\,1\,2$ und $(\pi) = \bar{1}\,3\,1$ bezeichnen.

Bei aufmerksamer Betrachtung des Schemas Fig. 1 der drei Zonengruppen, deren Polflächen die Hexaïdflächen sind, finden wir nun darin noch andere Zonen und Zonengruppen, die am Anorthit und anderen Krystallen zum Theil entwickelt sind, zum Theil nicht. Wir wollen diese als *secundäre* Zonen und Zonengruppen bezeichnen.

So fallen am Anorthit zunächst die beiden stark entwickelten Gruppen der beiden Dodekaïdflächen $1\,1\,0 = l$ mit dem Gürtel PT und $1\,\bar{1}\,0 = T$ mit dem Gürtel lP ins Auge, deren Darstellung wir in den beiden Tabellen IV und V folgen lassen:

Tabelle IV.

	A	B	A	B	C	A
I	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$	$\bar{1}\bar{1}0\,t'$
		$\bar{2}\bar{4}1\,v$		$\bar{4}\bar{2}1\,d$		
III		$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$	$\bar{2}\bar{2}1\,u$			
	$\bar{1}\bar{3}0\,f'$					
II	$0\bar{1}0\,M'$	$0\bar{2}1\,n$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}00\,k'$
	$1\bar{3}0\,z'$					
			$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$			
				$\bar{4}23\,s$		
I	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{1}1\,a$	001 P	$1\bar{1}2(\alpha)$ $\bar{1}11\,p$	$\bar{2}21\,g$	$\bar{1}10\,T'$
						$\bar{1}30\,z$
II	100 h	201 t	111 m	021 e	$\bar{1}31(\pi)$	$0\bar{1}0\,M$
						$1\bar{3}0\,f$
				241 β		
I	110 l	110 l	110 l	110 l	110 l	110 l

Tabelle V.

	A	C	B		A		B		A
I	$\bar{1}10\,T'$	$\bar{1}10\,T'$	$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$		$\bar{1}10\,T'$
			$\bar{4}21\,\mu$				$\bar{2}41\,w$		
III					$\bar{2}21\,g$		$\bar{1}31(\pi)$		
									$\bar{1}30\,z'$
II	$\bar{1}00\,k'$		$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}11\,p$		$021\,e$		$010\,M$
									$130\,f$
					$\bar{1}12(\alpha)$				
			$\bar{4}\bar{2}3\,i$						
I	$\bar{1}\bar{1}0\,l'$	$\bar{2}\bar{2}1\,u$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,\alpha$	$001\,P$		$111\,m$		$110\,l$
	$130\,f'$								
II	$0\bar{1}0\,M'$	$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$	$0\bar{2}1\,n$		$1\bar{1}1\,a$		$201\,t$		$100\,k$
	$1\bar{3}0\,z$								
			$\bar{2}41\,b$						
I	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{1}0\,T$	$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$		$1\bar{1}0\,T$

Diesen beiden Zonengruppen, deren Polflächen Dodek flächen sind, würden nun noch zwei Paare von Grup entsprechen, nämlich

1. Die Gruppe x mit dem Gürtel $1\,0\,1 - M$
2. die Gruppe $1\,0\,1$ mit dem Gürtel $x - M$
3. die Gruppe $\bar{0}\,1\,1$ mit dem Gürtel $0\,1\,1 - h$
4. die Gruppe $0\,1\,1$ mit dem Gürtel $0\,\bar{1}\,1 - h$

Diese vier Gruppen sind aber am Anorthit nicht wickelt. Die wenigen ihnen angehörigen Zonen sind s in den anderen Gruppen enthalten.

Aufser diesen beiden Gruppen treten als secun die Gruppen der vier Oktaïdflächen o, p, a, m hervo

Betrachten wir zunächst *eine* von diesen, z. B. Gruppe $p = \bar{1}\,1\,1$. Sie umfafst die Zonen

$$psydl'\beta'e'p',\quad pivr'p',\quad pxo\pi M'p',\quad pq\alpha nzwp',$$
$$p(\alpha)PaTg'p',\quad pmhp'.$$

Ihr Gürtel (d. h. die Zone der im reducirten Kry gegen p senkrecht stehenden Flächen) würde nach logie der vorigen Gruppen seyn die Zone:

I	III	II	III	I	III	II	III
l'	$\bar{1}\,\bar{2}\,1$	$0\,\bar{1}\,1$	$1\,\bar{2}\,3$	$1\,\bar{1}\,2$	$2\,\bar{1}\,3$	$1\,0\,1$	$2\,1\,1$

Von dieser Zone ist aber aufser l keine Fläche Anorthit vorhanden und aufserdem steht dieselbe in ner Weise mit der p-Gruppe in der Beziehung, we bei den bisher betrachteten fünf Gruppen augenschei zwischen den Einzelzonen und dem Gürtel besteht, nämlich ***beide sich gegenseitig bedingen.*** In dieser B hung stehen vielmehr die Zonen der p-Gruppe mit Zone $l'v\pi natl$, welche, obgleich ihre Flächen auch reducirten Krystalle nicht zu der Fläche p senkrecht hen, den Gürtel der Zone p bildet. Demnach wäre Gruppe p so darzustellen, wie die folgende Tabelle z

	A	D	C	B	A	B	C	A
I	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$
	$\bar{4}23\,s$							
		$\bar{4}23\,i$	$\bar{1}01\,x$	$\bar{2}03\,q$	$\bar{1}12(a)$			
II	$\bar{2}01\,y$		$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}2\,a$	$001\,P$		$111\,m$	$021\,e$
	$\bar{4}\bar{2}1\,d$							$241\,\beta$
I	$1\bar{1}0\,l$	$\bar{2}\bar{4}1\,v$	$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$	$0\bar{2}1\,n$	$1\bar{1}1\,a$	$201\,t$	311	$110\,l$
	$\bar{2}\bar{4}\bar{1}\,\beta$							$42\bar{1}\,d'$
II	$0\bar{2}\bar{1}\,e'$		$0\bar{1}0\,M'$	$1\bar{3}0\,z$	$1\bar{1}0\,T$		$100\,h$	$20\bar{1}\,y'$
		$06\bar{1}\,r'$		$24\bar{1}\,w'$	$2\bar{2}1\,g'$			
								$4\bar{2}\bar{3}\,s'$
I	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$

In dieser Tabelle bemerken wir aber, dafs die beiden C-Zonen nicht hinein gehören, da die an Stelle der Kernflächen stehenden Flächen nicht die Kanten der je zwei von ihnen gleich weit abstehenden Flächen krystallonomisch abstumpfen. In der That haben wir auch schon oben erkannt, dafs für die Zone $p\pi$ nicht die Flächen p und π, sondern M und x und für die Zone p, 3 1 1 nicht p und 3 1 1, sondern h und 0 1 1 die Kernflächen sind,

dafs also diese beiden Zonen, obgleich sie durch *p* hindurchgehen, nicht der Gruppe *p*, sondern resp. den Gruppen *M* und *h* angehören.

Dasselbe findet auch in den Gruppen der drei anderen Oktaïdflächen statt: Es sind auszuschliefsen

Tabelle VI.

	A	*B*	*A*	*B*	*D*	*A*
I	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$	$\bar{1}\bar{1}1\,o$
						$\bar{4}\bar{2}3\,i$
III			$\bar{1}\bar{1}2\,a$	$\bar{2}03\,q$	$\bar{4}23\,s$	
II	$0\bar{2}1\,n$		$001\,P$	$\bar{1}12(\alpha)$		$\bar{2}01\,y$
	$\bar{2}41\,b$					$\bar{4}21\,\mu$
I	$1\bar{1}0\,T$	$201\,t$	$111\,m$	$021\,e$	$\bar{2}41\,w$	$\bar{1}10\,T^{m}$
	$4\bar{2}\bar{1}\,\mu'$					$\bar{2}4\bar{1}\,b$
II	$20\bar{1}\,y'$		$110\,l$	$130\,f$		$02\bar{1}$
III			$22\bar{1}\,u'$	$24\bar{1}\,v'$	$06\bar{1}\,c'$	
	$42\bar{3}\,i'$					
I	$11\bar{1}\,o'$	$11\bar{1}\,o'$	$11\bar{1}\,o'$	$11\bar{1}\,o'$	$11\bar{1}\,o'$	$11\bar{1}$

von der Gruppe *o* die Zonen *oh* und *oM*.
von der Gruppe *a* die Zonen *ah* und *aM*.
von der Gruppe *m* die Zonen *mM* und *mh*.

Die folgenden Tabellen VI — IX stellen die Gruppen der Oktaïdflächen dar.

Tabelle VII.

	A	*D*	*B*	*A*	*B*	*A*
I	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$	$\bar{1}11\,p$
	$\bar{4}23\,s$					
III		$4\bar{2}3\,i$	$\bar{2}03\,q$	$\bar{1}12(\alpha)$		
II	$\bar{2}01\,y$		$1\bar{1}2\,\alpha$	$001\,P$		$021\,e$
	$4\bar{2}1\,d$					$241\,\beta$
I	$1\bar{1}0\,l$	$\bar{2}41\,v$	$0\bar{2}1\,n$	$1\bar{1}1\,a$	$201\,t$	$110\,l$
	$\bar{2}\bar{4}\bar{1}\,\beta'$					$42\bar{1}\,d$
II	$0\bar{2}\bar{1}\,e'$		$1\bar{3}0\,z$	$1\bar{1}0\,T$		$201\,y'$
III		$061\,r'$	$24\bar{1}\,w'$	$2\bar{2}\bar{1}\,g'$		
						$4\bar{2}\bar{3}\,s'$
I	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$	$1\bar{1}\bar{1}\,p'$

Tabelle VIII.

	A	*D*	*B*	*C*	*D*	*A*	*B*	*D*	*A*
I	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}\ a'$	$\bar{1}1\bar{1}$
III								$06\bar{1}\ c'$	
II	$\bar{2}0\bar{1}\ t'$			$\bar{4}21\ \mu$		$\bar{1}10\ T'$	$\bar{1}30\ z'$		$02\bar{1}$
III						$\bar{2}21\ g$			$13\bar{1}$
									$24\bar{1}$
I	$\bar{1}\bar{1}0\ l'$	$\bar{4}\ddot{2}1\ d$	$\bar{2}01\ y$	$\bar{3}12$	$\bar{4}23\ s$	$\bar{1}11\ p$	$021\ e$	$241\ \beta$	110
	$\bar{2}\bar{4}1\ v$								
III	$\bar{1}\bar{3}1\ \pi$								
II	$0\bar{2}1\ n$		$\bar{1}\bar{1}2\ a$	$\bar{2}03\ q$		$001\ P$			201
I	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$111\ a$	$1\bar{1}1\ a$	$1\bar{1}1$

Bei dem Ueberblick über die neun am Anorthit a
gebildeten Zonengruppen bestätigt sich die schon ob
ausgesprochene Bemerkung, dafs die Zonenentwickelu
durch krystallonomische Abstumpfungen nicht über
zweiten Abstumpfungen (III-Flächen) der Kanten der Ke

Tabelle IX.

	A	D	B	A	D	C	B	D	A
I	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ m'
III		$0\bar{6}\bar{1}$ r'							
I	$0\bar{2}\bar{1}$ e'		$\bar{1}\bar{3}0$ f'	$\bar{1}\bar{1}0$ t		$\bar{4}\bar{2}1$ d			$\dot{2}0\bar{1}$ t'
I	$\bar{1}3\bar{1}(\pi')$			$\bar{2}\bar{2}1$ u					
	$2\bar{4}\bar{1}$ w'								
	$1\bar{1}0$ T	$2\dot{4}1$ b	$02\bar{1}$ n	$\bar{1}\bar{1}1$ o	$\bar{4}\bar{2}3$ i	$\bar{3}\bar{1}2$	$\bar{2}01$ y	$\bar{4}21$ μ	$\bar{1}10$ T'
									$\bar{2}41$ w'
I									$\bar{1}31(\pi)$
	$20\dot{1}$ t			001 P		$\bar{2}03$ q	$\bar{1}12(\alpha)$		021 e
I	111 m	111 m	111 m	111 m	111 m	111 m	111 m	111 m	111 m

flächen hinausgeht. Es findet sich nämlich keine höhere Abstumpfung (IV — VII-Fläche) in einer Zone, die nicht in irgend einer andern entwickelten Zone als zweite, erste Abstumpfung oder Kernfläche aufträte und dadurch gewissermafsen motivirt erschiene. Um dies nachzuweisen,

wollen wir uns der folgenden Abkürzung in der Schreibweise bedienen: Der Ausdruck „*d* ist *hCV*“ bedeute: Die Fläche *d* ist in der Zonengruppe *h* in einer *C*-Zone eine vierte Abstumpfung usw.

$\bar{4}\bar{2}1\,d$ ist *hC*V, *lB*IV, *pA*IV und zugleich *PC*III, *mC*II
$\bar{4}21\,\mu$ ist *hC*V, *TB*IV, *oA*IV und zugleich *PC*III, *aC*II
$\bar{4}\bar{2}3\,i$ ist *PC*IV, *oA* IV, und zugleich *pD*III, *mD*I
$\bar{4}23\,s$ ist *PC*IV, *pA*IV und zugleich *oD* III, *aD*I
$\bar{2}03\,q$ ist *hA*IV, *PA*IV und zugleich *oB*III, *pB*III, *aC*II, *mC*II
$\bar{2}\bar{4}1\,v$ ist *MC* V, *aA* IV und zugleich *PC*III, *oB* III, *pD*I
241 *w* ist *MC* V, *mA* IV und zugleich *PC*III, *pB* III, *oD* I
130 *f* ist *hA* IV (*MA* IV) und zugleich *oB* II, *mB* II
$1\bar{3}0\,z$ ist *hA* IV (*MA* IV) und zugleich *pB* II, *aB* II
$\bar{1}\bar{3}1\,\pi$ ist *MB* IV und zugleich *lB* III, *TC* II, *aA* III, *PD* III
$\bar{1}31\,(\pi)$ ist *MB* IV und zugleich *TB* III, *lC* II, *mA* III, *PD* II
$2\bar{4}1\,b$ ist *MC* V, *TB* IV, *oA* IV und zugleich *PC* III, *mD*
241 β ist *MC* V, *lB* IV, *pA* IV und zugleich *PC* III, *aD*
061 *r* ist *MA* VII und zugleich *pD* III, *mD* III
$0\bar{6}1\,c$ ist *MA* VII und zugleich *oD* III, *aD* III

Nur die beiden Flächen *k* und γ entziehen sich dieser Regel, ohne ihr doch direct zu widersprechen, da man sie als zwei Flächen ansehen kann, welche in der Gruppe *h* für sich zwei *D*-Zonen constituiren, in welchen sie dann Kernflächen (I) sind. In den Gruppen der Oktaïdflächen haben wir ja mehrere Flächen als für sich Zonen constituirend anzuerkennen. Uebrigens nehmen die Flächen *k* und γ auch sonst eine Ausnahmestellung ein, da Hr. *G.* vom Rath von ihnen S. 27 sagt, „daſs *k* vorläufig nur auf der linken, γ nur auf der rechten Seite bekannt ist“.

Daſs nun das beschriebene Kugelnetz, dessen Projection durch die Figg. 1, 3, 4, 5, Taf. IV dargestellt ist, nicht allein für den Anorthit, sondern wahrscheinlich für

alle auf das reguläre System reducirten trimetrischen Krystalle ein Schema ist, davon kann man sich leicht überzeugen, indem man für die Flächen beliebiger Krystalle die Miller'schen Symbole nach dem Princip der krystallonomischen Abstumpfungen in dasselbe einträgt. Als Beispiel möge Fig. 6, Taf. IV dienen, in welcher die im Miller-Grailich'schen Lehrbuche für den *Axinit* entworfene Fig. 101 auf unser Schema übertragen ist.

Die geometrische Betrachtung, welche den Begriff der krystallonomischen Abstumpfung vermittelt, knüpft sich an die Resultate des Aufsatzes: „Krystallometrische Formeln" von G. Junghann, welcher in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik" herausgegeben von A. Schlömilch etc. XVII, 6 erschienen ist[1]). Sie ist eine erst nach dem Erscheinen jener „Formeln" aufgefundene Ergänzung derselben und die hier folgende Darstellung setzt die dort mitgetheilten Resultate, auf welche sie sich stützt, voraus.

Sind auf den drei (rechtwinkligen oder schiefwinkligen) Axen einer Krystallgestalt $0A = p_1$, $0B = p_2$, $0C = p_3$, die Längen der drei Grundparameter und bezeichnet man die *Parameterdreiecke*

$\frac{1}{2}p_2p_3\sin(p_2p_3) = a$, $\frac{1}{2}p_3p_1\sin(p_3p_1) = b$, $\frac{1}{2}p_1p_2\sin(p_1p_2) = c$

und das *Schlufsdreieck*

$$ABC = d,$$

ferner die Cosinus der Flächenwinkel, unter welchen die Parameterdreiecke gegen einander geneigt sind:

$$\cos(bc) = \alpha,\ \cos(ca) = \beta,\ \cos(ab) = \gamma,$$

so ist nach „Krystallometrische Formeln" (10):

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2bc\alpha - 2ca\beta - 2ab\gamma.$$

Sind ferner auf denselben Axen $0A'$, $0B'$, $0C'$ die Parameter einer besonderen Fläche $A'B'C'$, und haben a', b', c', d' für dieselben die entsprechenden Bedeutungen, so ist

$$d'^2 = a'^2 + b'^2 + c'^2 - 2b'c'\alpha - 2c'a'\beta - 2a'b'\gamma.$$

1) Die zu den „Krystallometrischen Formeln" gehörige Figurentafel ist durch irgend ein Versehen erst dem folgenden Hefte XVIII, 1 der „Zeitschrift etc." beigefügt.

Bekanntlich sind nun für jede Krystallfläche die Verhältnisse $0A : 0A'$, $0B : 0B'$, $0C : 0C'$ rationale. Nach der Miller'schen Bezeichnungsweise einer Fläche durch das Symbol $(\mu\nu\varrho)$, worin μ, ν, ϱ positive oder negative ganze Zahlen bedeuten, hat man sich zu denken

$$0A' = \frac{1}{\mu}0A,\ 0B' = \frac{1}{\nu}0B,\ 0C' = \frac{1}{\varrho}0C$$

und jede mit dem Schlufsdreieck $A'B'C'$ parallele Fläche wird durch das Symbol $(\mu\nu\varrho)$ bezeichnet. Für dieses Schlufsdreieck $A'B'C'$ hat man nun

$$a' = \frac{a}{\nu\varrho},\ b' = \frac{b}{\mu\varrho},\ c' = \frac{c}{\mu\nu},$$

und der Flächeninhalt desselben ist daher

$$d' = \frac{1}{\mu\nu\varrho}\sqrt{(\mu^2a^2 + \nu^2b^2 + \varrho^2c^2 - 2\nu\varrho bc\alpha - 2\varrho\mu ca\beta - 2\mu\nu ab\gamma)}.$$

Offenbar stellt nun auch die mit $e' = \mu\nu\varrho d'$ bezeichnete Wurzelgröfse den Flächeninhalt eines mit $A'B'C'$ parallelen Schlufsdreiecks dar, dessen Parameter $\frac{p_1}{\mu}\sqrt{\mu\nu\varrho}$, $\frac{p_2}{\nu}\sqrt{\mu\nu\varrho}$, $\frac{p_3}{\varrho}\sqrt{\mu\nu\varrho}$ sind, und dessen Symbol also

$$\left(\frac{\mu}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\ \frac{\nu}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\ \frac{\varrho}{\sqrt{\mu\nu\varrho}}\right),$$

also auch $(\mu\nu\varrho)$ ist.

Es ist nun ferner in „Krystallometrische Formeln (20)" gezeigt, dafs der Winkel zweier Flächen, deren Symbole $(\mu'\nu'\varrho')$, $(\mu''\nu''\varrho'')$ sind, ausgedrückt wird durch die Gleichung:

$$-e'e''\cos(e'e'') = \mu'\mu''a^2 + \nu'\nu''b^2 + \varrho'\varrho''c^2 - (\nu'\varrho'' + \nu''\varrho')bc\alpha - (\varrho'\mu'' + \varrho''\mu')ca\beta - (\mu'\nu'' + \mu''\nu')ab\gamma \quad (20).$$

Addiren wir diese Gleichung verdoppelt zu

$$e'^2 = \mu'^2a^2 + \nu'^2b^2 + \varrho'^2c^2 - 2\nu'\varrho'bc\alpha - 2\varrho'\mu'ca\beta - 2\mu'\nu'ab\gamma,$$

$$e''^2 = \mu''^2a^2 + \nu''^2b^2 + \varrho''^2c^2 - 2\nu''\varrho''bc\alpha - 2\varrho''\mu''ca\beta - \mu''\nu''ab\gamma,$$

so ergiebt sich durch leichte Reduction

$$e'^2 + e''^2 - 2e'e'' \cos(e'e'') = (\mu' + \mu'')^2 a^2 + (\nu' + \nu'')^2 b^2 + (\varrho' + \varrho'')^2 c^2 - 2(\nu' + \nu'')(\varrho' + \varrho'') bc\alpha - 2(\varrho' + \varrho'')(\mu' + \mu'') ca\beta - 2(\mu' + \mu'')(\nu' + \nu'') ab\gamma.$$

Es sey $e'^2 + e''^2 - 2e'e'' \cos(e'e'') = e'''^2$; dann ist $2e'''$ in dem dreiseitigen Prisma, welches durch die Parallelogramme $2e'$ und $2e''$ und ihren Flächenwinkel $(e'e'')$ bestimmt wird, das dritte Seitenparallelogramm, liegt also in der Zone $e'e''$, und ist die Fläche, welche in dem vorstehenden Aufsatze als die *krystallonomische Abstumpfung* der Kante der Flächen e', e'' bezeichnet worden ist. Ihr Symbol ist nach dem Obigen: $(\mu' + \mu'', \nu' + \nu'', \varrho' + \varrho'')$.

Anmerkung. Der Verfasser des vorstehenden Aufsatzes bekennt sich als Laien in der Krystallographie. Er hat sich nur aus Lehrbüchern (Naumann, Miller) mit den Hauptaufgaben der Krystallometrie bekannt gemacht, um den Krystallographen die Hülfsmittel nachweisen zu können, die für sie in der von ihm entwickelten „Tetraëdrometrie“ zu liegen schienen. In diesem Sinne sind sowohl die oben citirten „Krystallometrischen Formeln“, als der vorliegende Aufsatz aufzufassen.

IV. *Ueber den Widerstand der Luft gegen Planscheiben, die in normaler Richtung gegen ihre Ebenen bewegt werden; von G. Hagen.*

Der Apparat, mit dem die Beobachtungen angestellt wurden, bestand in zwei auf einer vertikalen Axe ruhenden dünnen Flügeln. Auf die Axe war eine cylindrisch abgedrehte Spindel aus Elfenbein gekittet, um welche zwei

feine Fäden in gleicher Richtung gewunden wurden, die über zwei einander gegenüberstehende Rollen liefen und an ihren Enden Schaalen zur Aufnahme von Gewichten trugen. Damit die Fäden beim Aufziehen des Apparates sich regelmäfsig auflegen, ohne sich zu überdecken, war die Axe im unteren Theil mit einem Schraubengewinde versehen, dessen Gänge der doppelten Dicke der Fäden entsprechen. Indem die Reibung der Schraube sich sehr störend erwies, wurde die Axe noch durch die Spitze eines Stahldrahtes unterstützt, der auf einem gleicharmigen Hebel aufstehend jederzeit einen Vertikal-Druck ausübte, der dem Gewicht der Axe mit den Flügeln und Scheiben genau gleich war. Die Schraube wurde hierdurch ganz entlastet und diente allein zur Führung der Axe, damit diese, den Windungen der Fäden entsprechend, sich erhob oder senkte.

Die Fäden waren an ihren unteren Enden durch einen leichten Steg verbunden, der ihr Aufdrehn verhinderte und zugleich einen Zeiger trug, der an einem Maafsstabe herabglitt und zur Messung der Geschwindigkeit diente. Der Maafsstab war in ganze und zehntel Zolle eingetheilt.

Die beiden einander gegenüberstehenden Flügel hatten zusammen die Länge von 16 Fufs. Auf ihren äufseren Enden waren durchbohrte Korke aufgeleimt, welche die Stiele der Scheiben umfafsten, deren Widerstand gemessen werden sollte. Beim Einstellen der letzteren blieben sonach die dem Luftdrucke ausgesetzten Flächen der Flügel ganz unverändert und der Widerstand ergab sich, wenn von dem beobachteten derjenige abgezogen wurde, den die Flügel allein bei gleicher Umdrehungs-Geschwindigkeit gezeigt hatten.

Verschiedene vorbereitende Untersuchungen waren erforderlich, bevor zu den eigentlichen Messungen übergegangen werden konnte.

Zunächst entstand die Frage, ob die Fäden bei gröfserer Belastung sich vielleicht verlängern. Dieses geschah allerdings, doch trat die geringe Verlängerung sofort ein,

und ihr Einfluſs lieſs sich umgehen, wenn, wie immer geschah, die Gewichte schon beim tiefsten Stande der Schaalen aufgebracht, also die Fäden unter derselben Spannung aufgewunden wurden, mit der sie später die Spindel drehten. Sodann war zu untersuchen, ob die Entfernung der Axe von den Mittellinien der Fäden, also von den Punkten, in welchen der Zug stattfand, bei den verschiedenen Belastungen dieselbe blieb. Zu diesem Zweck wurden die Wege gemessen, welche der Zeiger bei einer gewissen Anzahl von Umdrehungen der Flügel zurücklegte, während verschiedene Gewichte auf die Schaalen gestellt waren. Das Resultat fiel durchaus befriedigend aus, indem die Abweichungen vom Mittelwerthe nur einzelne Hunderttheile eines Zolles betrugen, die nur geschätzt werden konnten.

Aus der Länge des Weges, den der Zeiger bei einer Umdrehung der Flügel zurücklegt, lieſs sich die Entfernung des Angriffspunktes des Zuges von der Axe leicht herleiten, doch war dabei insofern noch eine geringe Reduction erforderlich, als die Fäden sich schraubenförmig um die Spindel legten. Die betreffende Entfernung, welche die Länge des Hebelarmes bezeichnet, auf den die Kraft wirkt, ergab sich 0,817 Zoll.

Ferner war zu untersuchen, ob vielleicht der Stahldraht, der die Axe und die Flügel trägt, bei gewissen Stellungen sich soweit von der Lothlinie entfernt, daſs er die Schraube stark seitwärts drängt und dadurch die Reibung derselben merklich vergröſsert. Die Rechnung führte zu dem Resultat, daſs bei den geringen Höhen-Veränderungen die Pfanne, worin der Fuſs des Drahtes steht, in horizontaler Richtung sich nur um 0,0086 Zoll verschiebt oder der Draht äuſsersten Falles nur $2\frac{1}{2}$ Minuten von der Lothlinie abweicht.

Der Einfluſs der Temperatur ist auf den Widerstand, den die Scheiben erfahren, sehr bedeutend. Es sind daher die Resultate sämmtlicher Beobachtungen auf die Temperatur 15 Grad Centm. und auf den Barometerstand von

28 Pariser Zoll reducirt. Dabei wurde von der Voraussetzung ausgegangen, daſs der Widerstand der Luft ihrer Dichtigkeit proportional sey.

Endlich mag noch erwähnt werden, daſs für alle Scheiben die Lage des Mittelpunktes des Druckes in Rechnung gestellt ist, wenngleich derselbe mit dem Mittelpunkt der Fläche sehr nahe zusammenfällt.

Die benutzten Scheiben waren theils quadratisch, theils kreisförmig, theils dreieckig und in einem Falle bildeten sie Oblonge von groſser Höhe und sehr geringer Breite. Ihre Flächen maaſsen 4 bis gegen 40 Quadratzoll. Jedesmal wurden zwei gleiche Scheiben an beide Flügel befestigt, und indem die von beiden Fäden getragenen Gewichte einander gleich waren, so diente jedes derselben zur Ermittelung des Widerstandes einer Scheibe. Die Geschwindigkeit der Scheibe ergab sich aus der des Zeigers, und diese wurde nach dem Schlage einer Secundenuhr an dem erwähnten Maaſsstabe gemessen. Der 10., 20., 30. Zoll bis zum 70. waren durch stärkere Linien bezeichnet und die ganze oder halbe Secunde, während welcher der Zeiger diese traf, wurde notirt. Gemeinhin trat vom 20. Zoll ab schon die gleichförmige Bewegung ein. Nur wenn die Flügel allein umliefen, oder sehr kleine Scheiben aufgesteckt waren, geschah dieses erst beim 30. Zoll. Die notirten Zahlen geben hierüber sehr sicheren Aufschluſs und es wurden nur diejenigen Zeitintervalle zur Rechnung benutzt, welche unter sich übereinstimmten oder doch nicht mehr, als um eine halbe Secunde von einander abwichen.

Der Zeiger durchlief den einzelnen Zoll in 1,8 bis 8 Secunden, die Geschwindigkeit der Scheiben betrug also 66 bis 17 Zoll in der Secunde. Kleinere Geschwindigkeiten lieſsen sich nicht beobachten, weil die Reibung im Apparate alsdann überwiegenden Einfluſs erhielt und die Zeiten zu stark von einander abwichen. Andererseits durften die Flügel auch nicht schneller umlaufen, weil sonst die unvermeidlichen Beobachtungsfehler relativ zu groſse Werthe annahmen. Wenn aber gröſsere Scheiben ange-

steckt waren und diesen die Geschwindigkeit von 60 Zoll oder darüber gegeben wurde, so nahm die Luft im ganzen Zimmer eine schwache rotirende Bewegung an, die sich theils durch leichte, auf Nadelspitzen schwebende Fähnchen aus dünnem Papier erkennen liefsen und theils auch dadurch, dafs während der ganzen Beobachtungszeit die Geschwindigkeit sich fortwährend etwas vergröfserte. Diese letzte Erscheinung trat auch ein, wenn die Luft im Zimmer während dieser Zeit um 1 oder 2 Grade sich erwärmte. Die Strömungen, die sich alsdann bildeten, vereinigten sich mit den durch die Scheiben veranlafsten, und verstärkten die letzteren. Es war daher nothwendig, für die Erhaltung einer constanten Temperatur möglichst zu sorgen.

Zunächst mag eine Beobachtungsreihe erwähnt werden, die sich auf die Umdrehungen der Flügel allein unter acht verschiedenen Belastungen bezog. Wenn das auf jeder Schaale stehende Gewicht mit G, und die Anzahl der Secunden, in welchen der Zeiger durchschnittlich 1 Zoll durchlief, mit t bezeichnet wird, so schlofs sich der Ausdruck

$$G = z + p\frac{1}{t} + s\frac{1}{t^2}$$

befriedigend an die Beobachtungen an. Die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten waren

$$z = -0{,}724,$$
$$p = 1{,}034,$$
$$e = 15{,}518.$$

Das erste Glied oder die Constante z ist die Reibung Apparates. Dieselbe stellt sich unter negativem Zeidar, weil das Gewicht des Steges mit den beiden alen und den Fäden, die sich bis zum Fufsboden verrten, schon 3,3 Loth betrug und gröfser, als die con- Reibung war, woher der mit z bezeichnete Theil Gewichtes noch in die beiden anderen Glieder ht.

Die Constante p nimmt sehr verschiedene Werthe an und wird sogar gleich Null, wenn der Apparat frisch geölt ist. Das zweite Glied ist also von der Zähigkeit des Oels abhängig. Dabei muſs bemerkt werden, daſs gerade unmittelbar nach dem Einölen der Schraube die Reibung in den kürzesten Zwischenzeiten sich oft wesentlich verändert und daſs sonach diese Messungen am wenigsten sicher sind. Die sämmtlichen nachstehend benutzten Beobachtungsreihen sind nicht in solchen Zeiten gemacht.

Das dritte Glied, welches meist überwiegend groſs ist, bezieht sich auf den Widerstand der Luft gegen die Flügel und derselbe ist dem Quadrat der Umdrehungs-Geschwindigkeit proportional.

Die groſse Veränderlichkeit der Reibung, die in den Constanten des ersten und zweiten Gliedes der vorstehenden Gleichung sich zu erkennen gab, erschwerte in hohem Grade die Beobachtungen und beschränkte wesentlich die Sicherheit der Resultate. Nach vielfachen Versuchen, derselben vorzubeugen, blieb nur übrig, jedesmal vor und nach den mit Scheiben angestellten Messungen die Flügel allein unter drei verschiedenen Belastungen umlaufen zu lassen und daraus die drei Constanten z, p und s zu berechnen. Da dieselben aber nach diesen beiden Beobachtungen nur selten übereinstimmende Werthe hatten, so wurden die eingetretenen Veränderungen den Zwischenzeiten entsprechend auf die einzelnen Messungen vertheilt und hiernach die in Abzug zu stellenden Widerstände der Flügel und des Apparates ermittelt.

In gleicher Weise wurde auch unmittelbar vor und nach jeder Beobachtungsreihe der Stand des Thermometers und des Barometers abgelesen und die dabei bemerkten Aenderungen nach den Zwischenzeiten auf die einzelnen Beobachtungen vertheilt.

Sobald Scheiben an die Flügel gesteckt waren, wurde der Apparat gleichfalls durch verschiedene Belastungen in Bewegung gesetzt und für jedes beobachtete t dasjenige Gewicht berechnet, welches bei derselben Umdrehungs-

Geschwindigkeit den Widerstand der Flügel allein bezeichnete. Dieses wurde von jedem auf einer Schaale stehenden Gewicht abgezogen und es kam darauf an, die Beziehung zwischen dem Rest G' und der Zeit t zu finden. Längere Beobachtungsreihen, die mit denselben Scheiben und möglichst verschiedenen Belastungen angestellt waren, ergaben, daſs die Gleichung

$$G' = s + \frac{1}{t^2} r$$

jedesmal diese Beziehung ausdrückte. Bei den Versuchen, noch ein drittes Glied einzuführen, welches die erste Potenz der Geschwindigkeit zum Factor hat, blieb der Zahlencoëfficient desselben immer sehr klein und war bald positiv, bald negativ.

Das erste Glied oder s, bezeichnet, wenn die Reibung, die der Apparat unter den Flügeln allein erleidet, schon in Abzug gestellt ist, nur die inzwischen eingetretene Veränderung derselben. Indem diese aber aus jeder Beobachtungsreihe berechnet werden muſste, so war es entbehrlich, den Werth von s, den die Beobachtungen ohne Scheiben ergeben hatten, überhaupt zu berücksichtigen, derselbe stellte sich alsdann in Verbindung mit dem zuletzt gefundenen s dar.

Für jedes untersuchte Scheibenpaar wurde der wahrscheinlichste Werth von r berechnet und auf die zu Grunde gelegte Dichtigkeit der Luft reducirt. Aus demselben läſst sich leicht der Widerstand herleiten, den jede Scheibe erfährt. Dieser Widerstand sey D, während R die Entfernung des Angriffspunktes desselben von der Drehungs-Axe und a die Entfernung der Mittellinie des Fadens von dieser Axe ist. Man hat alsdann

$$D = \frac{a}{R}(G' - s) = \frac{a}{t^2 R} r.$$

$\frac{1}{t}$ ist die Geschwindigkeit des Zeigers oder des treibenden Gewichtes, daher die Geschwindigkeit der Scheibe

und sonach der Druck der Luft gegen die Scheibe

$$D = \frac{a^2}{R^2} r c^2$$

oder auf die Flächeneinheit reducirt

$$\frac{D}{F} = \frac{a^2 r}{R^2 F} c^2 = k c^2.$$

Nachstehende Tabelle enthält die für kreisförmige und für quadratische Scheiben aus zwanzig an verschiedenen Tagen angestellten Beobachtungsreihen hergeleiteten mittleren Werthe von k, die jedoch um sehr kleine Zahlen zu vermeiden mit 1000000 multiplicirt sind.

Kreisscheiben			Quadratscheiben		
Durchmesser	k	Diff.	Seiten	k	Diff.
2,5 Zoll	2,280		2 Zoll	2,339	
		0,071			0,014
3,5	2,351		3	2,353	
		0,059			0,084
4,5	2,410		4	2,437	
		0,061			0,009
5,5	2,471		5	2,446	
		0,047			0,058
6,5	2,518		6	2,504	

Es ergiebt sich hieraus zunächst, dafs der Widerstand, den die Flächeneinheit bei gleicher Geschwindigkeit erleidet, keineswegs constant ist, sondern mit der Gröfse der Scheiben zunimmt, sodann auch, dafs diese Zunahme nicht der Fläche, sondern einer gewissen Längen-Dimension der Scheibe proportional ist.

Um beide Formen der Scheiben mit einem gemeinschaftlichen Gesetz zu umfassen, versuchte ich unter der Annahme, dafs

$$k = \alpha + q \cdot \beta$$

sey, für q verschiedene Werthe einzuführen, nämlich die gröfste, die kleinste und die mittlere durch den Mittelpunkt der Fläche gezogene Transversale, so wie auch den Umfang der Scheibe und die Wurzel aus der Fläche derselben. Nachdem jedesmal die wahrscheinlichsten Werthe

der Constanten α und β berechnet und die daraus hergeleiteten k mit den beobachteten verglichen waren, stellte sich die kleinste Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate heraus, wenn $q = \sqrt{F}$ war, etwas gröfser wurde sie, wenn ich q dem Umfange gleich setzte und am gröfsten bei Einführung der gröfsten Transversalen, also der Diagonale des Quadrats.

Indem diese Rechnung zu keinem entscheidenden Resultat führte, so stellte ich noch mit anders geformten Scheiben Beobachtungen an, und namentlich mit solchen, welche gleichseitige Dreiecke und schmale Oblonge bildeten. Letztere waren 16 Zoll hoch und 1 Zoll breit, ihre Flächen stimmten also mit denen der quadratischen Scheiben von 4 Zoll Seite überein. Da wegen der geringen Breite die Luft vor ihnen viel leichter ausweichen konnte, so erwartete ich, dafs sie auch einen geringeren Widerstand zeigen würden. Dieses war aber keineswegs der Fall, im Gegentheil stellte sich für sie der Werth von k durchschnittlich auf 2,476. Hieraus ergab sich, dafs jenes q im Ausdruck für k dem Umfange gleich angenommen werden müsse, womit auch die Resultate der Beobachtungen mit den dreieckigen Scheiben übereinstimmten.

Nunmehr verglich ich unter dieser Voraussetzung die Werthe von k, die sich aus den vierundzwanzig mit verschieden geformten Scheiben angestellten Beobachtungsreihen ergeben hatten und fand als wahrscheinlichste Werthe

$$\alpha = 2{,}264$$

und

$$\beta = 0{,}00942.$$

Der wahrscheinliche Fehler von α war 0,0134, also ungefähr $\frac{1}{2}$ Proc. und von β, 0,00072 oder $7\frac{1}{2}$ Proc.

Der Widerstand, den eine Scheibe vom Flächeninhalt F und dem Umfange q bei der Geschwindigkeit c und der angenommenen Dichtigkeit der Luft erfährt, ist sonach

$$D = \frac{2{,}264 + 0{,}00942 \cdot q}{1000000} F c^2,$$

wobei D in alten Lothen, F, c und q in rheinländisch Zollen gemessen sind.

Eine quadratische Scheibe von 1 Fuſs Seite, die n der Geschwindigkeit der Schnellzüge von 50 Fuſs in d Secunde sich bewegt, würde hiernach beispielsweise ein Druck von 4,4 Pfund erleiden.

Wenn D in Grammen, F, c und q aber in Decimete ausgedrückt werden, so hat man

$$D = \frac{7{,}070 + 0{,}1125 \cdot q}{1000} F \cdot c^2.$$

Durch vorstehende Zerlegung von k in zwei Glied erhält man

$$D = \alpha \cdot Fc^2 + \beta \cdot q \cdot c \cdot Fc.$$

Das erste Glied entspricht der allgemein angenommen Voraussetzung über die Gröſse des Widerstandes, d zweite dagegen enthält auſser dem Zahlencoëfficienten no drei Factoren, nämlich den Umfang der Scheibe, d erste Potenz ihrer Geschwindigkeit und den cubischen I halt der in jeder Secunde verdrängten Luftmenge. Inde tropfbare Flüssigkeiten bei regelmäſsiger Strömung, als ohne Wirbelbildung, an festen Seitenwänden einen Wide stand erfahren, welcher der ersten Potenz der Geschwi digkeit und der Ausdehnung der berührten Wände pr portional ist, so darf man wohl annehmen, daſs dies zweite Glied des Widerstandes nichts anderes, als die Re bung bezeichnet, welche zwischen dem Rande der Scheib und der vorbeistreichenden Luft eintritt.

V. *Ueber ein aus der Hamilton'schen Theorie der Bewegung hervorgehendes mechanisches Princip;* von *J. J. Müller*,

Professor am Polytechnikum in Zürich.

Wenn ein System materieller Punkte sich unter dem Einfluſs von Kräften bewegt, welche aus der gegenseitigen Anziehung und Abstoſsung der Punkte hervorgehen, so können sämmtliche Integralgleichungen der Bewegung, wie Hamilton [1]) gezeigt hat, durch die partiellen Differentialquotienten einer Function der Coordinaten, der Grundfunction, dargestellt werden, in ähnlicher Weise wie nach Lagrange die Differentialgleichungen derselben mit Hülfe der partiellen Differentialquotienten der Kräftefunction dargestellt werden können. Die Grundfunction genügt dabei zwei partiellen Differentialgleichungen, allein schon eine dieser partiellen Differentialgleichungen reicht, wie Jacobi nachwies, zu ihrer Definition hin. Die Grundfunction ist eine vollständige Lösung dieser Differentialgleichung und irgend eine vollständige Lösung der letzteren giebt, analog nach den Constanten differentiirt, das System der Integralgleichungen. Es concentrirt sich daher die ganze Aufgabe in der Hamilton-Jacobi'schen Methode zu der einen Integration der partiellen Differentialgleichung, im Gegensatz zu dem Lagrange'schen Verfahren, wo nur einzelne Integrale mit Hülfe der bekannten Principien gefunden werden. Diese Integration der partiellen Differentialgleichung wurde von Jacobi [2]) in allgemeiner Weise sowohl auf dem bereits von Lagrange und Pfaff angebahnten Wege, als auch in einer neuen groſsen Methode entwickelt, Integrationsweisen, an welche beide sich eine Reihe neuerer Arbeiten anschlieſsen.

1) *Phil. Trans.* 1834, 1835.

2) Vorlesungen über Dynamik; *Nova methodus etc.* Borchardt's Journal 60.

Die angeführte Theorie hat neuerdings noch in
pelter Hinsicht eine Erweiterung erfahren. Wenn di
tersuchung von Hamilton und Jacobi sich auf
wirklichen Raum bezogen, für welchen das Element
von einem Punkte ausgehenden Linie darstellbar ist
die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate von
ferentialien der Coordinaten des Punktes, so faſste
schitz [1]) das Problem dahin allgemeiner, daſs er da
nienelement gleich der $p$ten Wurzel aus einer belie
wesentlich positiven Form des $p$ten Grades von den
rentialien beliebiger Coordinaten des betreffenden Pu
voraussetzte. Das Element seines der Grundfunction
sprechenden Integrales wird die Summe aus einer
bigen Form $p$ten Grades von den nach der Zeit ge
menen Differentialquotienten der Variabeln und eine
liebigen nur von den Variabeln abhängenden Kräfte
tion, diese Summe in das Zeitelement multiplicirt, so
das Problem der Mechanik in ein ganz allgemeines
Variationsrechnung übergeht. Wenn ferner Hami
eine Kräftefunction vorausgesetzt hatte, die nur von
Coordinaten der bewegten Punkte abhing und wenn
cobi die Untersuchung auch auf eine die Zeit exp
enthaltende Kräftefunction ausgedehnt hatte, so
Schering [2]) die Aufgabe von dieser Seite allgem
indem er Kräfte einführte, die nicht nur von der
sondern auch von dem Bewegungszustande der M
abhängen. Diese Abhängigkeit wird so gewählt, daſs,
R die resultirende Kraft und unter dr die virtuelle
rückung der Massenpunkte verstanden, $\Sigma R dr$ die Diff
einer totalen Variation und einer totalen Derivirten
der Zeit wird und diese Verallgemeinerung wird zug
auf dem erweiterten Lipschitz'schen Standpunkte d

1) Untersuchung eines Problems der Variationsrechnung. Borch
Journal 74.

2) Hamilton-Jacobi'sche Theorie für Kräfte, deren Maaſs v
Bewegung der Körper abhängt; Abhandl. der Göttinger Ge
Wissensch. 1873.

geführt. In derselben können also Bewegungen wie die, welche z. B. dem Weber'schen Gesetze genügen oder Bewegungen im mehrfach ausgedehnten Gauſs'schen und Riemann'schen Raume behandelt werden.

Von dem hohen Grade, zu dem diese analytischen Untersuchungen gelangt sind, steht die geringe Ausbildung der physikalischen Seite der Hamilton'schen Methode weit ab. Eine ganz wesentliche Eigenthümlichkeit derselben besteht darin, daſs sie von einer gegebenen Bewegung des Punktsystems zu einer anderen übergeht, in ähnlicher Weise wie das Lagrange'sche Verfahren von einer Configuration der Punkte zur anderen übergeht. Die Grundfunction, ein bestimmtes Integral, das über die ursprüngliche Bewegung ausgedehnt wird, erfährt durch die Variation der willkürlichen Constanten der Bewegung eine Aenderung, und diese Variation oder die eines ähnlichen den Kraftaufwand darstellenden Integrales geben die symbolischen Bewegungsgleichungen Hamilton's. Die Hamilton'sche Methode unterscheidet sich daher zweitens von der Lagrange'schen, bei welcher die Kräftefunction sich nach Elementen der gegebenen Bewegung ändert, in derselben Weise wie die Variation von der Differentiation der Functionen. Diese zweite Seite derselben muſste sofort zu einer neuen Behandlung der Störungen leiten, welche von Hamilton, Jacobi, Schering zu einer Reihe neuer Systeme von Störungsformeln entwickelt worden ist. Allein die genannte Anwendung der Variation der Bewegung, welche im Grunde nur eine besondere Darstellungsart der letzteren ist, ist nicht das Wesentliche der neuen Anschauung, das vielmehr in ähnlichen Principien gesucht werden muſs, wie bei den gewöhnlichen Differentialgleichungen der mechanischen Probleme. Zwar wird die eine Bedeutung dieser Principien, die Darstellung von einzelnen Integralen, bei dem angedeuteten allgemeinen Integrationsverfahren hier nicht in Betracht kommen; die davon unabhängige physikalische Bedeutung derselben aber, welche sich dort am evidentesten bei dem Satz von der

lebendigen Kraft, namentlich in der ihm von Helmho gegebenen allgemeinen Fassung, erwies, bleibt auch h bestehen und dieſs rechtfertigt eine Untersuchung d selben.

Eine solche Untersuchung der physikalischen Seite Hamilton'schen Methode ist im Folgenden versu worden; sie schien um so mehr gefordert, als die Best bungen der Physiker, den zweiten Hauptsatz der mecha schen Wärmetheorie in ähnlicher Weise wie den ers aus rein mechanischen Begriffen abzuleiten, deutlich neues mechanisches Princip vermuthen lieſsen. Es Boltzmann[1]), Clausius[2]) und Ledieu[3]) gelung den genannten Satz von den Lagrange'schen Differ tialgleichungen aus zu gewinnen; allein er stellte sich ni wie der erste Satz aus einem allgemeinen Principe hera sondern jene Untersuchungen führten umgekehrt zu neu mechanischen Sätzen, die aber freilich nicht die gro Tragweite des Princips der lebendigen Kraft besaſs Ein Versuch von Szily[4]), den Satz von dem Ham ton'schen Verfahren aus zu gewinnen, liegt dem obig Gedanken noch näher; allein abgesehen davon, daſs wegen einer an der bisherigen Form desselben haftend Beschränkung zu der geforderten allgemeinen Ableitu gar nicht führen konnte, tritt er auf die physikalisc Seite dieser Methode nicht näher ein.

Die Untersuchung ergab nun, daſs das neue Verfahr einem ähnlichen allgemeinen Principe genügt, wie d Lagrange'sche. Dem Satz der lebendigen Kraft nämlich der folgende Satz völlig coordinirt: Bezeichn man in einer Bewegung, deren Bedingungsgleichungen u Kräftefunction die Zeit nicht explicite enthalten, Grun function und Kraftaufwand beziehlich mit V und W, daſs

1) Wiener Sitzungsberichte 53; Pogg. Ann. Bd. 143, S. 211.
2) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 433.
3) *Compt. rend.* 1873, 1874.
4) Pogg. Ann. Bd. 145, S. 295; Bd. 149, S. 74.

$$-V = \int_0^t (T - U)\,dt, \quad W = \int_0^t 2T\,dt,$$

unter T die lebendige Kraft und unter U die Kräftefunction verstanden und setzt man voraus, dafs V als Function der Anfangs- und Endcoordinaten und der Zeit, W als Function der Anfangs- und Endcoordinaten und der Energie dargestellt seyen, so gilt für jede während eines Zeitelements dt eintretende Umänderung der Bewegung die Relation

$$\frac{d(V+W)}{dt} - \left[\frac{\partial(V+W)}{\partial t}\right] = 0,$$

worin das Zeichen d die gesammte mit der Umänderung der Bewegung verbundene Aenderung, das Zeichen ∂ dagegen alle nicht durch Veränderungen der Coordinaten herbeigeführten Aenderungen von $V+W$ bedeuten. Es ist also bei jeder Bewegung, deren Bedingungsgleichungen und Kräftefunction nicht von t explicite abhängen, die durch die Variation der Coordinaten allein herbeigeführte Aenderung von Grundfunction und Kraftaufwand gleich Null. Die beiden Gröfsen W und V sind hierbei einer ähnlichen physikalischen Interpretation fähig wie T und U. Erstere ist bereits von Hamilton als die in der Bewegung angehäufte lebendige Kraft bezeichnet worden; die Bedeutung der letzteren ergiebt sich aus einer Eigenthümlichkeit der ganzen Hamilton'schen Bewegungslehre. Während nämlich die *mécanique analytique* vorzugsweise die Kräfte in die Bewegungsgleichungen einführt, implicirt das Verfahren von Hamilton die Einführung der momentanen Impulse, so zwar, dafs an die Stelle der Kräfte diejenigen Impulse treten, die in jedem Augenblick die wirklich vorhandenen Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind. Es können nun in einer Gruppe von Bewegungen diese Impulse analog wie die Kräfte als negative partielle Differentialquotienten einer Function der Coordinaten dargestellt werden und diese Function ist nichts anderes als die oben definirte Grundfunction des Systemes. Diese Eigenthümlichkeit giebt der Grundfunction eine ähnliche reelle Bedeutung wie sie die Kräftefunction in der poten-

tiellen Energie erhalten hat und macht die Coordination zwischen dem Princip der Energie und dem neuen Satze noch evidenter.

Wenn dieser Satz das allgemeine Princip war, auf das jene Untersuchungen der Wärmetheorie hinzielten, so mufste er den zweiten Hauptsatz dieser Disciplin derart als speciellen Fall in sich schliefsen, wie der Satz der Energie den ersten Hauptsatz. In dieser Beziehung ist es nun bemerkenswerth, dafs derselbe, auf die mechanische Wärmetheorie angewandt, ganz direct zu dem zweiten Hauptsatze führt, sobald nur, wie es hier unumgänglich scheint, die Temperatur der Körper proportional der lebendigen Kraft ihrer Molekularbewegung gesetzt wird. Dem entsprechend scheint auch der Satz einer ähnlichen Reihe weiterer Anwendungen fähig, wie der Satz der Energie; indessen beschränken sich die Anwendungen, die im Folgenden gegeben werden, auf jenen der Wärmelehre angehörigen Fall.

Der angeführte Satz ergab sich aus der Vereinigung zweier längst bekannter mechanischer Gleichungen. Hamilton hat nämlich seine Bewegungsgleichungen sowohl in Bezug auf die Function V als in Bezug auf die Function W gegeben und es brauchten nur die getrennten Resultate vereinigt zu werden, um sofort das neue zu liefern. In der allgemeinsten Form würde der Satz unter Einführung der im Sinne von Lipschitz und Schering verallgemeinerten Integralelemente gewonnen werden. Da es sich aber bei demselben wesentlich um seine Anwendung auf die reellen physikalischen Bewegungen handelte und da er zunächst in seiner einfachsten Form dargelegt werden sollte, so habe ich es vorgezogen, ihn im Anschlufs an die ältere Hamilton-Jacobi'sche Behandlung, welche sich durchaus auf diesem Boden bewegt, zu geben. Dieses Verfahren mufste dann aber in anderer Hinsicht etwas allgemeiner gefafst werden. Denn es setzt in allen Formen, in denen es bisher durchgeführt wurde, die Kräftefunction bei der Variation der Bewegung der Form nach unverändert voraus, während in physikalischen Betrachtun-

gen eine solche Formveränderung derselben bisweilen ganz wesentlich ist. Dies ist z. B. der Fall bei den als Wärme bezeichneten Molekularbewegungen, sobald die Körper Volum- und Druckänderungen unterworfen werden. In Bezug auf solche, namentlich von Clausius betonte Gröfsen, die neben den Coordinaten in der Kräftefunction vorkommen und bei der Variation der Bewegung sich verändern, während sie innerhalb einer gegebenen Bewegung constant bleiben, mufste also das Verfahren erweitert werden, und dies hat zu etwas allgemeineren Formen der Bewegungsgleichungen geführt.

§. 1.

Es sey ein System von n materiellen Punkten gegeben, welche sich gegenseitig anziehen und abstofsen, im Uebrigen aber keinen weiteren Kräften unterworfen sind, so dafs die sollicitirenden Kräfte durch die negativen partiellen Differentialquotienten einer Function der Coordinaten sämmtlicher Punkte, der Kräftefunction U, dargestellt werden können. Diese Function U enthält als veränderliche Gröfsen jedenfalls die Coordinaten q_i der bewegten Punkte, von denen hier immer vorausgesetzt wird, dafs sie die beliebig gestatteten Bedingungsgleichungen in einem Momente identisch erfüllen und darum, wenn m solcher Bedingungsgleichungen gegeben sind, in der Zahl $3n - m = \mu$ vorkommen. Aufserdem können aber in der Kräftefunction die Zeit t explicite, sowie andere Gröfsen c_i auftreten, welche sich dann, aber auch nur dann ändern, wenn man von einer Bewegung zu einer anderen übergeht. Für Bewegungen dieser allgemeinen Art soll das Verfahren von Hamilton zur Gewinnung der allgemeinen symbolischen Bewegungsgleichung, welche sich auf die Variation der Bewegung bezieht, erweitert werden. Wird die lebendige Kraft des Punktsystemes mit T bezeichnet und die Grundfunction V durch

$$-V = \int_0^t (T - U)\, dt$$

definirt, so ist die Aufgabe näher die, die Variation di ses Integrales unter den gemachten Voraussetzungen z suchen.

Bei der Bildung dieser Variation wird zuerst die Zeit als unabhängige Variable angesehen, welche nicht varii wird. Alle in der Grundfunction vorhandenen Gröfse werden also als Functionen von t und einer Anzahl wil kürlicher Constanten betrachtet und aus der Variation di ser Constanten allein soll die Variation jener Gröfsen ur daher die der Grundfunction hervorgehen. Solcher willkü licher Constanten werden immer 2μ in den genannten Gr fsen stecken, welche von der Integration der μ Differe tialgleichungen zweiter Ordnung der Bewegung herrühre gedacht werden können; allein da aufserdem eine Verä derung der Kräftefunction beim Uebergang aus einer B wegung in eine andere vorausgesetzt ist, so kann zu jen 2μ Constanten noch eine beliebige Anzahl anderer hinz treten; diese letzteren, die ebenfalls von einander una hängig angenommen werden, sind die Gröfsen c_i. We nun diese $2\mu + \nu$ Constanten sich verändern, t dageg unverändert vorausgesetzt wird, so kommt

$$-\delta V = \delta \int_0^t (T - U)\,dt = \int_0^t \delta(T - U)\,dt,$$

und es handelt sich allein um die Variation der Gröfs $(T - U)$.

Da die Bedingungsgleichungen des Systemes die Zeit explicite enthalten dürfen, so wird die lebendige Kraft im Allgemeinen wie die Kräftefunction U die Zeit t eben falls explicite enthalten; allein da die Zeit nicht varii wird, so kommen in der Bildung der totalen Variation δ doch nur die Variationen δq_i, $\delta q'_i$, δc_i vor und es wird

$$-\delta V = \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i}\,\delta q_i\right] dt + \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial(T-U)}{\partial q'_i}\,\delta q'_i\right] dt$$

$$+ \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial(T-U)}{\partial c_i}\,\delta c_i\right] dt.$$

Durch partielle Integration im zweiten Theile der rechten Seite folgt hieraus, wenn die für die Zeit $t = 0$ geltenden Werthe der verschiedenen Gröfsen durch den Index 0 bezeichnet werden,

$$-dV = \Sigma \frac{\partial T}{\partial q_i'} \delta q_i - \Sigma \frac{\partial T^0}{\partial q_i'^0} \delta q_i^0$$

$$+ \int_0^t \left\{ \Sigma \left[\frac{\partial (T-U)}{\partial q_i} - \frac{d \frac{\partial T}{\partial q_i'}}{dt} \right] \delta q_i \right\} dt - \int_0^t \left(\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k \right) dt$$

und setzt man die nach q_i' genommenen Differentialquotienten der lebendigen Kraft

$$\frac{\partial T}{\partial q_i'} = p_i \quad \frac{\partial T^0}{\partial q_i'^0} = p_i^0,$$

je nachdem sie sich auf die Zeit t oder auf die Anfangszeit 0 beziehen, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \left(\Sigma \left[\frac{dp_i}{dt} - \frac{\partial (T-U)}{\partial q_i} \right] \delta q_i \right) dt$$

$$- \int_0^t \left(\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k \right) dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Dieſs ist eine Bewegungsgleichung allgemeinster Art, ähnlich einer von Jacobi[1]) und Schering[2]) hervorgehobenen, welche aber das Eigenthümliche hat, daſs die in den letzteren Gleichungen nicht enthaltenen Gröfsen c_k im Allgemeinen in der Kräftefunction ebenfalls vorkommen.

Sämmtliche Gröfsen in der Gl. (1) sind als Functionen von t und $2\mu + \nu$ willkürlichen Constanten vorausgesetzt, deren erste 2μ von der Integration der Differentialgleichungen der Bewegung herrührten. Man kann nun vermittelst der Integralgleichungen die Gröfsen q_i, q_i^0 durch die willkürlichen Constanten und t ausdrücken, man kann aber auch durch dieselben Integralgleichungen die genannten 2μ willkürlichen Constanten durch die Gröfsen q_i, q_i^0

1) Vorlesungen über Dynamik 143, 356.
2) Hamilton-Jacobische Theorie 19.

und t darstellen. Das letztere soll vorausgesetzt werd
Dann wird V eine Function von t und 2μ Gröfsen q_i, q
aufserdem enthält es aber noch die willkürlichen Consts
ten c_k, die in Folge der gemachten Voraussetzung dur
keine Relation mit einander verknüpft sind. Daher werd
jetzt alle Variationen δq_i, δq_i^0, δc_k von einander uns
hängig.

In Folge dessen läfst sich die Gleichung (1) sofort
einzelne Gleichungen zerspalten. Setzt man nämlich d
unter dem Integralzeichen stehenden Ausdruck

$$\Sigma\left[\frac{dp_i}{dt} - \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i}\right]\delta q_i = 0,$$

so kommen die Differentialgleichungen der Bewegung

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i}$$

und da umgekehrt die letzteren von Lagrange unabhä
gig von Gl. (1) bewiesen sind, so folgt, dafs unter alle
Umständen jener unter dem ersten Integralzeichen stehend
Ausdruck der rechten Seite verschwindet. Läfst man dah
denselben unberücksichtigt, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k}\,\delta c_k\, dt \quad (2)$$

und diefs ist die erweiterte symbolische Gleichung vo
Hamilton. Weil nämlich die Variationen alle von ein
ander unabhängig sind, so liefert sie sofort die Integralgle
chungen

$$-\frac{\partial V}{\partial q_i} = p_i, \quad \frac{\partial V}{\partial q_i^0} = p_i^0.$$

Die Gleichung (2) ist (bis auf eine unerhebliche Ab
weichung in der Schreibweise) bereits von Clausius[1]
gegeben worden, wobei aber zu bemerken, dafs die Ab
leitung von Clausius sich nur auf Bewegungen bezieh
deren Kräftefunction und deren Bedingungsgleichungen di
Zeit nicht explicite enthalten. Die Gestalt, in welch
sie die Variation δV giebt, ist für die folgenden Betrach
tungen noch nicht allgemein genug, da im Allgemein

1) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 122.

die Zeit t ebenfalls variirt und damit eine partielle Aenderung sowohl in T als auch in U und folglich auch in V herbeigeführt wird, welche in Gleichung (2) nicht berücksichtigt ist.

Es soll daher jetzt angenommen seyn, dafs die Zeit t nicht mehr die unabhängige Variable ist, sondern bei der Variation der Bewegung mit die Veränderung δt erfahre. Um den Sinn dieser Variation zu verstehen, hat man zu beachten, dafs man nicht die Zeit überall, wo sie vorkommt, variirt, sondern nur da, wo sie explicite vorkommt, denn eine Variation der andern würde auf eine Variation der Anfangs- und Endcoordinaten hinauslaufen und diese ist bereits abgethan. Man faſst also in diesem Falle die Grundfunction V auf als abhängig von Anfangs- und Endcoordinaten, dieser expliciten Zeit t und der Gröfsen c_i und die Variation derselben ist zu bilden, indem man jetzt gleichzeitig alle diese Gröfsen variirt. Die unter Einschluſs der Zeit gebildete totale Variation wird daher

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i} \delta c_i dt - \frac{\partial V}{\partial t} \delta t$$

und es handelt sich darum, den letzten Term $\frac{\partial V}{\partial t}$ zu bestimmen.

Um diesen zu erhalten, beachte man, dafs bei der Differentiation nach t sich die in der Kräftefunction U enthaltenen Gröfsen c_i nach den Voraussetzungen, die über diese Gröfsen gemacht worden sind, nicht ändern. Es folgt daraus, dafs

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt}$$

und hieraus ergiebt sich sofort der gesuchte partielle Differentialquotient

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{dV}{dt} - \Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt} = U - T + \Sigma p_i q'_i.$$

Führt man jetzt diesen Werth in die obige Gleichung für δV ein, so kommt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k dt$$

$$-(U - T + \Sigma p_i q_i') \delta t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad ($$

Diese allgemeine auf die Variation der Bewegun zügliche Gleichung, welche den von Lipschitz ge nen Gleichungen 7** und 7a S. 122 bis 123, sowie übrigens die Differentialgleichungen noch mit enthalte Gleichungen [5] und [6] S. 19 von Schering entsp gilt, sobald eine Kräftefunction existirt, also auch wenn Kräftefunction und Bedingungsgleichungen die explicite enthalten. Für den speciellen im Folgenden zur Behandlung kommenden Fall, wo die Zeit nicht in Kräftefunction und Bedingungen explicite auftritt, n sie eine etwas einfachere Gestalt an.

In diesem Falle gilt nämlich die Relation

$$T + U = E,$$

wenn E die Energie des Systemes bezeichnet. Addirt subtrahirt man daher auf der rechten Seite der für $\frac{\partial V}{\partial t}$ tenden Gleichung den Werth $2T$, so kommt

$$\frac{\partial V}{\partial t} = E + \Sigma p_i q_i - 2T.$$

Allein bei den festgesetzten Voraussetzungen wird lebendige Kraft eine homogene Function zweiten Gr der Variabeln q_i', also

$$2T = \Sigma \frac{\partial T}{\partial q_i'} q_i' = \Sigma p_i q_i',$$

somit kommt einfach

$$\frac{\partial V}{\partial t} = E$$

und nach der Substitution in die obige Gleichung

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} \delta c_k dt - E \delta t \quad (4$$

Diese an die Hamilton'sche [1]) Gleichung sich schliefsende Form bildet den Ausgangspunkt für das gende. Bezeichnend für dieselbe ist dabei, dafs die

1) *Phil. Trans.* 1834, 307.

wöhnlichen Bewegungsgleichungen von Lagrange nur *in* der Bewegung selber als erfüllt angesehen werden, nicht mehr dagegen während der Veränderung der Bewegung. Das System muſs also immer *in* der Bewegung ein abgeschlossenes seyn, das von Auſsen her keine Einwirkung erleidet, während der Variation der Bewegung muſs dagegen eine solche Einwirkung von Auſsen her stattfinden. Dabei kann nun die Energie des Systemes constant bleiben oder sich verändern, ob das eine oder das andere stattfindet, hat auf die Gültigkeit der Gl. (4) keinen Einfluſs. Diese Unabhängigkeit der Hamilton'schen Gleichung von der Art der Variation der Bewegung hat dieselbe Bedeutung wie die der Lagrange'schen Bewegungsgleichung von der Art der Variation der Configuration. Wenn also das Lagrange'sche Verfahren sich auf Systeme mit und ohne Bedingungen erstreckt, so dehnt sich die Hamilton'sche Gleichung (4) auf Systeme aus, die bei der Umänderung ihrer Bewegung die Energie constant erhalten oder auch solche von Auſsen aufnehmen.

§. 2.

Die symbolische Bewegungsgleichung Hamilton's spielt in der Behandlung der mechanischen Probleme eine ähnliche Rolle wie die symbolische Bewegungsgleichung von Lagrange, nur mit dem Unterschiede, daſs sie sich auf die Variation der Bewegung bezieht, während die letztere die Variation der Configuration in einer Bewegung betrifft. Wenn nun in dem Lagrange'schen Verfahren aus der Bewegungsgleichung eine Reihe von Principien hervorgehen, welche zum Theil die rein analytische Bedeutung von Integralen der Differentialgleichungen, zum Theil die wesentlich physikalische Bedeutung von allgemeinen für die Bewegung überhaupt geltenden Sätzen haben, so entspringt sofort die Frage, ob nicht ähnliche Principien der Hamilton'schen Gleichung sich anschlieſsen. Dieſs soll namentlich in Hinsicht auf den Satz der lebendigen Kraft, der in dem Lagrange'schen Verfahren

weitaus die gröfste Wichtigkeit angenommen hat, untersucht werden.

Es wird dazu die bereits angedeutete Voraussetzung gemacht, dafs in allen Bewegungen, die von jetzt ab untersucht worden, die Zeit weder in der Kräftefunction, noch in den Bedingungsgleichungen explicite vorkomme, so dafs die Hamilton'sche Gleichung die Form annimmt

$$-\delta V = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i} \delta c_i dt - E\delta t \quad (4).$$

Benutzt man nun die bekannte, schon von Euler angegebene und auch von Hamilton und Jacobi angewandte Substitution [1])

$$V = -W + Et,$$

woraus

$$\delta V = -\delta W + E\delta t + t\delta E,$$

so geht diese Bewegungsgleichung über in

$$\delta W = \Sigma p_i \delta q_i - \Sigma p_i^0 \delta q_i^0 - \int_0^t \Sigma \frac{\partial U}{\partial c_i} \delta c_i dt + t\delta E \quad (5).$$

Hierin ist

$$W = -V + Et = \int_0^t (T - U)dt + (T + U)t$$

$$= \int_0^t (T - U)dt + \int_0^t (T + U)dt = \int_0^t 2Tdt,$$

also nichts anderes als die unter dem Namen des Kraftaufwandes bekannte Gröfse. Sie ist als Function der Gröfsen q_i, q_i^0, E, c_i aufzufassen und die Zeit t, die beim Integrale in Gl. (5) noch übrig geblieben ist, durch die Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial E} = t$$

zu ersetzen, so dafs t und E in den Gleichungen (4) und (5) eine völlige analoge Stellung einnehmen, derart, dafs

[1]) Man vergleiche damit die allgemeinen Transformationen von Lipschitz und Mehring.

immer die eine Gröfse die andere ersetzt. Vergleicht man nun die beiden Relationen (4) und (5), so kommt

$$-\left[\delta V - \Sigma \frac{\partial V}{\partial c_k}\delta c_k - \frac{\partial V}{\partial t}\delta t\right] = \delta W - \Sigma \frac{\partial W}{\partial c_k}\delta c_k - \frac{\partial W}{\partial E}\delta E \quad . \quad (6).$$

In dieser Gleichung sind die Variationen noch völlig unbestimmt. Eines von den unendlich vielen Systemen von virtuellen Variationen wird nun unter den gemachten Voraussetzungen das System der Veränderungen seyn, welche bei der wirklichen Umänderuug der Bewegung während des Zeittheilchens dt eintreten. Bezogen auf diese wirklichen Variationen wird aber

$$\delta = \frac{d}{dt}dt$$

und das zweite und dritte Glied in Gl. (6) können je als eine in Bezug auf die Coordinaten explicite Aenderung nach t aufgefafst werden, die durch

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}dt\right]$$

ausgedrückt seyn mag. Dann kommt

$$\frac{d(V+W)}{dt} - \left[\frac{\partial(V+W)}{\partial t}\right] = 0 \quad . \quad . \quad (7)$$

und dies ist der gesuchte Satz: *Die Summe der Aenderungen der Grundfunction und des Kraftaufwandes, welche durch die Variation der Anfangs- und Endcoordinaten allein hervorgerufen sind, ist in der Veränderung jeder Bewegung, die eine Kräftefunction voraussetzt und die Zeit weder in dieser noch in den Bedingungen explicite enthält, gleich Null.*

Da die Variation der Bewegung nur der Bedingung unterworfen ist, dafs sie die Beschränkungen des Systemes nicht aufhebt, im Uebrigen aber, wie schon hervorgehoben wurde, sehr wohl unter Zufuhr von Energie geschehen darf, so ist der gewonnene Satz unabhängig von der speciellen Art desselben. In dieser Beziehung ist die Coordination zu dem Satz der lebendigen Kraft, welcher

die Zunahme der letzteren ebenfalls unabhängig von der Art der Variation der Configuration giebt, evident. Allein diese Unabhängigkeit bildet nur eine Seite in dem letzteren Satze; eine andere noch wesentlichere hat derselbe bekanntlich durch die Bemerkung angenommen, daſs die Kräftefunction (in obiger Darstellung) nichts anderes als die potentielle Energie des Systemes ist. In einer solchen neuen Richtung soll jetzt auch der neue Satz untersucht werden.

Die gesuchte Bedeutung der Grundfunction ergiebt sich leicht, wenn man die Kräfte, auf welche sich die gewöhnliche Theorie der Bewegung stützt, verläſst und an die Stelle derselben die momentanen Impulse einführt, welche in jedem Augenblicke die existirenden Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind. Daſs eine solche Betrachtungsweise mit der Hamilton'schen Theorie der Bewegung in wesentlichem Zusammenhange stehe, ist, so viel mir bekannt, noch nicht hervorgehoben, wenn auch neuerdings Thomson und Tait[1]) auf die Wichtigkeit dieses zweiten, dem ersten nicht nachstehenden Verfahrens aufmerksam gemacht und seine Theorie näher ausgebildet haben. In demselben sind die nach den allgemeinen Coordinaten gebildeten Componenten der momentanen Impulse — wenn die Componenten der Kräfte nach den rechtwinkligen Coordinaten genommen $X\,Y\,Z$ sind,

$$P_i = \int_0^t \Sigma\left(X\frac{\partial x}{\partial q_i} + Y\frac{\partial y}{\partial q_i} + Z\frac{\partial z}{\partial q_i}\right) dt.$$

Andererseits ist, wenn u und v die Geschwindigkeitscomponenten gebildet nach der Coordinate q_i vor und nach dem Impulse P_i bezeichnen, die von den Kräften während des Impulses gethane mechanische Arbeit

$$L = P_i \frac{u+v}{2}.$$

Wird nun ein System von μ Impulscomponenten P_i vorausgesetzt, welches die sämmtlichen Geschwindigkeiten q'_i von dem Ruhezustande des Systemes hervorbringt, so daſs

1) *Treatise on nat. phil.* 206 ff.

die Geschwindigkeiten vor denselben alle $= 0$, die nach denselben aber jene q'_i sind, so wird die mechanische Arbeit, welche von den Kräften während der Impulse gethan wird,

$$L = \tfrac{1}{2} \Sigma P_i q'_i.$$

Allein es ist die äquivalente lebendige Kraft

$$T = \Sigma \tfrac{1}{2} p_i q'_i,$$

also

$$p_i = P_i$$

und

$$-\frac{\partial V}{\partial q_i} = P_i \quad \ldots\ldots \quad (\alpha),$$

d. h. die negativen nach den Coordinaten gebildeten partiellen Differentialquotienten der Grundfunction stellen die Componenten der momentanen Impulse dar, welche die jedesmaligen Geschwindigkeiten hervorzubringen im Stande sind.

Wird aus (α) der Werth von P_i in

$$2L = \Sigma P_i \frac{dq_i}{dt}$$

eingesetzt, so kommt weiter

$$2L = -\Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt}$$

und

$$-\Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} dq_i = 2L\,dt \quad \ldots\ldots \quad (\beta)$$

d. h. das negative nach sämmtlichen Coordinaten gebildete partielle Differential der Grundfunction stellt das Product aus dem Zeitelement dt in die doppelte mechanische Arbeit dar, welche bei den die wirklichen Geschwindigkeiten q'_i vom Ruhezustande aus hervorbringenden Impulsen gethan wird.

Führt man endlich aus (β) den Werth dieses partiellen Differentiales in die Gleichung

$$dV = \Sigma \frac{\partial V}{\partial q_i} dq_i + E\,dt$$

ein, so kommt

$$dV = -2L\,dt + E\,dt$$

und hieraus

$$V = \int_0^t (E - 2L)\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma)$$

eine Relation, welche sich auch sofort aus der frühere Definitionsgleichung von V unter Benutzung des Satze der Energie ergiebt, von Hamilton geradezu als Def nition der Function V benutzt worden ist und die eigen liche mechanische Bedeutung derGrundfunction ausdrückt

Da nun in (γ) die Grundfunction analog der frühere Gröfse W gebildet erscheint, so wird es passend seyı dieſs auch durch eine gleichmäfsige Bezeichnung anzudeı ten und in dieser Bezeichnung dürften sich die Name potentielle und kinetische Action für V und W empfehlei Setzt man noch

$$A = V + W = Et$$

und nennt dies die Action des Systemes schlechthin, : geht die Gl. (7) über in

$$\frac{dA}{dt} - \left[\frac{\partial A}{\partial t}\right] = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und der Satz lautet: ***Die durch die Variation der Anfangs- und Endcoordinaten allein bedingte Aenderung der Actio verschwindet bei der Umänderung jeder Bewegung, welch eine Kräftefunction voraussetzt und die Zeit weder in die ser, noch in den Beschränkungen explicite enthält.*** In die ser Form kann er als das Princip der Action bezeichne werden.

Hierbei sind potentielle und kinetische Action Gröfsen welche die gegebene Bewegung in ähnlicher Weise cha- rakterisiren, wie die potentielle und kinetische Energie die entsprechende Configuration. Denkt man sich die ganze Reihe stetig geänderter Bewegungen durchlaufen, so werden sich dieselben im Allgemeinen durch verschiedene Werth dieser Gröfsen unterscheiden. In dem Maafse nun, al durch die reine Aenderung der Coordinaten die eine ab nimmt, nimmt die andere durch dieselbe Aenderung zu so dafs in dieser neuen Hinsicht völlige Uebereinstimmun mit dem Satz der Energie besteht.

In Bezug auf die Beschränkungen, unter denen der Satz der Action gewonnen wurde, ist zu bemerken, dafs die Bildung von $\int_0^t 2T dt$ wie die von T auch ohne eine Kräftefunction möglich bleibt. Die Frage nun, was aus dem Satz der Action in diesen Fällen wird, wo keine Kräftefunction und in Folge dessen auch keine Grundfunction existirt, giebt zugleich Gelegenheit, die Stellung desselben zu einer anderen bekannten Gleichung der Mechanik hervorzuheben, welche sich auf die oben angeführten momentanen Impulse bezieht.

Sind nämlich, nach den rechtwinkligen Coordinatenaxen gebildet, die Componenten der Impulse $\Xi H Z$ und die Geschwindigkeitscomponenten, welche durch dieselben hervorgebracht sind, $x'y'z'$, so ist die Bewegungsgleichung

$$\Sigma[(\Xi - mx')\delta x + (H - my')\delta y + (Z - mz')\delta z] = 0.$$

Werden nun als System der virtuellen Variationen die wirklich eintretenden Aenderungen der Coordinaten eingeführt, so folgt

$$\Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')dt = \Sigma m(x'^2 + y'^2 + z'^2)dt = 2Tdt.$$

Ueber die gegebene Bewegung integrirt, kommt

$$\int_0^t \Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')dt = \int_0^t 2Tdt$$

und durch Variation folgt hieraus

$$\delta \int_0^t \Sigma(\Xi x' + Hy' + Zz')dt = \delta \int_0^t 2Tdt \quad (9).$$

Dieſs ist die Gleichung, welche in dem angenommenen allgemeinen Falle an die Stelle der Gleichung der Action tritt; ihre Glieder haben eine ähnliche mechanische Bedeutung, wie die der letzteren. Die Summe der linken Seite ist nämlich nichts anderes, als die doppelte mechanische Arbeit, welche die sämmtlichen einen Impuls bil-

denden Kräfte während desselben thun, die Gleichung geht also sofort über in

$$\delta \int_0^t 2L\,dt = \delta \int_0^t 2T\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und in diese Form kann auch leicht der Satz der Action gebracht werden. Denn nach (γ) ist

$$-\delta V + E\delta t + t\delta E = \delta \int_0^t 2L\,dt,$$

was, in seine Gleichung eingesetzt, sofort die Form (10) liefert. Der Unterschied beider Fälle besteht nur darin, daſs im Falle einer Kräftefunction die Glieder der Gleichung Functionen der Coordinaten sind, im anderen Falle nicht, Verhältnisse, wie sie analog beim Satz der Energie ebenfalls auftreten.

§. 3.

Um das gefundene Princip, welches für die Bewegungsveränderungen aller Systeme, die den oft hervorgehobenen Bedingungen genügen, eine charakteristische Eigenschaft darstellt, zu erläutern, mag zunächst ein einfaches Beispiel, für welches sich der Satz leicht direct verificiren läſst, discutirt werden. Ich wähle dazu die Pendelbewegung, die in der Vertikalebene der xy um die vertikal nach unten zielende Axe der positiven y in unendlich kleinen Amplituden vor sich geht und gebe die Bestimmung der beiden Functionen V und W nach bekannten Methoden [1]).

Wird die Pendellänge mit l und die jedesmalige Elongation mit ϑ bezeichnet, so daſs

$$x = l\sin\vartheta,\ y = l\cos\vartheta,$$

so wird die Energie E durch die Gröſsen p_i und q_i ausgedrückt

$$E = \tfrac{1}{2}\frac{p^2}{l^2} - g\,l\cos\vartheta,$$

1) Man vergleiche die Beispiele von Hamilton und Jacobi.

wobei $p = \frac{\partial T}{\partial \vartheta'}$. Die Differentialgleichungen der Bewegung sind hiernach unter Beachtung der unendlich kleinen Amplitude

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p}{l^2}$$

$$\frac{dp}{dt} = -gl\vartheta$$

und die beiden Integralgleichungen

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos\sqrt{\frac{g}{l}}t + \frac{p_0}{l\sqrt{gl}} \sin\sqrt{\frac{g}{l}}t$$

$$p = p_0 \cos\sqrt{\frac{g}{l}}t - \vartheta_0 l\sqrt{gl} \sin\sqrt{\frac{g}{l}}t,$$

wobei ϑ_0 und p_0 die Werthe von ϑ und p für $t = 0$ bezeichnen.

Werden nun diese Werthe in den Ausdruck für die lebendige Kraft

$$T = \tfrac{1}{2}\frac{p^2}{l^2}$$

eingeführt und die Quadrate und Producte der trigonometrischen Functionen durch die Functionen der doppelten Variabeln ersetzt, so kommt

$$T = \frac{p_0^2}{4l^2} + \frac{\vartheta_0^2 gl}{4} + \left[\frac{p_0^2}{4l^2} - \frac{\vartheta_0^2 gl}{4}\right]\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}t$$
$$- \frac{p_0\vartheta_0}{2}\sqrt{\frac{g}{l}} \sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}t.$$

Werden die nämlichen Werthe auch in die Kräftefunction

$$U = -gl\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right)$$

eingeführt, so ergiebt sich nach ähnlicher Reduction

$$U = -gl + \frac{\vartheta_0^2 gl}{4} + \frac{p_0^2}{4l^2} + \left[\frac{\vartheta_0^2 gl}{4} - \frac{p_0^2}{4l^2}\right]\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}t$$
$$+ \frac{p_0\vartheta_0}{2}\sqrt{\frac{g}{l}} \sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}t.$$

Und setzt man endlich diese beiden Werthe in die Grundfunction

$$-V=\int_0^t (T-U)\,dt$$

ein, so erhält man

$$-V=gl\,t+\left[\frac{p_0{}^2}{4l\sqrt{gl}}-\frac{\vartheta_0{}^2 l\sqrt{gl}}{4}\right]\sin 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$

$$+\frac{p_0\vartheta_0}{2}\left(\cos 2\sqrt{\frac{g}{l}}\,t-1\right)$$

oder, wenn man mit Hülfe der ersten der Integralgleichungen

$$p_0=\frac{l\sqrt{gl}(\vartheta-\vartheta_0)\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}$$

setzt und schliefslich in die trigonometrischen Functionen wieder die einfachen Variabeln einführt

$$-V=gl\,t+\tfrac{1}{2}(\vartheta^2+\vartheta_0{}^2)\,l\sqrt{gl}\cot g\sqrt{\frac{g}{l}}\,t-\frac{\vartheta\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}\,t}\quad(11).$$

Auf die nämlichen Variabeln l und ϑ bezogen hat man anderseits

$$\frac{\partial T}{\partial\vartheta'}=l^2\vartheta'$$

$$\vartheta'=\frac{1}{l^2}\frac{dW}{d\vartheta}$$

$$T=\frac{1}{2l^2}\left(\frac{dW}{d\vartheta}\right)^2.$$

Wird dies nebst dem Werthe von U in die bekannte für A geltende Differentialgleichung

$$T=-U+E$$

eingesetzt, so kommt

$$\frac{1}{2l^2}\left(\frac{dW}{d\vartheta}\right)^2=gl\left(1-\frac{\vartheta^2}{2}\right)+E$$

und hieraus das Integral

$$W=\int_{\vartheta_0}^{\vartheta}\sqrt{2gl^2+2l^2E-gl^2\vartheta^2}\,d\vartheta\quad.\quad(12).$$

Bildet man jetzt aus (11) und (12) die Differentialquotienten

$$-\frac{\partial V}{\partial \vartheta} = \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}t} - \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}t} \qquad -\frac{\partial V}{\partial \vartheta_0} = \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}t} - \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}t}$$

$$\frac{dW}{d\vartheta} = \sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^2\vartheta^2} \qquad \frac{dW}{d\vartheta_0} = -\sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^2\vartheta_0^2}$$

und führt dieselben in die Gleichung der Action ein, so kommt

$$l\sqrt{gl}\left(\vartheta\frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta_0\frac{d\vartheta_0}{dt}\right)\frac{\cos\sqrt{\frac{g}{l}}t - 1}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}t} = \sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^2\vartheta^2}\,\frac{d\vartheta}{dt}$$

$$-\sqrt{2gl^3 + 2l^2E - gl^2\vartheta_0^2}\,\frac{d\vartheta_0}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

In der That läfst sich leicht zeigen, dafs die einzelnen Derivirten beziehlich p und p_0 sind. Denn eliminirt man z. B. aus der zweiten der Integralgleichungen die Gröfse p_0 mit Hülfe der ersten, so kommt sofort

$$p = \frac{\vartheta l\sqrt{gl}}{\operatorname{tg}\sqrt{\frac{g}{l}}t} - \frac{\vartheta_0 l\sqrt{gl}}{\sin\sqrt{\frac{g}{l}}t} = -\frac{\partial V}{\partial \vartheta}.$$

Und setzt man andererseits diesen Werth von p in den Ausdruck der Energie, so geht derselbe über in

$$E = \frac{gl^2\vartheta^2\cos^2\sqrt{\frac{g}{l}}t - 2gl^2\vartheta\vartheta_0\cos\sqrt{\frac{g}{l}}t + gl^2\vartheta_0^2}{2l^2\sin^2\sqrt{\frac{g}{l}}t} - gl\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right)$$

und daher wird

$$\frac{\partial W}{\partial \vartheta} = \sqrt{\frac{gl^2\vartheta^2\cos^2\sqrt{\frac{g}{l}}t - 2gl^2\vartheta\vartheta_0\cos\sqrt{\frac{g}{l}}t + gl^2\vartheta_0^2}{\sin^2\sqrt{\frac{g}{l}}t}} = p.$$

Von den Anwendungen des Satzes der Action auf die physikalischen Probleme soll hier die angeführt werden,

welche man von demselben in der mechanischen Wärmetheorie machen kann. Faſst man die Wärme als Molecularbewegung auf, so führt die Anwendung des Satzes der Energie auf dieselbe sofort zu dem ersten Hauptsatze dieser Disciplin. Dem entsprechend wird nun untersucht, was unter der nämlichen Voraussetzung aus dem Satz der Action hervorgeht. Jene Molekularbewegungen sind stationäre Bewegungen eines Punktsystemes und der einfachste Fall solcher Bewegungen ist offenbar der, bei welchem sich alle Punkte in geschlossener Bahn und mit einer allen gemeinsamen Umlaufszeit bewegen. Dies soll zunächst vorausgesetzt seyn.

Da für geschlossene Bahnen die beiden Gränzen des die Action bildenden Integrales zusammenfallen, wenn dasselbe über einen ganzen Umlauf erstreckt wird, so kommt

$$\Sigma \frac{\partial W}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt} - \Sigma \frac{\partial W}{\partial q_i^0} \frac{dq_i^0}{dt} = \frac{dW}{dt} - \left[\frac{\partial W}{\partial t}\right] = 0$$

und die Gleichung des Satzes der Action geht daher über in

$$-\frac{dV}{dt} + \left[\frac{\partial V}{\partial t}\right] = 0$$

oder explicite geschrieben

$$-dV + \Sigma \frac{\partial V}{\partial c_k} dc_k + E dt = 0.$$

Nennt man nun den Mittelwerth der lebendigen Kraft und der Kräftefunction für einen Umlauf beziehlich $\overline{T}$ und $\overline{U}$, so kommt

$$-V = \int_0^t (T - U) dt = t(\overline{T} - \overline{U})$$

$$-dV = t d\overline{T} - t d\overline{U} + \overline{T} dt - \overline{U} dt,$$

$$\Sigma \frac{\partial V}{\partial c_k} dc_k = \int_0^t \left[\Sigma \frac{\partial U}{\partial c_k} dc_k\right] dt = t \Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_k} dc_k$$

$$E = \overline{T} + \overline{U}$$

und setzt man diese Werthe in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$t d\bar{T} - t d\bar{U} + 2\bar{T} dt + t \Sigma \frac{\partial \bar{U}}{\partial c_i} dc_i = 0,$$

woraus

$$d\bar{U} - \Sigma \frac{\partial \bar{U}}{\partial c_i} dc_i = d\bar{T} + 2\bar{T} d\log t \quad . \quad . \quad (14),$$

eine bekannte, schon von Clausius[1]) für solche Bewegungen aufgestellte Gleichung.

Wendet man nun diese oder verwandte Gleichungen auf die als Wärme bezeichnete Molekularbewegung an und benutzt dabei die Hypothese, dafs die Temperatur proportional der lebendigen Kraft der Bewegung ist, so gelangt man, wie Boltzmann, Clausius und Ledieu gezeigt haben, leicht zum zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Im Allgemeinen wird aber die Bewegung der Moleküle eines Körpers nicht in geschlossenen Bahnen geschehen; bei den Flüssigkeiten ist man z. B. nicht einmal berechtigt, eine mittlere feste Lage derselben anzunehmen und bei den festen Körpern, wo eine solche Voraussetzung zwar nothwendig ist, wird doch die wirkliche Bewegung sich nach allen Dimensionen vertheilen. Für solche Fälle hat nun Clausius neuerdings auf eine zweite analoge Gleichung aufmerksam gemacht, welche die Voraussetzung geschlossener Bahnen mit einer anderen vertauscht. Hier soll eine directere Ableitung des zweiten Hauptsatzes aus dem Satz der Action gegeben werden.

Die Voraussetzungen, welche über das den Körper darstellende Punktsystem gemacht werden, sind einfach die, dafs die Bewegung eine stationäre sey und dafs sie durch Mittheilung einer elementaren Wärmemenge unendlich wenig geändert werde. Es wird die auf die genannte Variation bezügliche Gröfse

$$\Sigma p_i \frac{dq_i}{dt} - \Sigma p_i^0 \frac{dq_i^0}{dt}$$

untersucht. Da unendlich kleine Aenderungen der Geschwindigkeiten in dem Zeittheilchen dt nur unendlich

1) Pogg. Annal. Bd. 142, S. 433.

kleine Wegeänderungen zweiter Ordnung hervorbringen, so wird

$$\Sigma p_i^0 \frac{dq_i^0}{dt} = \Sigma p_i^0 q_i'^0.$$

Ferner läfst sich das System der Variationen $\frac{dq_i}{dt} dt$ in zwei Systeme zerspalten. Das erste seyen die Wege $q_i dt$, welche in der ursprünglichen Bewegung während des Zeitelements dt von den Punkten q_i aus stattfinden. Dieser Theil liefert die Summe

$$\Sigma p_i q_i' = \Sigma p_i^0 q_i'^0.$$

Das zweite Theilsystem seyen die Wege $\varepsilon_i dt$, welche von den genannten letzten Lagen in der ursprünglichen Bewegung zu den Endlagen in der variirten Bewegung führen. In demselben kommen unter den gemachten Voraussetzungen auf jeden Werth p ebenso viel positive als negative ε; dieser Theil liefert daher die Summe

$$\Sigma p_i \varepsilon_i = 0.$$

Hiernach wird für die unendlich kleine Variation, welche in der stationären Bewegung des Punktsystemes durch eine unendlich kleine Wärmemenge bedingt ist

$$\Sigma p_i \frac{dq_i}{dt} - \Sigma p_i^0 \frac{dq_i^0}{dt} = 0.$$

Unter Einführung der Function V wird also

$$\frac{dV}{dt} - \left[\frac{\partial V}{\partial t}\right] = 0$$

und die Gleichung der Action läfst sich schreiben

$$\frac{dW}{dt} - \Sigma \frac{\partial W}{\partial c_k} dc_k - t\delta E = 0.$$

Allein da

$$W = \int_0^t 2T dt = 2t\bar{T},$$

$$dW = 2t d\bar{T} + 2\bar{T} dt,$$

$$\Sigma \frac{\partial W}{\partial c_k} dc_k = -t\Sigma \frac{\partial \bar{U}}{\partial c_k} dc_k,$$

so kommt

$$2t d\bar{T} + 2\bar{T} dt + t\Sigma \frac{\partial \bar{U}}{\partial c_k} dc_k - t dE = 0$$

und hieraus

$$dE - \Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i = 2\, d\overline{T} + 2\,\overline{T} d\log t$$

oder

$$dE - \Sigma \frac{\partial \overline{U}}{\partial c_i} dc_i = 2\,\overline{T} d\log(t\,\overline{T}) \quad . \quad . \quad (15).$$

Diese Gleichung, die für den speciellen Fall, wo keine c_i vorhanden, wo die Bahnen geschlossen und wo die Umlaufszeiten für alle Punkte dieselben sind, schon von Szily[1]) gegeben wurde, führt nun unmittelbar zu dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre. Dazu beachte man zuerst, dafs die linke Seite derselben nichts anderes als die Energie, welche dem Körper bei der Umänderung seiner molekularen Bewegung von Aufsen als Wärme mitgetheilt wird, also in der gewöhnlichen Bezeichnung der Wärmelehre $\frac{g}{A} dQ$ ist. Benutzt man dann weiter die Annahme, dafs $\overline{T}$ proportional der absoluten Temperatur Θ ist, so kommt sofort

$$\frac{dQ}{\Theta} = dS \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

unter dS ein vollständiges Differential verstanden.

Hiermit ist der zweite Hauptsatz in ähnlicher Weise wie der erste aus einem allgemeinen mechanischen Principe abgeleitet. Allein die obige Darstellung läfst für die beiden Sätze nicht nur diese conforme Stellung, sondern auch einen gemeinsamen Ursprung erkennen. Die Entwickelung der Variation des Hamilton'schen Integrales hat das Eigenthümliche, dafs sie gleichzeitig auf die Differentialgleichungen und die Integralgleichungen der mechanischen Probleme führt. Diese merkwürdige Thatsache giebt den Principien der Energie und Action einen gemeinsamen Ursprung in der allgemeinen Bewegungsgleichung und damit wird die letztere auch das verknüpfende Band für die beiden Sätze der Wärmetheorie.

Zürich im April 1874.

1) Pogg. Annal. Bd. 145, S. 295.

VI. *Ueber die bisherigen und einen neuen Thermostaten;*
von H. Laspeyres in Aachen.

Der Chemiker, Physiker und mit diesen der Mineraloge bei seinen physikalischen und chemischen Untersuchungen der Mineralien sehen sich bekanntlich sehr häufig in die Nothwendigkeit und Verlegenheit versetzt, Substanzen oder Apparate bis auf eine ganz eng bestimmte Temperatur zu erhitzen und ganz genau bei derselben längere oder kürzere Zeit zu erhalten.

Sie suchen dieses dadurch zu erreichen, dafs sie einen s. g. Bade von Luft, Wasser, Salzlösungen, Säuren, Oel, Paraffin, Glycerin[1]), Quecksilber oder dergleichen je nach der Temperatur und Beschaffenheit der zu erwärmenden Körper vorsichtig und gleichmäfsig diese Temperatur zu geben und zu erhalten sich bemühen mit Aufwand unsäglicher Geduld und Zeit, aber ohne jemals ihren Zweck in gewünschtem Grade zu erreichen.

Die Luftbäder, für alle Temperaturgrade allerdings geeignet, leiden am meisten an der schlechten Leitung der Wärme, die Wasserbäder sind nur bis 100° anwendbar, diejenigen mit Salzlösungen werden durch Abscheiden von Salzen an den Wänden der Gefäfse und Apparate oder durch Nachfüllen der Lösungsmittel oder durch ihre chemischen Einwirkungen auf die Gefäfse, wie die Säurebäder, unbequem oder unbrauchbar. Die Bäder mit Säuren, Oelen, Fetten sind für die Arbeiter und Arbeiten lästig durch die dicken, stinkenden oder zerstörenden Dämpfe, welche sich schon oft bei nicht hohen Temperaturen entwickeln.

Alle diese Bäder bedürfen aufserdem noch wegen der geringen Wärmeleitung ihrer Füllungen und wegen des

1) E. Reynolds, Zeitschr. f. analyt. Chem. 1862, I. 213; *Chem. News.* 1861. 319. No. 106.

aufsteigenden Hitzestromes von der durch die Flamme berührten Stelle des Gefäfses einer hinderlichen und oft nicht zu ermöglichenden Rühr- oder irgend einer anderen Vorrichtung, um die Wärmedifferenzen an den verschiedenen Stellen des Bades auszugleichen. Durch diese Vorrichtungen wachsen nicht nur die Gröfse des Bades, sondern mit dieser auch die Wärmedifferenzen in demselben und die Schwierigkeit einer höheren Erwärmung. Deshalb empfiehlt E. Kopp [1]) zu solchen Erhitzungen das Quecksilberbad wegen seiner guten Wärmeleitung. Da sich aber schon unter 100° das Quecksilber stärker verflüchtigt, und mit steigender Temperatur immer mehr, dürften diese Bäder zwar für die Arbeit, aber nicht für den Arbeiter empfehlenswerth seyn, wenn die Arbeit lange Zeit in kleinen, nicht gut ventilirten Räumen ausgeführt wird. Letzteres ist immer der Fall, denn in zugigen Räumen, etwa unter Rauchfängen, bei offenen Fenstern usw. kann man constante Temperaturen niemals zu erreichen erwarten.

Die Erwärmung der Bäder erfolgt jetzt wohl kaum noch anders als mit der Gasflamme eines Bunsen'schen Brenners, welche man aus freier Hand oder mit Hülfe von mehr oder weniger selbstthätigen Apparaten, s. g. Wärmeregulatoren, so zu reguliren sucht, dafs die nöthige Temperatur langsam erzielt und lange erhalten wird.

Das Ziel, dem Bade auf diese Weise eine *constante* Temperatur auf *lange* Zeit zu geben, d. h. die Darstellung eines Thermostat, erreicht man niemals, wie Jeder weifs, welcher sich mit solchen Bemühungen abgequält und damit seine Zeit verloren hat. Denn es gehören zu viele Bedingungen zur Erreichung solches Thermostat, von welchen man einige gar nicht, andere nur schwer erfüllen kann.

Wenn ein solches Bad:

1) in seinem Wärme-Ausstrahlungs- und Leitungs-Vermögen durch Gleichbleiben der chemischen und physikalischen Beschaffenheit der Wände,

1) Bericht d. deutsch. chem. Ges. V. 1872, S. 645; Zeitschr. f. analyt. Chem. 1873. XII. 210.

2) durch Unveränderlichkeit in der Quantität und Qualität der Füllung sich für längere Zeiträume gleich bliebe, wenn es
3) in einem Raume mit constanter Temperatur, also etwa in einem tiefen, gewölbten Keller, welcher so grofs wäre, dafs die Wärmequelle des Bades den Raum selber nicht erwärme, sich befände; wenn schliefslich das Gas
4) innerhalb gleicher Zeiten in gleichen Mengen und
5) von derselben chemischen Zusammensetzung, mithin von derselben Heizkraft

behufs der Erwärmung des Bades aus demselben Brenner zum Verbrennen käme, so würde man für alle Temperaturen durch Aenderung der Gasmenge (4) einen Thermostat haben.

Die Gasmenge ist bei gleicher Zusammensetzung (5) und gleicher Temperatur (3) ein Product von Ausströmungsöffnung und Geschwindigkeit und diese letztere wieder eine Function des Gasdruckes. Die Bedingung (4) zerfällt also in die zwei Bedingungen: gleiche Austrittsöffnung (4*a*) und gleicher Gasdruck (4*b*) oder gleiche Beziehungen zwischen beiden d. h. reciproke Vergrösserung der Austrittsöffnung bei vermindertem Drucke und umgekehrt.

Bei allen bisherigen s. g. Thermostaten nach diesem Principe sind die Bedingungen unter 1, 2 und 3 vom geringsten Einflusse auf die Unbeständigkeit der Badetemperatur und in den meisten Fällen deshalb annähernd genug erfüllt. Von wesentlichem Belange, aber, so lange man das Gas der Gasanstalten benutzt, nicht zu erzielen, ist die Erfüllung der fünften Bedingung. Die bisherige Wärmeregulirung an diesen Thermostaten hat sich deshalb stets nur mit der Erfüllung der vierten Bedingung bemüht. Hierbei ist nun die Gröfse der Ausströmungsöffnung (4*a*) in jeder gewünschten Genauigkeit zu verändern möglich. Allein am Gasdrucke (4*b*) ist, so lange man das Gasometer und Röhrensystem der Gasanstalten

benutzt, nichts zu reguliren. Wie unregelmäfsig der Gasdruck jeder Anstalt nicht nur zu den verschiedenen Tagesstunden im Grofsen, sondern auch von Minute zu Minute im Kleinen ist, weifs Jeder.

Alle Wärmeregulatoren gehen deshalb nur darauf aus — und können auch gar nicht anders —, das richtige reciproke Verhältnifs zwischen Austrittsöffnung und Gasdruck durch Regulirung der Ersteren beim Wechsel des Letzteren so herzustellen und zu erhalten, dafs in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumina zur Verbrennung kommen.

Dafs diese Bemühungen ohne gewünschten Erfolg bleiben, selbst wenn der Arbeiter seine ganze Zeit und Aufmerksamkeit denselben zuwendet, läfst sich bei dem so wechselnden Gasdrucke und den nicht einfachen Beziehungen zwischen Gasdruck und Volum bei ungleicher Austrittsöffnung von vornherein übersehen und geht auch schon aus dem Umstande hervor, dafs eine grofse Anzahl von Wärmeregulatoren in den letzten Jahren in Vorschlag gekommen ist meist mit der Angabe, dafs die bisherigen ihren Zweck nicht erfüllten.

Dieser Umstand beweist auch zugleich, ein wie grofses Bedürfnifs ein wirklicher Thermostat den Chemikern und Physikern ist.

Aufser dem bekanntesten und am meisten angewendeten Wärmeregulator von Bunsen und Kemp, welcher deshalb vielfach [1]) abgebildet und beschrieben sich findet, sind seit 1855 folgende in Vorschlag und Benutzung gebracht worden:

1855. K. v. Hauer, über einen vom Mechaniker S. Markus construirten Apparat zur Erzielung gleichförmiger Temperaturen mittelst einer Gaslampe.
Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt 1855. 64 ff. mit Bild.
Dingler polytechn. Journ. 1855. CXXXVIII, 196 ff. mit Bild.

1866. J. Maistre, *thermomètre électrique ou régulateur de température. Les Mondes rev. hebd. etc.* (2) *XIV.* 203. — (2) *I.* 271 ff.
Fortschr. d. Phys. 1866. XXII. 279. — 1867. XXIII, 396.

1) Desaga, Preisverzeichnifs d. Bunsen'schen Apparate usw. Heidelberg 1873. S. 64.

Giroud, *températures constantes.*
Les Mondes rev. hebd. etc. (2) *I.* 475.
Fortschr. d. Phys. 1866. XXII. 279.

1867. Scheibler, elektrischer Temperaturregulator für Luftbäder z Erzielung constanter Temperaturen.
Zeitschr. d. Vereins f. Rübenzuckerindust., durch deutsch. illu Gewerbezeit. 1867. 283.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1868. VII. 88 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. Chem. 1867. 701 mit Bild.
Will, Jahresbericht usw. 1867. 885.
Fortschr. d. Phys. 1867. XXIII. 396.

O. Zabel, über einen elektrischen Temperaturregulator für ch mische Laboratorien.
Dingler polyt. Journ. CL. XXXVI. 1867. 202 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1868. VII. 239 ff. desgl.
Strecker, Jahresbericht usw. 1868. 903.
Fortschr. d. Phys. 1867. XXIII. 397.

1868. Fred. Guthrie, *description of a new thermostat.*
The philosoph. Magazine etc. 1868. *XXXVI.* 30 *ff.* mit Bild.
Strecker Jahresbericht usw. 1868. 78.

Hirsch, der Hipp'sche Wärmeregulator zur Erzielung consta ter Temperatur in geschlossenen Räumen.
Carl, Repert. f. Exper.-Phys. 1868. IV. 201 ff. mit Bild.
Dingler polyt. Journ. 1869. CXCI. 366 ff. desgl.
Chem. Centralblatt 1869. 959.
Fortschr. d. Phys 1869. XXV. 487. — 1868. *XXIV.* 405.

1870. Schlösing, *régulateur du chauffage par le gaz à l'usage des boratoires.*
Ann. de chim. et de phys. 1870. *XIX.* 205 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1870. IX 477 ff. desgl.

Th. Schorer, verbesserter Bunsen'scher Regulator zur Er lung constanter Temperaturen mittelst Leuchtgas.
Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870. IX. 213 mit Bild.

1871. Ferd. Springmühl, elektrische Regulatoren für Druck und T peraturen.
Dingler polyt. Journ. 1871. CCII. 242 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 431.

1872. E. Reichert, ein einfacher Thermo-Regulator.
Poggendorff's Ann. 1872. CXLIV. 467 ff. mit Bild.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 34.

Jeannel, *régulateur thermostatique à gaz.*
Ann. de chim. et de phys. 1872. *XXV.* 386 ff. mit Bild.

Dingler, polyt. Journ. 1872. CCIV. 460 ff. desgl.
Chem. Centr. Blatt 1872. 497.
Zeitschr. f. analyt. Chem. 1872. XI. 192.

J. Martenson, Temperaturregulator für Gas- und Spiritusflammen.
Chem. Centralbl. 1872. 513 ff.
Journ. of the chem. soc. 1873. 471.
Pharm. Zeitsch. f. Rufsl. XI. 136.

Jac. Myers, üb. d. Reguliren von Gasflammen für Temperaturen höher als der Siedepunkt d. Quecksilbers.
Berichte d. deutsch. chem. Ges. 1872. V. 859. 1873. VI. 11.
Chem. Centralbl. 1872. 785.
Journ. of the chem. soc. 1873. 129.

1873. Weinhold, Gasdruckregulatoren.
Programm d. K. sächs. Gewerbeschule usw. zu Chemnitz S. 18 mit Bild.

Alle diese Regulatoren bezwecken nach einer Regulirung der Gasausströmungsöffnung für die verlangte Temperatur und den vorhandenen Gasdruck von Seiten des Arbeiters eine selbstthätige Correction dieser Regulirung, wenn der Gasdruck und weithin die Temperatur des Bades zu steigen oder zu sinken beginnt, durch mechanische Verengung und Erweiterung der Ausströmungsöffnung.

Die Apparate von v. Hauer und Weinhold benutzen die Vermehrung des Gasdruckes zum Verkleinern und die Verminderung desselben zum Vergrösern der Ausströmungsöffnung. Die anderen Apparate benutzen die Ausdehnung und Zusammenziehung fester, flüssiger oder gasförmiger, im Bade befindlicher Körper durch die Wärme des Bades, um mit einer mechanischen oder elektrischen Vorrichtung die Ausströmungsöffnung zu reguliren, und unterscheiden sich in ihrer Construction und Anordnung mehr oder weniger von einander und von dem Bunsen-Kemp'schen Regulator.

Bei einer schon im Vorjahre in Angriff genommenen grösseren Beobachtungsreihe über den Austritt von Wasser aus Mineralien beim Erhitzen kommt es mir, wenn ich ermittelt habe, bei welcher Temperatur das Wasser aus-

tritt, darauf an, zu ermitteln, wie viel Wasser bei diese Temperatur austritt.

Da nun selbst beim allerfeinsten Pulver diese Dissociation sehr langsam von Molekül zu Molekül fortschreite und oft erst nach vielen Stunden durch die ganze Mass als beendet sich erweist, kam ich bei diesen Untersuchunge in die mifsliche Nothwendigkeit, stundenlang mehrere Tag hintereinander die Substanz einer höheren constanten Temperatur aussetzen zu müssen. Dabei trat ich der Frag über die Möglichkeit der Construction eines Thermosta gegenüber und näher und überzeugte mich von der Unmöglichkeit, auf dem bisherigen Wege mit Sicherheit ein auf viele Stunden constante Temperatur zu erzielen, selbs wenn man die Apparate unausgesetzt unter Augen hat und controlirt, wobei man entsetzliche Zeitverluste erleidet.

Ehe ich meine Untersuchungen fortsetzen konnte, mufste ich deshalb prüfen, ob auf anderem Wege ein Thermostat zu beschaffen möglich sey, welcher, einmal auf ein bestimmte Temperatur genau regulirt, ohne jede Schwankung derselben, ohne Nachhülfe und Controle so lang weiter functionire, als man wolle.

Meine Bemühungen sind von gutem Erfolge gewesen Ich habe einen Thermostat erhalten, welcher so einfach zuverlässig und bequem ist, dafs er für alle chemische Untersuchungen unter 325° nichts zu wünschen läfst un für physikalischen Gebrauch allen gerechten Anforderunge genügen dürfte, wenigstens allen bisherigen sog. Thermo staten weit überlegen ist. Er gestattet nämlich, so lang nur eine beliebige, aber Hitze genug gebende Flamme unte ihm brennt, die wochenlange Innehaltung jeder Temperatur zwischen + 35° und 325°, also fast soweit, als überhaupt genaue Temperaturbestimmungen mittelst eines Quecksilberthermometers möglich sind und soweit deshalb in den meisten Fällen Temperaturgrade verlangt werden. Ohne dafs man ein Auge auf den Apparat zu wenden hat, sind die Temperaturschwankungen, wie ich weiter unten nachweisen werde, minimal. Bekanntlich giebt es

nur ein Mittel, sich eine constante Temperatur in einem Körper durch Erwärmung zu verschaffen, indem man alle zuviel hinzugeführte Wärme zur Leistung von Arbeit zwingt. Diese constante Temperatur kann man dann durch Leitung auf jeden anderen Körper übertragen, so lange man will. Dieses Mittel ist eigentlich ein doppeltes; man kann sowohl die Schmelz-, bezügl. Erstarrungstemperatur fester, als auch die Siedetemperatur flüssiger Körper zur Herstellung von Thermostaten benutzen.

Die Frage, welches dieser zwei Mittel für den vorliegenden Zweck am bequemsten zu verwenden sey, kann nicht lange zweifelhaft bleiben.

Von rein theoretischem Gesichtspunkte aus hat die Benutzung der Schmelztemperatur den Vorzug, weil dieselbe — wenn man so sagen darf — viel constanter als die Siedetemperatur ist, indem sie nach den Untersuchungen von J. Thomson, Clausius, Bunsen zwar vom Drucke, unter welchem das Schmelzen erfolgt, abhängt, aber in so geringem Grade, daſs man sie bei den geringen Schwankungen des Luftdruckes als absolut constant ansehen darf.

Dieses Princip kann man aber nicht gut praktisch für die Beschaffung eines Thermostat verwenden. Einmal würden sich schwerlich so viele geeignete Substanzen finden lassen, um für alle Grade bis gegen den Siedepunkt des Quecksilbers hin ein Bad zu haben und selbst dann müſste man viele hundert z. Th. theure Körper und Gefäſse um sich haben. Zweitens würden die Gefäſse, in welchen die Schmelzung geschieht, sobald man Stunden lang constante Temperaturen gebraucht, sehr groſs seyn müssen und viel Schmelzmaterial erfordern. Dieser Uebelstand lieſse sich allerdings dadurch umgehen, daſs man nicht bloſs die Schmelztemperatur, sondern mit dieser abwechselnd auch die ihr gleiche Erstarrungstemperatur benützte. Denn so lange noch nicht alles geschmolzen oder alles erstarrt ist, ist die Temperatur constant. Bei Beobachtung dieses Vorganges mit Thermometer lieſse sich mit kleineren Apparaten und Mengen wohl ein solcher Thermostat

herstellen. Drittens wäre aber ein unausbleiblicher Uebelstand bei Benutzung der Schmelztemperatur, daſs die Zeit und Aufmerksamkeit des Arbeiters vom Gange der Schmelzung und Erstarrung in Anspruch genommen würde, während ein Thermostat nur dann ganz brauchbar ist, wenn er, einmal regulirt, sich selbst stets weiter regulirt.

Alle diese groſsen Nachtheile fallen bei Benutzung der Siedetemperatur ganz fort, allein zu gleicher Zeit der groſse Vortheil einer absolut constanten Temperatur, weil der Siedepunkt bekanntlich gewissen kleinen Schwankungen unterliegt. Zu allererst fragt es sich, welche Flüssigkeiten für diesen Apparat am besten zu wählen sind, um mit der geringsten Anzahl verschiedener Stoffe alle Temperaturgrade bis gegen 350° herstellen zu können.

Dadurch werden aus demselben Grunde wie bei einem Thermostat mit Schmelztemperaturen alle homogenen Flüssigkeiten ausgeschlossen. Es bleibt nur die Wahl zwischen Salzlösungen und Flüssigkeitsgemischen.

So verschieden auch die Siedepunkte der verschiedenen Salzlösungen und deren Concentrationsstufen sind, so wenig schädliche Einwirkungen auf die Gefäſse und die Gesundheit des Arbeiters sie meist zeigen, so empfehlen sie sich doch nicht, weil man zu viele Salze und Lösungen für alle Temperaturen haben müſste und weil es nur wenige Salzlösungen giebt, welche unter dem Luftdrucke bei über 120° sieden. Man muſs also zu Gemischen von Flüssigkeiten greifen. Bei ihrer Wahl kommen vorzugsweise oder nur diejenigen in Betracht, welche sich in allen Quantitäten gut mischen, deren Siedepunkte möglichst weit auseinander liegen, welche selbst oder in ihren Dämpfen den Gefäſsen, Arbeitsräumen und Arbeitern in keiner Weise gefährlich oder schädlich werden können und bei deren Gemischen der Siedepunkt proportional mit den Mischungsmengen steigt oder fällt.

Für Temperaturen über 100° empfehlen sich am meisten Gemische von concentrirter Schwefelsäure, welche

unter 760^{mm} Druck bei 325° [1]) siedet, und von Wasser, denn dieselben genügen für alle mit dem Quecksilberthermometer mit Sicherheit meſsbaren Temperaturen über 100°, was ja fast ausschlieſslich von einem Thermostat gefordert wird.

Verdünnte Schwefelsäure hat bekanntlich ein um so geringeres Volumgewicht, je mehr Wasser sie enthält; beim Erhitzen steigt das Volumgewicht und der Siedepunkt, während Wasserdämpfe entweichen, allmählich höher, bis er 325° erreicht, wobei die Säure als solche sich verflüchtigt.

concentr.	Schwefels.	vom	V.-G.	1,843	siedet	bei	325°
„	„	„	„	1,842	„	„	285
„	„	„	„	1,833	„	„	268,3°
„	„	„	„	1,819	„	„	252,8
„	„	„	„	1,801	„	„	237,7
„	„	„	„	1,769	„	„	216,6
„	„	„	„	1,757	„	„	210,0
„	„	„	„	1,730	„	„	199,4
„	„	„	„	1,670	„	„	182,2
„	„	„	„	1,520	„	„	143,3
„	„	„	„	1,300	„	„	115,5
„	„	„	„	1,100	„	„	103,3
„	Wasser	„	„	1,000	„	„	100,0 [2]).

Dazwischen liegen alle übrigen Gewichte und Siedepunkte. Für die seltenen Fälle, daſs constante Temperaturen unter 100° verlangt werden, empfehlen sich Mischungen von Wasser und absolutem Alkohol, welcher bei 760^{mm} Druck und V.-G. = 0,8095 (4°) bei 78,4° [3]) siedet, oder für noch tiefere Temperaturen Gemische von absolutem Alkohol und wasserfreiem Aether, welcher unter

1) Wüllner, Experimentalphysik 1871. III. 517.
2) Hefsler, Physik 1852. S. LIII. Taf. XVIII.
3) Wüllner, l. c. S. 517. — Nach E. Linnemann 78°,53 bei 760^{mm} Druck und 0,8090 V.-G. bei 17°. Annal. d. Chem. u. Pharm. CLX, 195 ff. Jahresbericht d. Chem. usw. 1871, 382.

760^{mm} Druck mit dem V.-G. = 0,7358 (0°) bei 34,9° [1]) siedet. Diese Gemische sieden gut wie die von Schwefelsäure mit Wasser.

Diese vier Flüssigkeiten genügen also für Herstellung eines Thermostat für alle Temperaturen von +34,9 — 32°,5. Anforderungen an tiefere oder höhere Grade dürften wohl selten an einen Thermostaten gestellt werden.

Jeder Apparat, in welchem man die Gemische dieser Flüssigkeiten so zum Sieden bringen kann, daſs sie sich in keiner Weise dabei ändern, ist ein Thermostat. Man muſs also dafür sorgen, daſs in ihm ohne gänzlichen Abschluſs der Luft alle durch das Sieden entwickelten Dämpfe sofort condensirt werden und zur Siedeflüssigkeit zurückfliefsen. Diese einzige an den Apparat zu stellende Bedingung ist leicht zu erfüllen durch Condensations- oder Kühlrohre, welche von der Kuppel des Siedegefäſses mehr oder weniger vertical aufsteigen, oben nur lose gegen Staub und Zug bedeckt sind, lang und weit genug sind, um alle in sie getriebenen Dämpfe vollständig zu condensiren und welche die Condensationsflüssigkeiten regelmäſsig und möglichst bald nach der Bildung zur Siedeflüssigkeit zurückgelangen lassen.

Ein groſser Vorzug dieses Thermostat ist nun, daſs man ihn in den meisten Fällen in der kürzesten Zeit mit den einfachsten Mitteln, welche jeder Chemiker und Physiker immer bei der Hand hat, sich selber construiren kann, wie Fig. 13, Taf. III es erläutert.

Dieselbe stellt in ein Drittel der natürlichen Gröſse den Thermostat dar, wie er sich nach manchen Versuchen und Vergleichen am praktischsten und zugleich einfachsten entwickelt hat, und mit welchem ich bisher alle Beobachtungen angestellt habe, ohne daſs er — selbst bei 300° — zersprungen wäre.

Er besteht nur aus Glas, Kork oder Kautschuk und etwas Quecksilber. Das Siedegefäſs *A* ist eine Erlenmeyer'sche geradwandige Kochflasche von möglichst dün-

1) Wüllner, l. c. S. 517.

nem, gut gekühltem Glase und so weithalsig als nur vorhanden. Oben ist sie mit einem Stopfen *B* aus Kork oder Kautschuk [1]) gut geschlossen. Durch denselben gehen zwei etwa 5^{mm} weite Oeffnungen zur Aufnahme der Condensationsrohre *CC* und eine Oeffnung zum Durchstecken eines möglichst weiten Reagirglases *D* vertical hindurch. Dieses letztere ist der allerdings nicht grofse und, was manchmal unbequem wird, verticale Raum, in welchem die Substanzen, Gefäfse usw. erhitzt werden sollen und in welchem sich auch das Thermometer befindet (in der Zeichnung fortgelassen).

Für die meisten chemischen Zwecke (z. B. Trocknen von Substanzen, Filter, Präparaten) und für viele physikalische Versuche (z. B. calorimetrische) ist der Erhitzungsraum grofs genug. Um in ihm Luftcirculation, also unregelmäfsige Abkühlung zu vermeiden, ist er oben durch einen Kork geschlossen, dieser aber durchbohrt zur luftdichten Aufnahme eines leicht verschiebbaren Glasrohres *e*. Dieses ist unten am besten halbkugelförmig ausgeblasen und weit geöffnet, oben dagegen capillar ausgezogen, aber ebenfalls offen, um in *D* durch Erhitzung keinen Ueberdruck zu bekommen, ohne der kalten Luft merklichen Eintritt zu gewähren. Will der Chemiker die Erwärmung nicht in gewöhnlicher Luft, sondern in trockner oder in anderen Gasen oder in Dämpfen vornehmen, so wird der Kork *D* doppelt durchbohrt zur Aufnahme der nöthigen Glasrohre, welche man in einem weiten Reagirglase beliebig anordnen kann. Die Substanz wird in einem dünnen, kleinen Reagirgläschen *f* an einem, im Korke luftdicht einzuklemmenden Platindrahte in die Röhre *D* eingesenkt. Entwickeln sich beim Erwärmen des Körpers Dämpfe, welche sich in *D* und *e* an den kühleren Stellen condensiren, so verschliefst man mit der halb-kugelför-

1) Je nach der siedenden Flüssigkeit und Temperatur. So lange beim Sieden der Säure nur Wasserdämpfe entweichen, wird der Kork nicht angegriffen, wenn man beim Sieden das Heranpritzen der Säure vermeidet.

migen Oeffnung von *e* das Gläschen *f*, damit die Dämpfe meist in das Rohr *e* treten, wo sie theils austreten, theil sich condensiren werden. Um diese Condensationswasse am Zurückfliefsen zu verhindern, steckt man in *e* lose zu sammengedrehtes Fliefspapier. Im Kochkolben *A* steh die siedende Flüssigkeit etwa bis zu ein Drittel der Kol benhöhe und das Reagirglas *D* taucht etwa bis zur Mitt der Flüssigkeit beinahe 30^{mm} tief ein.

In Gefäfsen, in welchen Flüssigkeitsgemische oder Salz lösungen kochen, die Dämpfe condensirt werden und a allen Gefäfswänden wieder zurückfliefsen, haben bekannt lich die Dämpfe niemals die Temperatur der Siedeflüssig keit, sondern eine geringere. Man kann folglich die Wärm der Dämpfe nicht zum Thermostat benutzen, sondern mufs das Rohr *D* soweit eintauchen, dafs die zu erhitzende Körper ganz unter der Flüssigkeitsoberfläche liegen. Ober halb dieser wird also auch in *D* eine mehr oder minde niedrigere Temperatur herrschen als unterhalb derselben es können somit die erwärmten Körper wohl eine con stante, niemals aber die Siedetemperatur selber annehmen

Um diese Differenz möglichst klein zu machen, füll ich das untere Ende des Reagirglases *D* genau so wei als es eintaucht mit Quecksilber und, wenn der erwärmt Körper zum Theil über die Flüssigkeitsoberfläche heraus ragen mufs, so weit als der Erstere reicht, damit ihm gan und rasch die Wärme zugeführt wird. Da in den meiste Fällen die erwärmten Körper leichter als Quecksilber sind müssen sie mit dem verschiebbaren Glasrohre *e* unterge taucht gehalten werden.

Nimmt man *D* möglichst weit und *e* möglichst dünn, so findet ein dünnes Thermometer immer noch Platz; wenn nicht, so mufs man es beim Einsetzen des zu erwärmen den Körpers, nachdem man die Temperatur im Quecksil ber festgestellt hat, herausnehmen, was manche Nachtheil im Gefolge hat, z. B. den raschen Temperaturwechsel de eingetauchten und herausgezogenen Körper und Thermo meter.

Die Condensationsrohre *C* und *C'* sind etwa 15^{mm} weite Glasröhren. Eine Länge von 20 bis 25 Centm. über dem Stopfen genügt erfahrungsmäfsig bei den gebrauchten Flüssigkeiten zur völligen Condensation für alle Temperaturgrade. Damit sie neben dem weiten Reagirglase *D* gut durch den Stopfen *B* gehen und damit in ihnen die condensirten Dämpfe gut und rasch zurückfliefsen, sind sie nach unten verjüngt und ragen etwa 30 bis 50^{mm} tief unter dem Stopfen etwas nach aufsen gekrümmt in den Kolben *A*, damit die kalte Traufe niemals das Erwärmungsrohr *D* kühle.

Der Apparat wird mittelst Gasflamme auf Drahtnetz oder Sandbad erhitzt, der Kolben *A* steht also frei auf. Da nun aber durch die schweren Condensationsrohre der Schwerpunkt sehr heraufrückt und der Apparat beim Sieden leicht erschüttert wird, ist es zweckmäfsig, den Apparat durch Festklemmen des einen Condensationsrohres gegen Umschlagen zu sichern.

Die oben gegen Luftcirculation usw. bedeckten Condensationsrohre dienen auch zum Einfüllen, Nachgiefsen und Mischen der Flüssigkeiten, ohne das Sieden zu unterbrechen. Mit Vorsicht kann man selbst in kochendes Wasser ohne jede Gefahr concentrirte Schwefelsäure einträufeln lassen und umgekehrt. Besser ist es aber auf jeden Fall, es zu vermeiden, weil beim Explodiren des Apparates die kochende bis 325° heifse Säure gefährlich werden kann Für solchen Fall ist es gut, wenn der Apparat hinter Glas und auf einem Sandbade steht, welches den flüssigen Inhalt des Apparates noch aufzunehmen vermag.

Ein Condensationsrohr genügt nicht zum ruhigen Sieden, weil sich im engsten Theile desselben die aufsteigenden Dämpfe und die herabfliefsenden Condensationswasser begegnen und bekämpfen würden. Bei zwei Röhren übernimmt abwechselnd das Eine das Aufsteigenlassen, das Andere das Abfliefsen ruhig und gleichmäfsig.

Nimmt man statt des Glaskolbens ein Metallgefäfs, was

natürlich wegen der Schwefelsäure von Platin seyn muſs, so kann man dem Thermostat jede beliebige Gröſse und Anordnung geben, ihn mithin für alle chemischen und physikalischen Untersuchungen, z. B. Arbeiten mit dem Luftthermometer, nutzbar machen. Es wird weiter unten gezeigt werden, welche groſsen Vorzüge der Platinthermostat sonst noch vor dem von Glas hat.

Der Hauptnachtheil des Platinapparates ist der höhere Preis, welcher sich aber nicht so hoch stellen wird, als es zuerst scheinen mag, weil man das Platinsiedegefäſs von dünnem Bleche treiben und zum Schutze mit einem starken Kupfermantel umgeben lassen kann, welcher nur an drei Stellen das Platin berührt, sonst den Spielraum zwischen beiden Metallen läſst, welchen die verschiedene Ausdehnung der Metalle wünschenswerth erscheinen läſst.

Man kann auch diesen Zwischenraum noch weiter wählen und ihn mit Seesand, Metallfeile und dergl. ausfüllen.

Alle schweren Theile des Apparates läſst man von der starken Kupferhülle tragen und führt sie nur luftdicht durch die aus etwas stärkerem Platinbleche gefertigten Oeffnungen mit Ansatzröhren. Da der Apparat höchstens 325° heiſs wird, können Goldlöthungen ohne Nachtheil angewendet werden.

Meine chemischen Untersuchungen über den Wasseraustritt aus Mineralien usw. müssen in einem horizontalen Erhitzungsrohre vorgenommen werden, in welchem innerhalb eines Platinschiffchens das Mineralpulver, daneben das Thermometer sich befinden, durch welches eine langsame Circulation trockener Luft stattfinden muſs und welches zwischen Chlorcalciumröhren eingeschaltet liegt. Zu dem Zwecke will ich mir nach diesem Principe den in Fig. 14, Taf. III abgebildeten und ohne Erläuterungen verständlichen Platinthermostat construiren lassen. Der Maſsstab ist ebenfalls ein Drittel der natürlichen Gröſse.

Dieser Apparat wird sich, wenn man das Rohr *D* etwas geneigt hindurchgehen läſst, zur Bestimmung specifischer Wärme bei höheren Temperaturgraden gewiſs mit Vor-

theil statt des Regnault'schen Heizapparates[1]) anwenden lassen.

Prüfen wir nun noch schliefslich die Zuverlässigkeit dieses Thermostat. Die Temperatur jeder siedenden, sich chemisch nicht ändernden, Flüssigkeit ist bekanntlich nicht absolut constant, sondern abhängig vom Drucke auf der Oberfläche — also beim vorliegenden Apparate vom Luftdrucke —, von der Höhe der siedenden Flüssigkeit, von der Natur der Gefäfswände, in welchen die Flüssigkeit siedet, d. h. von der Adhäsion der Flüssigkeit zur Substanz des Gefäfses und von der Cohäsion der Flüssigkeitsmoleküle zu einander und zu den von ihnen absorbirten Gasen.

Da im vorliegenden Apparate bei jedem Versuche immer dieselbe Menge, also stets gleich hohe, Flüssigkeit, an denselben Gefäfswänden und von derselben chemischen Beschaffenheit siedet, sollte man glauben, diese drei Fehlerquellen eliminirten sich, d. h. man erhielte bei demselben Luftdrucke, wenn auch nicht die absolute Siedetemperatur — worauf es auch gar nicht ankommt — so doch eine constante Temperatur.

Dem ist aber nicht ganz so; nur der erste Punkt ist ausgeglichen, die anderen ändern sich etwas im Laufe des Siedens.

Im Beginn des Siedens sind die Wände nämlich unrein und haben auf ihrer Oberfläche verdichtete Gase. Die Adhäsion zwischen Flüssigkeit und Wand ist also zuerst kleiner als später, wenn durch Kochen, namentlich mit Schwefelsäure, Alkohol und Aether, die Wände reiner und gasfrei geworden sind. Im Verlaufe des Siedens wird deshalb die Temperatur etwas steigen.

Weshalb man die Rudberg'sche Erfahrung, welche man bei Bestimmung des Siedepunktes an Thermometern benutzt, bei dem Thermostat nicht anwenden kann, geht aus dem obigen hervor. Diese in den meisten Fällen geringe Aenderung in der Temperatur der siedenden Flüs-

1) Wüllner, Experimentalphysik 1871 III, 364 ff. Fig. 66.

sigkeit kann aber wohl dadurch verringert werden, daſs man das ausgekochte und reine Gefäſs nie trocken und unrein werden läſst.

Nach den Beobachtungen der Physiker ist die Adhäsion vieler Flüssigkeiten, z. B. Alkohol und Wasser, an Glas gröſser, als an Metall, besonders Platin; es kommt deshalb die in einem Platinthermostat beobachtete Temperatur der Siedetemperatur näher, als im Glasthermostat. Vortheil des Platinthermostat.

Viel gröſseren Einfluſs auf die Veränderlichkeit der Temperatur einer siedenden Flüssigkeit scheinen aber die molekularen Kräfte zwischen Flüssigkeit und absorbirten Gasen zu haben. Durch gänzliches Auskochen der letzteren steigt die Temperatur der siedenden Flüssigkeit bedeutend, wie es Donny [1]) nachgewiesen hat.

Auf diesen molekularen Kräften zwischen Gefäſs, Flüssigkeit und absorbirten Gasen beruht das Stoſsen der siedenden Flüssigkeiten oder der sog. Siedeverzug, der in Glasgefäſsen viel stärker ist, als in Gefäſsen von Platin und der mit der Dauer des Siedens ganz besonders in Glas zunimmt, wohl weil die glatte Oberfläche des Glases mit Hülfe von Säuren usw. so gereinigt werden kann, daſs das Wasser überall adhärirt, während das bei Platin nicht möglich ist, wohl weil im Metalle immer Risse und Schrammen sich befinden, welche nicht gereinigt werden können und vom Wasser nicht erfüllt werden, da sie mit der an der Oberfläche verdichteten Luft erfüllt sind.

Was bei Glasgefäſsen durch Kochen bald von selbst eintritt, ist in Platin Magnus nur mit Mühe gelungen, nämlich durch Reinigen der Schale mit Säuren und Laugen, die Temperatur der siedenden Flüssigkeit darin merklich zu erhöhen.

Das wird zu einem sehr groſsen Vortheile des Platinthermostat gegenüber dem von Glas.

Wenn man also das Stoſsen der Flüssigkeiten beim Sieden zu verhindern sucht, so schwächt man die Tempe-

1) Fortschritte d. Phys. 1846, II. 18 ff.

raturschwankungen im Thermostat. Man hat nun eine Reihe von Mitteln gegen das Stofsen vorgeschlagen [1]). Die Anwendbarkeit und den Erfolg dieser Mittel beim Thermostat habe ich noch nicht geprüft, ich werde meine späteren Beobachtungen darüber mittheilen.

Da die Siedeflüssigkeit jeden Tag von Neuem justirt werden mufs oder kann, handelt es sich bei Beurtheilung der Schwankungen des Siedepunktes durch die Veränderlichkeit des Luftdruckes um den Einfluſs der stündlichen Barometerschwankungen im Laufe eines Tages. Von seltenen Ausnahmen, bei welchen man solche Untersuchungen leicht aussetzen kann, sind im Mittel dieselben so aufserordentlich gering [2]), dafs man sie bei den Untersuchungen vernachlässigen kann.

Im Glasthermostat, welcher besonders in höheren Temperaturgraden gegen den Platinthermostat zurücksteht, habe ich die weiter unten genannten Schwankungen in der Temperatur der siedenden Flüssigkeit beobachtet. Dabei zeigte sich deutlich, dafs dieselben nur durch das Stofsen der Flüssigkeit merklich wurden, also mit der Beseitigung dieses Uebelstandes fortfallen oder wenigstens sehr gemindert werden.

Um das Stofsen zu vermeiden, wandte ich bei den bisherigen Prüfungen nur das roheste und, wie aus dem Obigen hervorgeht, nicht correcte Mittel an, dafs ich alle 2 bis 3 Stunden das Glasgefäfs mit einem trockenen, also unreinen und lufthaltigen wechselte und den Boden des-

1) Donny, Fortschr. d. Phys. 1846, II. 18 ff.
Legrand, *Ann. de chim. et de phys. LIII.* — Pogg. Annalen Bd. XXXVII.
P. Pellogio, Zeitschr. f. analyt. Chem. 1867, VI. 396 ff. — 1869, VIII. 61. — *Chem. News. XX.* 53.
C. Winkelhofer, Dingler polyt. Journ. CXCIII, 30. Zeitschrift f. analyt. Chem. 1870, IX. 247.
Fresenius, Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870, IX, 248.
Th. Schumann, Zeitschr. f. analyt. Chemie 1870, IX. 248. — *Americ. Journ. of pharm. XLI*, 527.

2) Müller, kosmische Physik 1872, S. 572 ff.

selben mit frischen Platinstücken oder eckigen Glasperlen bedeckte, wobei das Sieden fast bis zu 300° hinauf, also mit fast concentrirter Schwefelsäure, stundenlang gut von Statten ging.

Die Flüssigkeitsmischung von dem bestimmten Siedepunkte findet man leicht. Man stellt sich nach Gutdünken oder mit Hülfe von Aräometern eine Mischung dar, welche etwas tiefer siedet und concentrirt sie im Apparat durch Abdampfen bei herausgenommenen Condensationsrohren so lange, bis das im Quecksilberbädchen befindliche Thermometer die verlangte Temperatur anzeigt, dann verschliefst man den Apparat sofort mit den Condensationsrohren.

Regulirte man die Flamme so, dafs das Sieden nicht stark und recht gleichmäfsig erfolgte, was schon die kurzen Condensationsrohre erforderten, so zeigte ein Geifsler'sches Thermometer, dessen Grade 0,65 Mm. lang sind, bis 150° keine Schwankungen, bis 250° etwa solche von bis 0,5°, darüber bis 1°. Bei dem starken Stofsen der fast concentrirten Schwefelsäure in Glas um 300° stieg die Temperatur vor jedem Stofse um 1 bis 2° und fiel nach demselben um den gestiegenen Werth.

Nach Abschluſs meiner Untersuchungen fand ich bei der Durchsicht der neuesten Literatur nach Thermoregulatoren, daſs H. Sprengel fast gleichzeitig dasselbe Princip zur Herstellung eines Luftbades mit constanter Temperatur zwischen 100° und 200° benutzt hat [1]).

Allein er hat das Princip nicht nach Möglichkeit, sondern nur für etwa 100 Grade ausgenutzt, ferner dem Apparate eine nicht zweckmäfsige Construction gegeben, indem er die verdünnte Schwefelsäure in einem doppelwandigen Bleikasten, mit einem Rückfluſskühler versehen, zum Sieden bringt.

1) Chem. Centralbl. 1873, 498,
Journ. of Chem. soc. 1873, 458,
Chem. News. XXIX. 130,
Ber. d. deutsch. chem. Ges. 1873, VI. 271.

Ein solcher Kasten, dessen Anfertigung viel Arbeit erfordert, gestattet wohl kaum ein gutes gleichmäfsiges Sieden, schwerlich die Anwendung von Mitteln gegen den Siedeverzug, wird von Schwefelsäure, welche bekanntlich, sobald sie das Volumgewicht 1,71, also vielleicht die Siedetemperatur 193° hat, nicht mehr in Blei gekocht werden darf, angegriffen, wodurch die Siedeflüssigkeit mehr oder weniger geändert werden dürfte usw.

Ich trage deshalb kein Bedenken, die unabhängig von Hrn. Sprengel angestellten Beobachtungen und erlangten Resultate hiermit zu veröffentlichen.

Aachen, im April 1874.

VII. *Ueber die Krystallform und die Modificationen des Selens; von C. Rammelsberg.*

I. Die Krystallform des Selens.

Mitscherlich bestimmte die Form der aus Schwefelkohlenstoff sich abscheidenden Selenkrystalle [1]), was bei ihrer geringen Gröfse und ihren zahlreichen Flächen mit grofsen Schwierigkeiten verbunden war. Er fand sie *zwei- und eingliedrig*, und gab ihnen eine solche Stellung, dafs

$$a : b : c = 1{,}62 : 1 : 1{,}60$$

und der Winkel der schiefen Axen (o) $= 75° 54'$ ist.

Wiewohl er im Eingange seiner Abhandlung sagt, die Kenntnifs der Form des Selens sey besonders wegen seiner Beziehungen zum Schwefel wichtig, so gedenkt er weiterhin eines Zusammenhanges ihrer Formen nicht, offenbar deswegen, weil die von ihm beobachteten Selenkrystalle sich mit denen des Schwefels nicht vergleichen liefsen. Und doch war die Isomorphie beider Elemente

1) Monatsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1855, 409.

nicht unwahrscheinlich, wenn man sich an die gleiche Struktur von Selen- und Schwefelsilber, von Selen- und Schwefelblei und an die Isomorphie der selensauren und schwefelsauren Salze erinnerte.

Dennoch ist die Krystallform des Selens derjenigen des zwei- und eingliedrigen Schwefels gleich. Um dieſs zu erkennen, genügt es, den Selenkrystallen eine andere Stellung zu geben, als die ist, welche Mitscherlich ihnen angewiesen hat. Macht man seine nie sonderlich entwickelte Horizontalzone (M, $2m$, h, g) zur Diagonalzone einer hinteren schiefen Endfläche $r' = a' : c : \infty b$ (h), und seine basische Endfläche (P) zu einer vorderen $r = a : c : \infty b$, so bestehen die beobachteten Combinationen aus den Flächen:

$$
\begin{array}{ll}
p = a : b : \infty c & (o) \\
q = b : c : \infty a & (U) \\
r = a : c : \infty b & (P) \\
r' = a' : c : \infty b & (h) \\
o = a : b : c & (e_2) \\
o' = a' : b : c & (2m) \\
\frac{o'}{2} = a' : b : \frac{1}{2}c & (3u^3) \\
s' = a' : \frac{1}{2}b : c & (M) \\
^2p = 2a : b : \infty c & (o^2) \\
b = b : \infty a : \infty c & (g)
\end{array}
$$

und man erhält, mit Zugrundelegung der drei gemessenen Winkel $o' : o' = 103^\circ\ 40'$, $r : r'$ an $a = 104^\circ\ 6'$ und $q : r$ $112^\circ\ 36'$

$$
\begin{gathered}
a : b : c = 0{,}99 : 1 : 1{,}270 \\
o = 89^\circ\ 15'.
\end{gathered}
$$

Beim zwei- und eingliedrigen Schwefel ist nach Mitscherlich

$$
\begin{gathered}
a : b : c = 0{,}99 : 1 : 1{,}00 \\
o = 84^\circ\ 14'.
\end{gathered}
$$

Das Verhältniſs $a : b$ ist mithin für beide genau gleich; in der That ist

$p : p = 90^{\circ}\,32'$ beim Schwefel
$90^{\circ}\,34$ „ Selen.

Die Axen c verhalten sich fast $= 5 : 4$. Denkt man sich beim Schwefel die Flächen $q_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} = 4b : 5c : \infty a$, und $r_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} = 4a : 5c : \infty b$, so würde

$q_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} : q_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} = 77^{\circ}\,36' = q : q = 76^{\circ}\,26'$ beim Selen
$r_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} : r'_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} = 76\;42 = r : r' = 75\;54$ „ „

Schwefel und Selen sind folglich isomorph.

Bedürfte diese Behauptung noch einer Bestätigung, so finden wir eine solche im *Schwefelselen*. Beide Elemente gehen keine Verbindungen ein, sondern bilden isomorphe Mischungen von mannichfachen Atomverhältnissen, welche, aus Schwefelkohlenstoff krystallisirt, bald die Form des einen, bald des anderen haben, und beim Umkrystallisiren neue Mischungen liefern. Wir wissen dies aus den Untersuchungen von Bettendorff und vom Rath [1]). Die Mischungen aus 1 At. Selen und 2, 3 und 4 At. Schwefel sind *zwei- und eingliedrig*,

$a : b : c = 1{,}054 : 1 : 0{,}7146$
$o = 88^{\circ}\,17'$.

Offenbar besitzen sie die Form des Selens; die Axen a und auch hier fast identisch; ihr c aber ist annähernd $= \frac{3}{5}c$ des Selens ($= 0{,}762$). Ihre Flächen beziehen sich theils auf a oder $\frac{a}{2}$, theils auf c oder $\frac{c}{2}$.

Die schwefelreichste der untersuchten Mischungen, SeS^5, bildet zweigliedrige Krystalle von der Form des Schwefels.

Das Verhältnifs der Axen c wäre demnach für die zwei- und eingliedrigen Krystalle von

	Schwefelselen		Schwefel		Selen
beobachtet	0,94	:	1,31	:	1,666
angenommen	1	:	1,333	:	1,666.

[1]) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 329.

II. Die Modificationen des Selens.

Die Umänderung des glasigen Selens in graues metallähnliches wurden schon von Berzelius beobachtet, besonders aber von Hittorf[1]), und später von Regnault[2]) näher untersucht. Sie erfolgt bekanntlich bei etwa 90° und ist mit einem Freiwerden von Wärme verbunden. Beide Modificationen sind in der Farbe, Dichte, dem elektrischen Verhalten und ihrer Löslichkeit verschieden. Schon früher hatte Graf Schaffgotsch[3]) das V.-G. des amorphen Selens (auch des fein zertheilten rothen) = 4,26 bis 4,28, das des grauen = 4,80 gefunden.

Dann zeigte Mitscherlich, dafs nur das amorphe sich in Schwefelkohlenstoff auflöst, das graue aber nicht, und dafs die aus jener Lösung erhaltenen braunrothen Krystalle beim Erwärmen über 100° dunkel, undurchsichtig und unlöslich werden, während sie zuvor in Schwefelkohlenstoff löslich sind. Da ihr V.-G. = 4,46 bis 4,51 ist, so hätten wir zu unterscheiden:

		V.-G.
amorphes Selen,	löslich	4,28
krystall. „	löslich	4,46 bis 4,51
graues „	unlöslich	4,80.

Da die Krystalle nach dem Erhitzen 4,7 wiegen, so sind sie in die graue unlösliche Modification übergegangen.

Nun ist bekannt, dafs auf der dunkelrothen Auflösung von Selenkalium oder Selennatrium an der Luft eine schwarze Haut von Selen sich bildet. Auch dieses Selen ist krystallinisch, seine Form jedoch nach Hittorf nur unter dem Mikroskop deutlich. Sein V.-G. ist nach Demselben = 4,808, nach Mitscherlich = 4,76 bis 4,788. Dieser Chemiker erklärt es demzufolge für identisch mit dem grauen unlöslichen Selen.

1) Pogg. Ann. Bd. 84, S. 214.
2) Pogg. Ann. Bd. 98, S. 418.
3) Monatsber. d. Berl. Akad. 1847, S. 422.

In den von Pape[1]) herausgegebenen Untersuchungen Neumann's über die specifische Wärme ist das V.-G. des grauen körnigen Selens sehr abweichend von Schaffgotsch nur zu 4,406 angegeben, und dieser Umstand, welcher die Identität mit dem aus Selenalkalien in Frage stellt, bewog mich zu einigen Versuchen.

Dabei ist vorweg zu bemerken, dafs die V.-G.-Bestimmungen an Selen ihre Schwierigkeit haben, weil es vom Wasser schwer benetzt wird. Im Fall daher durch Auskochen eine Molekularänderung eintreten würde, mufs man die Wägungen in Alkohol vornehmen. Selbst die Anwendung der Luftpumpe ist nicht genügend.

Graues körniges Selen. — Dasselbe war durch Erhitzen des glasigen auf 120° bis 150° dargestellt. Es ist in Schwefelkohlenstoff unlöslich. Die Wägungen geschahen theils in Wasser, theils in Alkohol bei 19° bis 20° und gaben:

4,437 — 4,464 — 4,487 — 4,545 — 4,563 — 4,590
oder im Mittel 4,514.

Alle diese Zahlen liegen den von Neumann 4,4 viel näher als der von Schaffgotsch 4,8.

Blättriges Selen aus Selenalkalien. — Die Verbindung von Selen und Natrium erfolgt unter Feuererscheinung. Mit luftfreiem heifsen Wasser giebt die schwarze Masse eine dunkelbraunrothe Auflösung, welche an der Luft sich mit einer krystallinischen Haut bedeckt. Nach dem Trocknen erscheint dieses Selen schwarz, mit einem Stich ins Röthliche, bildet sehr dünne voluminöse aber undurchsichtige *Blättchen*, welche unter dem Mikroskop als Aggregate sehr kleiner Krystalle erscheinen und ist in Schwefelkohlenstoff *unlöslich*, wobei bemerkt werden darf, dafs es oft ein wenig rothes amorphes Selen enthält, welches sich durch jenes Lösungsmittel fortnehmen läfst. Verdünnt man die Auflösung von Selennatrium, so fällt (ohne Mitwirkung der Luft) rothes amorphes Selen nieder. Dieses *blättrige* Selen zeigt beim Erhitzen bis 140° kein Frei-

1) Pogg. Ann. Bd. 126, S. 123.

werden von Wärme, keine Veränderung im Ansehen und im V.-G. Letzteres habe ich

4,77 — 4,79 — 4,86

gefunden, also übereinstimmend mit Hittorf und Mitscherlich.

Krystallisirtes Selen aus Schwefelkohlenstoff. — Zur Darstellung der Krystalle diente theils rothes, durch schweflige Säure gefälltes, theils gepulvertes glasiges. Es wurde mit dem Lösungsmittel Tage lang in Berührung gelassen, zeitweilig auch im Wasserbade bis zum Sieden des letzteren erhitzt. Nach Mitscherlich löst sich 1 Theil Selen in 1000 Theilen kochendem und in 6250 Th. Schwefelkohlenstoff von 0°. Ich habe für die Löslichkeit bei 20° sehr verschiedene Zahlen gefunden: 1 Th. Selen in 1376 — 2464 — 3746 Th. Schwefelkohlenstoff und glaube nicht, dafs ein besonderer Werth darauf zu legen sey.

Die braunrothen, durchsichtigen, diamantglänzenden, aber äufserst kleinen Krystalle habe ich vielfach in Alkohol gewogen, allein bei der zur Verfügung stehenden geringen Menge oft sehr abweichende Resultate erhalten, deren mittlere = 4,418 — 4,54 — 4,59 waren, d. h. etwa ebenso schwankend, wie die von Mitscherlich gefundenen.

Amorphes Selen. — Das durch schweflige Säure gefällte wird beim Erhitzen der Flüssigkeit dunkler, ist aber noch amorph, denn sein V.-G. fand sich 4,27 und 4,34 und es geht bei höheren Temperaturen in das graue über. Geschmolzenes Selen wog 4,29 und 4,36 und nach der Verwandlung in graues 4,495.

Hiernach ist das graue körnige Selen mit dem blättrigen aus Selenalkalien nicht identisch und wir hätten vier Modificationen:

	V.-G.	
1. Amorphes	4,3	roth, löslich
2. Krystallisirtes	4,5	roth, löslich
3. Körniges	4,4—4,5	grau, unlöslich
4. Blättriges	4,8	fast schwarz, unlösl.

1 und 2 gehen bei 90° in 3 über; die drei letzteren erwandeln sich durch Schmelzen und rasches Abkühlen n amorphes, durch langsames in körniges. Alle diese lodificationen sind beständig und an einem und demselben ;tück erhalten sich amorphes und körniges mit scharfer ränze unverändert. Ob aber ein wesentlicher Unterschied n V.-G zwischen 2 und 3 besteht, ist schwer zu sagen.

Da das körnige und blättrige Selen sicherlich als krytallisirt zu bezeichnen sind, so wäre es trimorph, zur eit jedoch nur in einer Form bekannt.

Diese Form ist nicht beständig, indessen doch weit ehr als die gleiche des *Schwefels*. Alle drei werden durch chmelzen und rasches Abkühlen amorph; ähnlich der chwefel, doch bildet sich bei ihm der amorphe erst in einer über dem Schmelzpunkt liegenden Temperatur. Amorpher Schwefel ist aber nicht beständig bei gewöhnlicher Temperatur, während der Uebergang in den krystallisirten Zustand durch Wärme bei beiden fast gleichzeitig (90°) erfolgt. Amorpher Schwefel ist unlöslich, krystallisirter löslich; amorphes Selen ist löslich, krystallisirtes der einen Form löslich, der beiden anderen Formen unlöslich. Aber keine Modification des Schwefels erscheint mit den physikalischen Eigenschaften eines Metalles (Wärme- und Elektricitätsleitung) wie die graue des Selens. Auch mit dem *Phosphor* lassen sich interessante Vergleiche anstellen, doch fehlt bei jenem noch manches zur Kenntnifs seiner lodificationen.

VIII. *Ueber die Umgestaltung des Vibroskops in ein Tonometer und über dessen Anwendung zur Bestimmung der absoluten Anzahl von Schwingungen; von Hrn. A. Terquem.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 125.)

Durch das optische Studium der Schwingungen und die Construction des Vibroskops hat Hr. Lissajous die Akustik mit Untersuchungsmitteln ausgerüstet, die viel genauer sind, als die auf das Hören begründeten. Indefs scheint diese optische Methode bis jetzt noch nicht bequem auf die Bestimmung der absoluten Schwingungs-Anzahl angewendet worden zu seyn. Ich habe geglaubt, dafs man zu diesem Zweck und mit seiner Hülfe ein Tonometer construiren könne, viel leichter als nach dem von Hrn. Scheibler erdachten Verfahren. Diefs neue, wenigstens eben so genaue, Tonometer ist viel wohlfeiler, und man könnte es anwenden, um durch einfache Ablesung die Anzahl der Schwingungen irgend eines tönenden Köpers zu bestimmen, und zwar für eine sehr grofse Ausdehnung der musikalischen Scale.

Ich liefs von Hrn. König vier Stimmgabeln verfertigen, versehen mit Läufern und am Ende einer ihrer Zinken, wie die Stimmgabel des Vibroskops, mit einer kleinen biconvexen Linse, die als Objectiv diente. Diese Stimmgabeln können nach einander auf demselben Gestell befestigt werden, welches das Ocular trägt. Durch Verschiebung der Läufer kann man alle Töne zwischen ut_2 (128 Doppelschwingungen) und ut_3 erhalten; überdiefs sind einige Töne zweier einander unmittelbar folgenden Stimmgabeln gemeinschaftlich. Diese Stimmgabeln sind von Hrn. König, nach seinem Tonometer, so getheilt, dafs wenn man die Läufer um den Zwischenraum zweier Striche verschiebt, der Ton sich um zwei Doppelschwingungen ändert. Allein ich betrachte diese Theilung nur als eine ganz willkürliche,

ie durch jede andere mittelst einer Theilmaschine ausgeführte ersetzt werden könnte. Ich werde diesen Stimmabeln den Namen *Hauptstimmgabeln* (*diapasons etalons*) eilegen.

Anderseits habe ich andere nicht graduirte Stimmabeln, die aber gleichfalls mit Läufern versehen sind, elche von ut_2 bis ut_3 gehen. Zwei sind genügend, weil an vorräthige Läufer daran befestigen kann. Ich werde iese Stimmgabeln *Hülfsstimmgabeln* nennen.

Die erste Haupt- und die erste Hülfs-Stimmgabel weren auf zweckmäfsigen Gestellen, vor einander, in einer elben Horizontalebene und unter rechtem Winkel aufgetellt; überdiefs geschehen die Schwingungen der Haupttimmgabel, die als Vibroskop dient, wie gewöhnlich in iner Vertikalebene, während die Hülfsstimmgabel in einer Horizontalebene schwingt.

Um die Curven, welche aus der Coëxistenz der beiden, gegen einander rechtwinkligen Schwingungsbewegungen leicht auf dem Endquerschnitt einer der Zinken der Hülfsstimmgabel wahrnehmen zu können, sind mittelst Gummi einige Flitterchen sehr fein gepulverten Antimons darauf befestigt. Die Facetten dieses krystallinischen Pulvers schief beleuchtet durch Lampe und Linsen, bilden Lichtpunkte von grofsem Glanz und äufserster Feinheit. Nachdem man den Läufer der Hauptgabel auf den ersten Strich der Theilung eingestellt hat, bringt man die Hülfsgabel genau in Einklang mit der ersteren und durch Verschiebung der Läufer, auf welchen man zuletzt kleine Stücke Wachs befestigt; man leitet sich bei dieser Operation offenbar auf die Transformationen der aus der Coëxistenz der Schwingungen entstehenden elliptischen Curve und hält ein, wenn diese nach und nach sehr langsam abnimmt, ohne die Form zu ändern.

Hierauf verschiebt man den Läufer der Hauptgabel so weit, dafs man ungefähr jede Secunde eine Schwingung bekommt und bestimmt mittelst eines Zählers (*compteur à pointage*) genau die Dauer von wenigstens 50 Schwebun-

gen, unter Beobachtung der Oscillationen der elliptischen Curven. Unter guten Umständen schwankt die gesammte Dauer von 50 Schwebungen bei mehren successiven Bestimmungen kaum um eine halbe Secunde, was eine Annäherung von 0,01 Secunde für jede Schwebung giebt und folglich erlaubt die Anzahl der Schwingungen auf wenigstens 0,01 zu bestimmen. Man verschiebt alsdann den Läufer der Hülfsgabel bis Einklang hergestellt ist, was man durch die Unveränderlichkeit der erzeugten Curve ersieht. Man stellt hierauf den Läufer der ersten Hauptgabel auf den zweiten Strich der Theilung und bestimmt aufs Neue die Dauer der erzeugten Schwebungen.

Auf derselben Weise fährt man mit der successiven Verschiebung der Läufer beider Stimmgabeln fort, bis man zu einem von ut_2 so entfernten Ton, z. B. mi_2 gelangt, der mit dem Ton ut_2 eine ziemlich einfache akustische Curve (4 : 5) giebt. Ist somit die Hülfsstimmgabel, durch successives Anhalten, in Einklang mit dem Ton mi_2 gebracht, so führt man den Läufer der Hauptstimmgabel auf den ersten Strich zurück und untersucht, ob der Ton mi_2 vollkommen richtig ist; und wenn ein Unterschied da ist, bestimmt man ihn durch die Dauer der Oscillationen der akustischen Curve. Die gesammte (ihrer Dauer umgekehrte) Anzahl von Schwebungen in der Secunde, welche man durch das successive Verschieben der Läufer beobachtet hat, giebt den Unterschied der Schwingungsmengen der Töne ut_2 und mi_2, von denen man das Verhältnifs hat, was dem von Scheibler für die Construction des Tonometers gegebenen Princip conform ist und erlaubt, die absolute Anzahl von Schwingungen von ut_2 zu berechnen.

Auf solche Weise fährt man fort, bis man zu ut_3 gelangt, auf welchem Wege man zahlreiche Merk- und Prüf-Punkte in einfachen Intervallen, wie Quarte, Quinte, Sexte usw. antrifft. So findet man endlich für jeden Strich der Theilung auf der Hauptstimmgabel die entsprechende, absolute Zahl von Schwingungen.

Die einzige praktische Schwierigkeit, die mir begegnet

ist und die ich glaube bald übersteigen zu können, bietet die Befestigungsweise der Läufer auf den Stimmgabeln dar. In der That müssen diese auf eine ganz unverrückbare Weise befestigt seyn, so dafs sie, wenn die Stimmgabel in Schwingung versetzt wird, keine Höhenveränderung erleiden, was nicht immer geschieht, obwohl die beobachteten Unterschiede sehr gering sind; zweitens mufs man die Läufer mathematisch in dieselbe Lage versetzen.

Ich habe bereits eine gewisse Anzahl der von Hrn. König auf meine Stimmgabeln gezogenen Theilstriche nach seinem Tonometer geprüft und habe nur Unterschiede gefunden, die nicht einige Hunderttheile der Schwingung pro Secunde übersteigen, was zeigt, welchen Grad von Zutrauen man in die mit seinem Tonometer gemachten Bestimmungen setzen kann.

Nach dieser Methode wird man auch leichter als nach der älteren, jedoch nicht ohne anhaltende Aufmerksamkeit und ohne viele Bestimmungen, das Intervall von ut_2 bis ut_3 in Töne theilen können, die um zwei Schwingungen oder, wenn man es wünscht, selbst um eine einzige verschieden sind. Jedenfalls wird dasselbe Verfahren gestatten, durch Anwendung von Hülfsstimmgabeln mit Läufern, die Genauigkeit der Theilung der in Form von Vibroskopen aufgestellten Hauptstimmgabeln zu prüfen und eine Correctionstafel zu entwerfen, wenn die Abtheilungen nicht vollkommen genau sind.

Ist das Vibroskop-Tonometer einmal construirt und verificirt, so reicht es hin, um die Höhe irgend eines Tones zu bestimmen, eine der Stimmgabeln, die zu demselben gehören, neben dem vibrirenden Körper aufzustellen, so dafs die Vibrationen rechtwinklig auf einander sind. Auf diesem letzteren Körper, sey er nun ein Stab, eine Platte, eine Saite usw. oder selbst die Membran eines Phonotoskops, befestigt man einige Flitterchen des Antimonpulvers, und verschiebt nun die Läufer bis man eine akustische Curve von wohl erkennbarer Form erhält, eine solche

wie die, welche aus Schwingungen im Verhältnifs 1 : 2, 1 : 3, 1 : 4, 1 : 5 usw. entspringen würde. Ist der untersuchte Ton höher oder tiefer als die, welche das Intervall von ut_2 bis ut_3 umschliefst, so ist es nicht einmal nöthig, eine absolute Fixität der Curve zu erhalten. Denn, wenn man die Dauer der Periode der Wiederkehr derselben Curve bestimmt, erfährt man den Unterschied zwischen der Schwingungs-Anzahl des Tons und desjenigen, der bei jener Fixität statthaben würde.

Mit diesem Tonometer bin ich Willens, das Studium der Schwingungen rigider Körper, besonders Platten, mit mehr Genauigkeit, als man es bisher vermochte, wieder aufzunehmen, um so, wenn es möglich ist, die so oft besprochene Frage aufzuhellen, wie der Ton in Körpern fortgepflanzt werde, die wenigstens zwei Dimensionen von gleicher Gröfsenordnung darbieten.

IX. *Ueber einen einfachen Apparat zur Erzeugung von Ozon durch Elektricität von hoher Spannung; von Prof. Arthur W. Wright.*

(*Americ. Journ. of Science etc. Sér. III, Vol. IV, p. 26.*)

Erfahrung hat gezeigt, dafs bei der Ozonbildung durch Elektricität am meisten Sauerstoff bei einer stillen oder glimmenden Entladung ozonisirt wird, und die Mehrzahl der Apparate, um dieses zu bewirken, sind auch so eingerichtet, dafs man den Sauerstoff langsam durch einen von solcher Entladung durchströmten Raum fliefsen läfst. In v. Babo's Apparat, so wie in denen von Siemens und Houzeau sind die metallischen Conductoren durch Glas und eine Luftschicht getrennt. Durch inducirende Wirkung der geladenen Metallflächen wird die Luft da-

zwischen auf ihren beiden Seiten mit entgegengesetzter Elektricität geladen und gleichzeitig mit der Entladung der Pole durch den Draht des Gewindes findet durch die Luft hin eine Entladung statt, nicht in Form von Funken, sondern diffuse als purpurfarbenes glimmendes Licht, welches nur im Dunklen sichtbar ist.

Dieser Apparat gelingt am besten mit Elektricität von verhältnifsmäfsig niederer Spannung. Bei Anwendung einer Holtz'schen Elektromaschine erfolgt die Entladung hauptsächlich in Funkenform und sie kann selbst Glas durchdringen und durchbohren; der Apparat mufs dann verändert werden, um die besten Resultate zu geben.

Wenn die Pole der Maschine hinlänglich von einander entfernt sind, geht die Elektricität zwischen ihnen entweder in Form eines den ganzen Abstand bespannenden Büschels über oder als sehr kleiner Büschel auf dem negativen Pol und als Glimmlicht auf dem positiven, wobei der intermediäre Raum nicht sichtbar erleuchtet ist. Dieſs ist die sogenannte dunkle oder stille Entladung, welche, wenn geeignete Gegenstände dazwischen eingeschaltet sind, die Erscheinungen des elektrischen Schattens darbietet, wie in einem früheren Aufsatz beschrieben ist[1]). Wenn dieſs geschieht, zeigt der starke Geruch, daſs ein beträchtlicher Theil des atmosphärischen Sauerstoffs in Ozon verwandelt worden ist.

Geschieht diese Entladung in einem geschlossenen Raum, durch welchen Luft oder Sauerstoff getrieben werden kann, so wird die ozonisirende Wirkung der Elektricität nutzbar gemacht. Der von mir angewandte Apparat, welcher sehr befriedigende Resultate gab, besteht aus einer geraden Glasröhre von etwa 20 Centm. Länge und 2,5 Centm. innerem Durchmesser, verschlossen an beiden Enden durch Korke, die auf der Innenseite dünn mit Cement überzogen sind, um sie vor der Wirkung des Ozons zu schützen. Durch die Axe eines jeden Korks ist eine Glasröhre von

1) *American Journ. Ser. II, Vol. XLIX, p.* 381 *et Ser. III, Vol. I, p.* 437.

etwa 5 Mllm. Dicke und 7 Centm. Länge gesteckt, die in der Mitte eine winkelrechte Seitenröhre von solcher Länge hat, dafs auf sie eine Kautschukröhre geschoben werden kann. Die äufseren Enden der Röhren sind ihrerseits dicht verschlossen durch Korke, durch welche gerade dicke Kupferdrähte gehen, welche an den inneren Enden geeignete Pole tragen und an dem äufseren zu Ringen gekrümmt sind. Sie sind vorgerichtet, so dafs sie dicht schliefsen, jedoch sich verschieben lassen, um den Abstand zwischen ihren inneren Enden verändern zu können. Der eine dieser Drähte trägt eine kleine Kugel, der andere eine Scheibe mit abgerundetem Rande, winkelrecht gegen die Axe der Röhre, und so grofs, dafs ringsherum ein ringförmiger Raum von 2 bis 3 Mllm. Breite bleibt. Das Gas tritt durch einen der seitlichen Arme ein und entweicht aus dem andern, nachdem es die ganze Länge der Röhre durchstrichen hat.

Beim Gebrauch des Apparats müssen die Drähte so mit den Polen der Maschine verbunden werden, dafs die Scheibe der negative Pol wird, da bei dieser Einrichtung der Strom am ausgebreitetsten und diffusesten wird. Dreht man die Maschine und stellt Kugel und Scheibe in richtigen Abstand, so umgiebt sich die letztere mit einem den Raum zwischen ihr und der Röhrenwand ganz erfüllenden Lichtnebel, während im zwischen Kugel und Scheibe befindlichen Theil der Röhre unzählbare neblige Streifen gegen den positiven Pol convergiren oder dieser sich mit einem schwachen Glimmlicht bedeckt. Ein in die Röhre gesandter Strom von Luft oder Sauerstoff mufs durch diese Elektricität hindurch und somit wird Ozon sehr rasch und in grofser Menge erzeugt. Leidener Flaschen werden hiebei natürlich nicht angewandt.

Es scheint vortheilhaft zu seyn, den Sauerstoff in der Röhre vom negativen Pol zum positiven streichen zu lassen, denn das Gas, durch welches die Entladung geht, wird in entgegengesetzter Richtung fortgeführt, wie leicht ersichtlich ist, wenn man eine Kerzenflamme oder eine

dünne Rauchsäule zwischen die Pole der Maschine bringt. Flamme und Rauch werden abgelenkt und gegen den negativen Pol geführt. Wird das Gas in der erwähnten Richtung eingelassen, so wird es in seinem Fluſs etwas gehemmt und länger unter dem Einfluſs der Elektricität gehalten.

Einige mit diesem Apparat angestellte Versuche werden eine Idee von seiner Wirksamkeit geben. Hundert Cubikcentimeter Wasser wurden in ein Probeglas gegossen und 20 Tropfen einer starken Indigolösung hinzugefügt, wodurch es eine tiefblaue Farbe erhielt. Unter einem Wasserdruck von 3 Zoll wurde Luft durch den Ozonisirungs-Apparat getrieben und in die Lösung geleitet. Wurde nun die Elektromaschine in Thätigkeit gesetzt und so rasch gedreht, daſs sie beinahe das Maximum ihrer Wirksamkeit gab, so verlor die Lösung ihre blaue Farbe in weniger als vier Minuten gänzlich. Blaue Lackmuslösung wird unter gleichen Umständen blaſs nelkenroth, erfordert aber dazu eine viel längere Zeit.

Wendet man Schönbein's Probelösung an, so entsteht die tief blaue Farbe sogleich, allein die Lösung ist zu dick, um gut zu arbeiten, wenn bei ihrer Anfertigung das Stärkemehl zu sehr oder zu lange erhitzt worden ist. Ein besseres Verhältniſs ist: ein Gewichtstheil Jodkalium, 10 Theile Stärkemehl und 5000 Thl. Wasser. Dadurch erhält man eine milchige Flüssigkeit, die hinlänglich beweglich ist, wenn die ozonisirten Luftblasen durch sie hinstreichen. Als man 100 Cubikcentm. dieser Lösung nahm und Luft durch den Apparat leitete, erschien bei Anwendung der Elektricität die blaue Farbe sogleich und war nach 30 Secunden ganz tief.

Mit trocknem Sauerstoff sind die Wirkungen viel rascher und merkwürdiger. Wie zuvor wurden 100 Centm. der Lösung angewandt. So wie die Maschine in Thätigkeit gesetzt wurde, färbte sich die Flüssigkeit am Ende der Zuleitungsröhre tief blau, und innerhalb 10 bis 15 Se-

kunden hatte sie durchweg eine gleichförmige und intensive blaue Farbe angenommen.

Da die sommerliche Feuchtigkeit die Wirksamkeit der Elektromaschine etwas schwächte, so hatte ich keine Gelegenheit, den auf diese Weise erzeugten Procentgehalt an Ozon zu bestimmen, allein er scheint sehr grofs zu seyn. Wenn trockner Sauerstoff sehr langsam durch die Röhre geleitet wird, erzeugt das ausströmende Gas beim Einathmen eine schmerzhafte brennende Empfindung in den Lungen und heftigen Husten, der beträchtlich lange anhält.

Bei Anwendung von Sauerstoff fand sich, dafs die Elektroden viel weiter von einander entfernt werden müssen als bei Luft nöthig ist, sonst springen Funken über und zerstören einen grofsen Antheil des schon gebildeten Ozons. In Luft konnte die Schlagweite der Funken des Apparats nicht über 7 Centimeter getrieben werden; allein in Sauerstoff stieg sie bis auf 11,5 Centm. Hatte man die Röhre mit Luft gefüllt und standen die Pole 7 bis 8 Centm. auseinander, so war die Entladung eine stille; liefs man aber Sauerstoff hinein, so erschienen sogleich Funken.

Die Menge der zu diesen Versuchen angewandten Lösung war viel gröfser als erforderlich ist um die charakteristischen Reactionen des Ozons einem Collegio von mäfsiger Gröfse zu zeigen. Die Hälfte oder ein Drittel derselben würde vollkommen genügen und zugleich die zur Reaction erforderliche Zeit abkürzen. Die grofse Menge des Ozons, die Leichtigkeit und Schnelligkeit, mit welcher es erzeugt wird, machen diesen Apparat besonders zu Vorlesungen geeignet.

X. *Spectroskop mit fluorescirendem Ocular;* von *J. L. Soret.*

(*Arch. d. sciences phys. etc., Avr.* 1874.)

Zur Beobachtung des ultra-violetten Theils des Spectrums hat man hauptsächlich zwei Methoden angewandt.

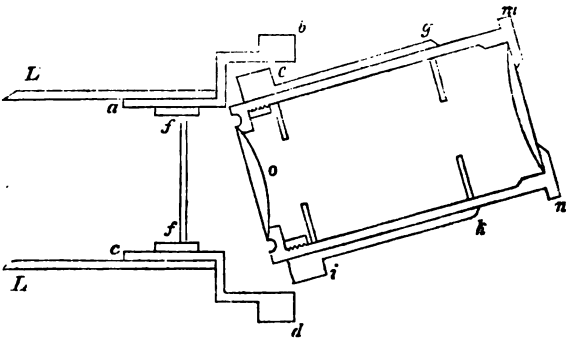
Die eine besteht darin, dafs man denselben photographirt. Man bringt die zubereitete Platte in ein gewöhnliches Spectroskop an, dort wo sich in der Regel das Fadenkreuz des Fernrohres befindet. Man erhält dadurch ein äufserst zartes Bild vom Spectrum und bei einiger Uebung kann man die Ablenkung der Linien genau messen. Allein die Operation ist im Ganzen immer langwierig und verwickelt.

Die zweite Methode besteht darin, dafs man das Spectrum auf eine fluorescirende Substanz projicirt. Der ultraviolette Theil desselben wird dann sichtbar. Allein die Beobachtung mufs in einem vollständig dunklen Zimmer gemacht werden und eignet sich nur schwierig zu Winkelmessungen.

Das Verfahren, welches ich hier angeben werde, obwohl nur eine Modification dieser zweiten Methode, scheint mir in gewissen Fällen mit Vortheil angewandt werden zu können.

Es besteht darin, dafs man eine Platte von einer durchsichtigen und fluorescirenden Substanz in das Fernrohr eines Spectroskopes bringt, im Brennpunkt des Objectivs, und das Spectrum mit einem gegen die Axe des Fernrohrs geneigten Ocular beobachtet.

Diese Vorrichtung kann den gewöhnlichen Spectroskopen leicht angepafst werden. Man nimmt das Ocular, dessen man sich für gewöhnlich bedient, fort, und ersetzt es durch ein Dispositiv, welches man *fluorescirendes Ocular* nennen kann und in umstehender Figur abgebildet



Es besteht aus einem Messingstück *abcd*, gebildet aus einem Ring *bd*, der an das eine Ende der Röhre *ac* gelöthet ist, die sich in dem Fernrohr *LL* verschieben läfst, und bei *ff* die in einer Fassung befestigte fluorescirende Platte trägt. Ein zweites Stück *egik*, ist ebenfalls gebildet aus einem am Ende der Röhre *gk* festgelötheten Ringe *ei*, dessen Durchmesser aber kleiner ist, als der des Ringes *bd*. Diese beiden Stücke sind auf folgende Weise mit einander verknüpft. Der Ring *ei* ist concentrisch zum Ringe *bd* angebracht und an demselben befestigt durch die Spitzen zweier (in der Figur nicht abgebildeten) Schrauben, die sich an den Enden des horizontalen Durchmessers beider Ringe befinden und somit eine durch den Punkt *o* der Figur gehende Axe bilden. Das Stück *egik* ist drehbar um diese Axe und gegen die allgemeine Axe des Fernrohrs des Spectroskops geneigt. Eine (in der Figur nicht dargestellte) zweckmäfsig angebrachte Druckschraube erlaubt *egik* in jeder beliebigen Stellung fest zu halten. In die Röhre *gk* des beweglichen Stücks wird ein gewöhnliches Ocular *mno* (das des Spectroskops, wenn dessen Brennweite dazu paſst) eingefügt und so ajustirt, daſs man die fluorescirende Platte deutlich sieht. Zwei feine, sich rechtwinklig schneidende Linien können mit einem Diamant in die fluorescirende Platte eingerissen werden. Dieselben dienen dann als Fadenkreuz. Damit man die fluorescirende Platte in den Brennpunkt des Objectives des Fernrohrs

des Spectroskops bringen könne, muſs dieses so eingerichtet seyn, daſs die Röhre, welche das Ocular trägt, hinreichend weit in die Röhre eingeschoben werden kann, welche das Objectiv trägt. Als fluorescirende Platte kann man entweder Uranglas anwenden oder verschiedene Flüssigkeiten, die zwischen zwei sehr dünnen, wenig (1 bis 1,5^{mm}) von einander abstehenden Gläsern enthalten sind.

Will man diesen Apparat zur Beobachtung des Sonnenspectrums anwenden, so läſst man auf den Schlitz des Spectroskops ein Strahlenbündel fallen, verdichtet durch eine Sammellinse von langer Brennweite, am besten von Quarz. Es ist auch vortheilhaft, die hellsten Strahlen des Spectrums durch ein blaues Kobaltglas aufzufangen. Man stellt das Ocular *mno* ein, ohne es zu neigen, und richtet dann das Fernrohr auf den brechbarsten Theil des sichtbaren Spectrums. Die Gegenwart der fluorescirenden Platte hindert nicht die Beobachtung des leuchtenden Spectrums, vielmehr sieht man deren Linien deutlich. Allein bei dieser Stellung des Oculars erkennt man das auf der Platte entstandene fluorescirende Spectrum sehr schlecht. Um es deutlich zu sehen, muſs man das Ocular neigen und es in die in der Figur angedeutete Lage bringen. Man gewahrt dann nicht mehr das leuchtende Spectrum, aber man sieht sehr gut das fluorescirende von gleichförmiger Farbe, durchzogen von schwarzen Linien. Man kann diese Linien mit den auf der Platte gezogenen gekreuzten Strichen in Coïncidenz bringen und ihre Ablenkung messen.

Ich habe verschiedene fluorescirende Platten versucht.

Mit Uranglas ist das fluorescirende Spectrum sehr sichtbar, von der Linie *G* an; es ist sehr intensitv gegen *H*; die vier Striche *M* sind auch noch sichtbar, aber darüber hinaus ist es weniger deutlich.

Mit doppelt-schwefelsaurem Chinin ist das Spectrum sehr schön und zeigt weit mehr Glanz; es erstreckt sich nur sehr wenig in den sichtbaren Theil hinein, bis etwa *h*. Man unterscheidet sehr deutlich die Linien bis zur Gruppe *N* und selbst ein wenig darüber hinaus.

Das wenig concentrirte Aesculin schien mir das intensivste Spectrum zu geben. Man unterscheidet sehr deutlich die Linie *N* und selbst *O*. Das Spectrum erstreckt sich in das Violett hinein, etwas weiter als es beim Chinin der Fall ist [1]).

Das Naphthalin-Rosa (*Magdala*) etwas concentrirt giebt für die ultra-violette Portion jenseits *M* weniger gute Resultate; allein das Ansehen des fluorescirenden Spectrums in dem den direct sichtbaren Strahlen entsprechenden Theil ist sonderbar; fast von *D* bis *M* unterscheidet man alle Linien mit vollkommener Deutlichkeit.

Uebrigens hängt das Ansehen nicht bloſs ab von der fluorescirenden Substanz und deren Concentrationsgrad, sondern auch von mehren anderen Umständen. Die Lebhaftigkeit des Sonnenlichtes hat einen groſsen Einfluſs. Ist der Himmel nicht sehr rein oder die Sonne ihrem Untergang nahe, so verliert das Spectrum viel an Intensität. Die Natur des Prismas wirkt auch stark ein. Mit einem und selbst mit zwei Prismen von weiſsem Flintglase sieht man eine ausgedehnte Strecke des ultra-violetten Spectrums, besonders wenn man das Strahlenbündel dicht an der Kante des Prismas durchgehen läſst. Das schwere Flintglas absorbirt bekanntlich die ultra-violetten Strahlen. Ebenso verhält es sich mit den Prismensystemen in den Spectroskopen mit gerader Durchsicht. Ohne Zweifel würde man mit Prismen und Linsen aus Quarz oder Kalkspath ein ausgedehnteres Spectrum bekommen.

Anlangend die Anwendung dieses Verfahrens auf das Studium der ultra-violetten Spectren der Metalle, so habe ich nur eine kleine Anzahl von Versuchen gemacht, die nicht ganz befriedigend ausfielen. Als ich die Funken des Rühmkorff'schen Apparats, mit Hinzufügung einer Leidner Flasche, zwischen Elektroden aus verschiedenen Me-

1) Es ist vortheilhaft, wenn das leuchtende und das fluorescirende Spectrum einen Theil gemeinschaftlich haben, weil man sich dann von der Coïncidenz der Lage einer direct und einer durch Fluorescenz gesehenen Linie überzeugen kann.

tallen überschlagen liefs, gelang es einige Linien zu erkennen. So z. B. sah ich mit Magnesium die ultra-violette Linie nahe bei $L(\lambda = 0{,}00380)$ und mit Kadmium eine bei N (warscheinlich die neunte Linie des von Hrn. Mascart beschriebenen Spectrums, $\lambda = 0{,}00361$). Allein die Intensität war schwach und es würde nicht möglich gewesen seyn, genaue Winkelmessungen zu machen. Zwar hätten die von mir angewandten Entladungen stärker seyn können, und die Mittel zum Concentriren des Lichts in dem Schlitz des Spectroskops liefsen auch zu wünschen übrig. Es ist daher wahrscheinlich, dafs man durch Vervollkommnung des Verfahrens zu besseren Resultaten gelangen werde.

Kurz, diese Methode scheint mir, besonders bei Sonnenlicht, anwendbar zu seyn. Sie macht das Spectrum von H bis N mit grofser Deutlichkeit sichtbar, ohne dafs es nöthig wäre, in einem vollkommen dunklen Zimmer zu arbeiten; sie erlaubt auch leicht, Winkelmessungen zu machen. Ohne Zweifel ist sie weniger empfindlich als die photographische Methode, allein sie ist viel rascher Ich glaube, dafs man sie zu gewissen Bestimmungen mit Nutzen anwenden könne, z. B. zur Messung der Brechungsindexe verschiedener Substanzen für sehr brechbare Strahlen und zur Absorption dieser Strahlungen in verschiedenen Mitteln.

XI. *Ueber die Umwandlung des gewöhnlichen Phosphors in amorphen durch Einwirkung der Elektricität.*

In dem Anzeiger der Kaiserl. Akademie zu Wien, 1874, No. 9 giebt Hr. Prof. v. Schrötter folgende Notiz von dieser durch Dr. Geifsler entdeckten Umwandlung.

Hr. Dr. Geifsler hat schon im Jahre 1860 zu zeigen versucht, dafs die Elektricität für sich diese Umwandlung bewirkt und hatte die Güte, mir bei seiner Anwesenheit in Wien zur Zeit der Weltausstellung einige dieser Glasapparate zu übergeben.

Der einfachste dieser Apparate ist eine evacuirte Glasröhre von etwa 35 Centm. Länge und 2 Centm im Durchmesser, an deren Enden die Leitungsdrähte in besondern Ansätzen angeschmolzen waren, so dafs dieselben beim Versuche mindestens 45 Centm. von einander abstanden. Die Röhre war mit Phosphordämpfen von sehr geringer Spannung erfüllt. Nach dem Versuche waren ihre Wände mit einer bräunlich-rothen bis ins Goldgelbe spielenden dünnen Schicht von amorphem Phosphor überzogen, die noch überdiefs an vielen Stellen die Farben dünner Körper zeigte.

Der zweite, zu dem gleichen Zwecke dienende Apparat, ein Meisterstück der Glasbläserkunst, hat die Form und Gröfse eines becherförmigen Champagnerglases, das doppelwandig ist. Die auf den inneren Flächen der Wände vertheilte dünne Schichte von amorphem Phosphor spielt in allen Farben dünner Körper und giebt dem Glase ein gefälliges Aussehen.

Der dritte, noch künstlicher ausgeführte Apparat ist bestimmt zu zeigen, dafs die Umwandlung des Phosphors schon durch die inducirende Wirkung des Stromes eintritt. Zu diesem Behufe münden die beiden Aluminium-Leitungsdrähte in evacuirte Kugeln, in denen sich kein Phosphor befindet. Diese Kugeln werden von anderen umschlossen, die durch eine 40 Mm. lange, 1 Mm. weite Röhre verbunden sind. Die so gebildeten, ebenfalls evacuirten Zwischenräume enthalten den Phosphor, der also von den Leitungsdrähten durch eine Glaswand vollkommen abgeschlossen ist. Die Entfernung der Leitungsdrähte beträgt 26 und der Durchmesser der äufseren Kugeln 5 Centm. Der Zwischenraum der Wände der Kugeln beträgt 5 Mm. Auch hier sind die Innenwände und zwar die innere Seite der

äußeren und die äußere der inneren Kugel in gleicher Weise wie oben angegeben mit amorphem Phosphor überzogen. Nur in den engen Verbindungsorten hat sich kein Phosphor abgelagert.

Durch die angeführten Thatsachen ist wohl der beste Beweis hergestellt, daß die Umwandlung des Phosphors in die amorphe Modification weder durch das Licht, noch durch die Wärme, welche den Strom begleitet, bewirkt wird, sondern daß dies durch die Elektricität für sich geschieht.

Die lehrreichen Versuche, welche Hittorf schon im Jahre 1865 veröffentlicht hat (Pogg. Ann. Bd. 126, S. 195), wurden bei einer anderen Anordnung des Apparates angestellt, indem die in Glaskugeln von 6 bis 8 Centm. Durchmesser eingeschmolzenen Platindrähte nur einige Millimeter von einander abstanden, so daß Funken überschlugen und die Erscheinung etwas anders, als hier beschrieben verlief; die von Hittorf daraus gezogenen Schlüsse waren aber dieselben.

Hoffentlich wird es mir möglich seyn, auf diesen Gegenstand ausführlicher zurückzukommen; für jetzt mögen die obigen Angaben genügen, die Aufmerksamkeit wieder auf denselben zu lenken.

XII. *Blitz-Spectra; von Th Hoh.*

Nie sah ich die vom Blitze hervorgerufenen, zuerst durch Hrn. Kundt (diese Ann. Bd. CXXXV, S. 325) ebenso gut beschriebenen als erklärten Spectral-Erscheinungen so schön und genau, wie bei einem heftigen Gewitter, welches von WNW. nach SO. ziehend zwischen 5 und 6 Uhr Abends am 23. April über Bamberg sich entlud. Mein

Beobachtungsinstrument war ein kleines Spectroskop *à sion directe* von 9 Centm. Länge (ohne Fernröhre), des Spalte ungefähr $\frac{1}{4}$ Mm. weit geöffnet war. Indem ich anhaltend auf die Gegend des Himmels richtete, wo n der Gestaltung des Wolkenzuges die Blitze vornehmli zu erwarten waren und zwar schon zu einer Zeit, da noch schwacher Donner das nahende Wetter verkünde sah ich zuvörderst das düstere, aber in entschiedener F bung ausgeprägte Spectrum mit den stärksten Fraunh fer'schen Linien. Drei oder viermal erschien im Ge und Grün eine diffuse, doch wohl erkenntliche Aufhellun welche jedesmal binnen 10 bis 15 Sec. von Donner gefol ward, demnach wohl mit Flächenblitzen in Zusammenha gebracht werden dürfte. Zu dieser Zeit stand die Wette wolke noch am westlichen Himmel, zog indefs bald üb meinen Standpunkt hinüber und kam dann südöstlich z Haupt-Entladung von einer in hiesiger Gegend fast u erhörten Stärke. Indem ich über eine Viertelstunde la das Spectroskop auf den Schauplatz des elektrischen Pr cesses richtete, constatirte ich zehnmal die Spectralzeich des Blitzes. In drei Fällen beschränkte sich das Phänom auf eine lebhafte Aufklärung und Verbreiterung der gr nen Zone über einen Theil der blauen (kein eigentlich Bandenspectrum), in zweien auf eine scharf begränzte He vorleuchtung der gelben Natriumlinie und einer schwächer im Roth. In den fünf anderen Fällen dagegen kam es einer völlig exacten Darstellung ebenso heller als scharf Blitzspectra von linearer Form und seltener Schönhe Unter dem Glanze der feinen Linien verschwand natürli der locale Farbenton, doch ihre Stellung in der zugehö gen Spectralzone konnte sicher markirt, ihre Menge freili bei nur momentaner Existenz höchstens annäherungswei geschätzt werden. Ich glaube gezählt zu haben stets zw bis drei Linien im Roth, je eine in Gelb und Orange, di bis vier im Grün, zweimal auch eine im Violett. Die br lanteste Erscheinung aber gab der 20 Minuten vor 6 U von einem betäubenden Donnerschlag gefolgte Blitz, inde

hier zu den vorerwähnten Lichtstreifen noch eine aus etwa fünf Linien bestehende Gruppe im Blau hinzutrat. Dieser Blitz hat in der Stadt gezündet; da bald darauf Feuerlärm erscholl, auch es anfänglich den Anschein hatte, als werde das Local des physikalischen Laboratoriums in nächster Nähe bedroht, mufste ich die Beobachtung einstellen. Uebrigens hörte das Gewitter selbst bald danach auf. Ein eigentliches Bandenspectrum habe ich, wie schon angedeutet, nicht gesehen, ob blofs aus localen Gründen oder weil die den elektrischen Büschel- und Glimm-Entladungen analogen Blitzformen fehlten, lasse ich unentschieden, und bemerke nur noch, dafs die den letzteren eigenthümliche violette Färbung grofser Flächen am Himmel gleichzeitig mit dem Auftreten der Zickzackbahn, wie ich an dem gleich nach Weglegung des Spectroskops gesehenen (vermuthlich ebenfalls einschlagenden) Blitze beobachtete, sich wohl verbinden kann, so dafs die Sichtbarwerdung des Linien- oder Banden-Spectrums bei demselben Ereignifs möglich wäre, und blofs davon abhängen könnte, ob ein Theil der Funkenbahn oder eine reflectirende Wolkenfläche in die Richtung der Spectroskopspalte fällt.

Bamberg, 24. April 1874.

XIII. *Photographirte Diffractionsgitter.*

Zur Darstellung solcher Gitter hat Hr. J. W. Strutt in den *Proceedings of the Roy. Soc. Vol. XX, p.* 414 ein Verfahren beschrieben, von welchem das *American Journ. of Science Sér. III, Vol. V, p.* 216 folgenden Auszug giebt.

Die geritzte Platte (Hr. Strutt bedient sich eines Nobert'schen Gitters, welches 3000 Linien auf den Zoll enthält) wird auf eine in gewöhnlicher Weise empfindlich gemachte Glasplatte gelegt und auf derselben ein gewöhn-

liches Negativ verfertigt. Es wurden sowohl feuchte, als trockene empfindliche Platten angewandt, mit nur geringem Unterschied in den Resultaten. Die photographirten Gitter gaben vortreffliche Spectra, die denen von geritzten Gittern nur wenig nachstanden. Im Laufe der Untersuchung wurden auch Platten überzogen mit einer Schicht von bichromatisirter Gelatine angewandt. Diese so dargestellten Gitter besafsen einen hohen Grad von Durchsichtigkeit und erwiesen sich besser als die gewöhnlichen Photographien. Obwohl die Darstellung derselben einige Unsicherheit hatte, so schienen die besten sogar vorzüglicher zu seyn, als die Originale auf Glas. Sie gaben vortreffliche Spectra und die Begränzung der Linien war überraschend gut. Sie können sehr bequem in gewöhnlichen Spectroskopen angewandt werden, wenn man sie statt des Prismas in dieselben einsetzt. Ohne Zweifel lassen sich auf diese Weise Gitter von 6000 Linien auf den Zoll darstellen, für viel geringere Kosten als die geritzten. Da die Dicke des Glases, auf welchem sie angebracht sind, nur gering ist, so ist auch die Absorption der Lichtstrahlen sehr schwach. Für Untersuchungen über strahlende Wärme haben sie bedeutende Vortheile, da sie die kostbaren und unbequemen Bergkrystallprismen ersetzen können.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

ANNALEN № 6.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLII.

Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper;

von G. Lundquist.

dem *Nov. Act. Reg. Soc. Upsal. Ser. III*, vom Hrn. Verfaser übersandt.)

den Arbeiten Fresnel's über die Reflexion des
ist dieſs Phänomen der Gegenstand zahlreicher
wichtiger Studien gewesen, sowohl mathematischer
perimenteller. Dennoch fehlt noch viel daran, daſs
enntniſs dieses Phänomens eine vollständige und die
ie desselben eine vollkommen befriedigende wäre.
ieses Ziel zu erreichen, ist es besonders nöthig, die
r, welche das merkwürdige Phänomen der Oberflä-
rben zeigen, sorgfältig zu studiren. Deshalb habe
er diesen Gegenstand einige Versuche unternommen,
erste Resultate sich in dieser Abhandlung befinden.
ch sie jedoch kennen lehre, will ich die hauptsäch-
n Resultate, zu welchen man durch die theoretischen
suchungen über das Licht gelangt ist, auseinander-

ie Theorien der Reflexion an vollkommen durchsichtigen Körpern.

Jahre 1832 entdeckte Hr. Airy am Diamant die
schaft, die geradlinige Polarisation eines einfallenden
ündels durch Reflexion in eine elliptische zu ver-
ln [1]). Eine Erklärung dieser Erscheinung wurde

[1]) *Philosoph. Mag.* (3) *II.* (1832) *p.* 20.

einige Jahre darauf in den von Green [1]) und von Cauchy [2]) aufgestellten allgemeinen Theorien gegeben.

Nach der Theorie von Green wird das geradlinig polarisirte Licht durch Reflexion an allen Körpern elliptisch polarisirt und das um so mehr, als der Brechungsindex gröfser ist, von welcher Constanten alleinig die Intensität und der Zustand des reflectirten und gebrochenen Lichtes abhängt. Dagegen tritt in den Formeln von Cauchy aufser dem Brechungsindex noch eine andere Constante ein, die seitdem mit dem Namen Ellipticitätsconstante belegt ist. Den Ansichten des letzteren zufolge, wird demnach das Licht nicht nothwendig durch die Reflexion elliptisch polarisirt, weil es hinreicht, die neue Constante auf Null zu reduciren, um die Fresnel'schen Formeln zu erhalten. Beide Mathematiker nehmen an, dafs der Aether aus dem Zustande, in welchem er sich in einem Mittel befindet, sehr plötzlich in den Zustand übergehe, in welchem er in einem anderen vorhanden ist, und dafs die Schwingung der Lichtstrahlen longitudinale Schwingungen an der reflectirenden Oberfläche erzeuge; allein sie differiren in Betreff der Hypothesen, die über die Fortpflanzung dieser letzten Schwingungen gemacht werden müssen.

Dale hat gefunden [3]), dafs nicht allein der Diamant, sondern auch eine gewisse Anzahl anderer Körper, deren Brechungsindex etwas grofs ist, die Eigenschaft besitzt, durch Reflexion elliptische Polarisation zu erzeugen. Allein es ist Jamin, welcher zuerst erkannt hat [4]), dafs diese Polarisationsart allgemein durch Reflexion des Lichts an der Oberfläche durchsichtiger Körper hervorgebracht wird. Er hat auch die Effecte der Reflexion genau gemessen,

1) *Mathematical Papers, London* 1871, *p.* 291 (1837).
2) *Compt. rend. VIII, p.* 7 *etc. et p.* 985 (1839); *XXVIII, p.* 2, 121 *etc.* (1849). *Excerc. d'Anal. et de phys. math. I, p.* 133 *etc.* (1840).
3) *On elliptic Polarization.* 16. *Report. of Brit. Assoc.* 1846.
4) *Ann. de chim. et de phys.* (3) *XXIX, p.* 263 (1850); *XX XI, p.* 16 (1851

e mit den aus den Cauchy'schen Formeln abgeleiteten rglichen [1]) und sie mit diesen vollkommen übereinstimend gefunden. Nur allein in Betreff der Relation, welche ch dieser Theorie zwischen den relativen Werthen der llipticitätscoëfficienten stattfinden mufs, hat die Erfahrung cht die theoretischen Vorhersagungen gerechtfertigt. Zu n merkwürdigsten Resultaten seiner Versuche gehört lgendes: Der immer sehr kleine Ellipticitätscoëfficient ächst im Allgemeinen mit dem Brechungsindex, wie es ie Green'sche Theorie angiebt, ohne indefs allein von ieser Constante abhängig zu seyn; und dieser Coëfficient immt für gewisse Körper, die das Licht wenig brechen, egative Werthe an. Diese Thatsachen waren, wie man emerken wird, von der Cauchy'schen Theorie nicht vorausgesehen.

An diese Untersuchungen reihen sich seitdem die Arbeit von Hrn. Haughton [2]) und die von Hrn. Quincke [3]). er erstere hat gezeigt, dafs die Green'schen Formeln icht die von den Versuchen gelieferten Werthe reproduren können, indem die berechnete Ellipticität immer gröer ist als die beobachtete; daraus schliefst er, dafs man thwendig zwei Constanten in die Formeln einführen üsse. Hr. Quincke hat die Cauchy'schen Formeln manigfaltigen Proben unterworfen und im Allgemeinen, wie Hr. Jamin, eine sehr genügende Uebereinstimmung gefunden, bis auf die vorhin erwähnte Relation zwischen den Ellipticitätscoëfficienten. Ausgehend von dieser Thatsache und anderen directeren Beobachtungen, gelangt er zu dem

1) Der Beweis der Formeln, deren sich Hr. Jamin bei diesem Vergleiche bedient, ist von Cauchy nicht im Detail gegeben, allein diese Lücke ist später von anderen Gelehrten ausgefüllt; Beer (Pogg. Ann. 1854 Bd. XCI, S. 467); v. Ettingshausen (Wien. Sitzber. 1855, XVIII, S. 369); Eisenlohr (Pogg. Ann. 1858, Bd. CIV, S. 467); Briot (*Journ. de Liouv.* 1866, (2) *XI, p.* 300).

2) *Phil. Mag.* 1853, (4) *VI, p.* 81; 1854, (4) *VIII, p.* 507. — *Phil. Trans.* 1863, *p.* 81.

3) Pogg. Ann. 1866, Bd. CXXVIII, S. 355.

Schluſs [1]), man müsse annehmen, daſs die Dicke der intermediären Schicht, in welcher der Uebergang des Aethers des einen Körpers in den des anderen stattfindet, eine nicht zu vernachlässigende Gröſse sey.

Uebrigens ist diese Behauptung schon von Hrn. Lorenz ausgesprochen [2]); er will dadurch sogar in ihrer Totalität die durch Reflexion an durchsichtigen Körpern erzeugte elliptische Polarisation erklären. Ueberdieſs hat derselbe sehr gegründete Einwürfe gegen die von Cauchy in Betreff der Longitudinalschwingungen gemachten Voraussetzungen erhoben [3]). Diesen Einwürfen hat Hr. Strutt noch andere hinzugefügt [4]). Er vertheidigt auch die Green'sche Theorie, deren Formeln er so abändert, daſs sie die Beobachtungen ausdrücken.

Neuerlich ist Hr Potier der Lorenz'schen Meinung beigetreten [5]); er hat mehre Versuche auseinandergesetzt, die wenigstens beweisen, daſs die Dicke der Schicht des Uebergangs von einem Körper zum andern nicht als eine unendlich kleine Gröſse betrachtet werden kann.

Wir wollen nun die verschiedenen Theorien der Reflexion an der Oberfläche durchsichtiger Körper mehr im Detail untersuchen.

Bemerken wir zuvörderst, daſs man in diesen Theorien gewöhnlich annimmt, erstens, daſs die Verschiebungen der Aethertheilchen unendlich kleine Gröſsen erster Ordnung seyen und daſs die gegenseitige Wirkung dieser Theilchen nur in sehr kleinen Abständen merklich sey; ferner, daſs man die Dispersion vernachlässigen könne und daſs die wägbare Materie nicht theilnehme an der Bewegung des Aethers. Nehmen wir überdieſs zuvörderst an, daſs es ein

1) Pogg. Ann. 1866, Bd. CXXIX, S. 177; 1867, Bd. CXXXII, S. 321 und 561; 1871, Bd. CXLII, S. 177 und 380.
2) Pogg. Ann. 1860, Bd. CXL, S. 460; 1863, Bd. CXVIII, S. 111.
3) Pogg. Ann. 1861, Bd. CXIV, S. 249.
4) *Phil. Mag.* 1871, (4) *XLII, p.* 95.
5) *Compt. rend.* 1872, *LXXV, p.* 617 und 674. — Pogg. Ann. 1873. CXLVIII, S. 650.

dem Calcül erlaubt sey, den Uebergang des in einem Mittel enthaltenen Aethers zu dem in einem anderen vorhandenen als discontinuirlich zu betrachten.

Das Fundamentalprincip der Green'schen Theorie ist dasjenige, welches man gegenwärtig das Princip der *Erhaltung der Kräfte* nennt. Durch analytische Entwickelungen leitet er daraus sowohl die allgemeinen Bewegungsgleichungen, als die auf die Oberfläche bezüglichen Bedingungen ab, ohne irgend eine Hypothese über die Natur des gegenseitigen Einflusses der verschiedenen Partien des Aethers zu machen. So verfahrend erhält er wirklich für das erste Mittel (dasjenige, woher das Licht kommt) die folgenden Bewegungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \varrho\frac{d^2\xi}{dt^2} &= (L+M)\frac{dv}{dx} + M\left(\frac{d^2\xi}{dx^2}+\frac{d^2\xi}{dy^2}+\frac{d^2\xi}{dz^2}\right)\\ \varrho\frac{d^2\eta}{dt^2} &= (L+M)\frac{dv}{dy} + M\left(\frac{d^2\eta}{dx^2}+\frac{d^2\eta}{dy^2}+\frac{d^2\eta}{dz^2}\right)\\ \varrho\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= (L+M)\frac{dv}{dz} + M\left(\frac{d^2\zeta}{dx^2}+\frac{d^2\zeta}{dy^2}+\frac{d^2\zeta}{dz^2}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad (1).$$

ξ, η, ζ sind die Projectionen der Verschiebung auf die Axen der Coordinaten, ϱ die Dichte des Aethers, L und M seine beiden Elasticitätscoëfficienten und v seine kubische Ausdehnung gegeben durch die Formel:

$$v = \frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Ebenso erhält man die entsprechenden Gleichungen für das zweite Mittel, wenn man ξ, η, ζ, ϱ usw. ersetzt durch ξ', η', ξ', ϱ' usw.

Nehmen wir die Axen der y und der z in der Trennungsebene und die positive Axe der x in dem zweiten Mittel. Die Bedingungsgleichungen in Bezug auf die Ebene, wo man hat $x = 0$, werden dann in dieser Ordnung der Ideen von folgender Form:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \xi', \quad \eta = \eta'; \quad \zeta = \zeta' \\ L\vartheta + 2M\frac{d\xi}{dx} &= L'\vartheta' + 2M'\frac{d\xi'}{dx} \\ M\left(\frac{d\xi}{dy}+\frac{d\eta}{dx}\right) &= M'\left(\frac{d\xi'}{dy}+\frac{d\eta'}{dx}\right) \\ M\left(\frac{d\zeta}{dx}+\frac{d\xi}{dz}\right) &= M'\left(\frac{d\xi'}{dx}+\frac{d\xi'}{dz}\right) \end{aligned}\right\} \quad (3$$

Dieſs ist genau das Resultat, zu welchem man, vo Elasticitätstheorie ausgehend, gelangt [1]). Nehmen wir lich an, daſs der Aether beider Mittel ein wenig defo sey durch die Wirkung der äuſseren Kräfte, deren Co nenten für die Einheit der Masse durch X, Y, Z vorge werden; bezeichnen mit N_1, N_2, N_3 die normalen Ela tätskräfte und mit T_1, T_2, T_3 die tangentiellen, so l sich die Gleichgewichtsgleichungen des Aethers im e Mittel so schreiben [2]):

$$\left.\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx}+\frac{dT_3}{dy}+\frac{dT_2}{dz}+\varrho X &= 0 \\ \frac{dT_3}{dx}+\frac{dN_2}{dy}+\frac{dT_1}{dz}+\varrho Y &= 0 \\ \frac{dT_2}{dx}+\frac{dT_1}{dy}+\frac{dN_3}{dz}+\varrho Z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (4$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= L\vartheta + 2M\frac{d\xi}{dx}, \quad T_1 = M\left(\frac{d\eta}{dz}+\frac{d\zeta}{dy}\right) \\ N_2 &= L\vartheta + 2M\frac{d\eta}{dy}, \quad T_2 = M\left(\frac{d\zeta}{dx}+\frac{d\xi}{dz}\right) \\ N_3 &= L\vartheta + 2M\frac{d\zeta}{dz}, \quad T_3 = M\left(\frac{d\xi}{dy}+\frac{d\eta}{dx}\right) \end{aligned}\right\} \quad (5$$

Analoge Gleichungen erhält man für das zweite M Die Bedingungen für die Oberfläche sind

$$\left.\begin{aligned} &x=0 \\ &\quad \xi = \xi', \quad \eta = \eta', \quad \zeta = \zeta' \\ &x=0 \\ &\quad N_1 = N_1', \; T_3 = T_3', \; T_2 = T_2' \end{aligned}\right\} \quad (6$$

1) Vergleiche V. v. Lang, Wien. Sitzungsber. 1861 XLIV, 2, S.
2) Lamé, *Théor. math. de l'élast. Edit. II*, Paris 1866, *p.* 65.

wo die drei letzten Gleichungen das *Princip der Gleichheit zwischen den Drucken* ausdrücken.

Die Zulässigkeit der Anwendung dieses Princips, wenn es sich um den Aether handelt, ist von Cauchy bestritten worden [1]). In der That setzen wir, um die Ideen zu fixiren, das erste Mittel sey freier Aether und das zweite eingeschlossener Aether in einem Körper. Alsdann würden nach ihm die Drucke, welche ein Element der Trennungsfläche zu erleiden hätte, ausgeübt einerseits von dem freien Aether, anderseits nicht allein vom Aether, sondern auch von der wägbaren Materie und folglich wäre es nicht erlaubt, die von den Aethermassen allein ausgeübten Drucke einander gleich zu setzen. Dieser Einwurf ist indefs nicht von grofsem Belang. In der That hat Hr. Ångström gezeigt [2]), dafs man die sich gegenseitig durchdringenden Mittel nothwendig getrennt behandeln mufs, wenn sie so heterogen sind, wie der Aether und die Theile eines starren Körpers. Ebenso hat Hr. de Saint-Venant darauf hingewiesen [3]), dafs die Behauptung von Cauchy unvereinbar ist mit dem von ihm aufgestellten Princip der Continuität der Bewegung, von welchem wir weiterhin sprechen werden. Man kann sich auch von der Richtigkeit der Gleichungen (6) überzeugen, wenn man erwägt, dafs die ganze Aethermasse, welche der Wirkung der wägbaren Materie eines Körpers unterworfen ist, als diesem selben Köper angehörend betrachtet werden mufs, woraus mit Nothwendigkeit hervorgeht, dafs es nicht richtig ist, sich einen Druck vorzustellen, der durch die wägbaren Molecüle eines Körpers direct auf den in einem anderen enthaltenen Aether ausgeübt würde.

Diefs gesetzt, nehmen wir an, dafs es sich nicht um äufsere Kräfte handelt, sondern dafs der Aether durch die sich darin fortpflanzenden Schwingungsbewegungen erschüttert werde. Um die Bewegungsgleichungen zu erhalten,

1) *Compt. rend.* (1849) *XXVIII, p.* 27 *et* 60.
2) *Nov. Act. Soc. Upsal.* (2) *XIV, p.* 312.
3) *Ann. de chim. et de phys.* (1872) *XXV, p.* 335.

ist es nach dem D'Alembert'schen Princip hinreichend, die X, Y, Z zu ersetzen durch

$$-\frac{d^2\xi}{dt^2},\quad -\frac{d^2\eta}{dt^2},\quad -\frac{d^2\zeta}{dt^2},$$

wodurch man, unter Berücksichtigung der Ausdrücke (2) und (5) zu den Gleichungen (1) gelangt. Die Form der auf die Fläche (6) bezüglichen Bedingungen, welche identisch sind mit den Gleichungen (3), bleibt offenbar dieselbe. Diese Methode läfst auch den wechselseitigen Einfluſs der verschiedenen Theile des Aethers unbestimmt [1]).

Um die Rechnung zu vereinfachen, hat Green die Voraussetzung gemacht, man habe [2])

$$L = L' \text{ und } M = M' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

wobei er sich auf die bei den Gasen vorkommenden Analogien stützt. Wenn man nun die drei ersten der Gleichungen (3) in Bezug auf y oder z differentiirt, was offenbar erlaubt ist, so reducirt man die Bedingungen an der Oberfläche, vermöge der Relationen (7) auf die Form

$$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ \qquad \xi = \xi', \quad \eta = \eta', \quad \zeta = \zeta' \\ x=0 \\ \qquad \frac{d\xi}{dx} = \frac{d\xi'}{dx}, \quad \frac{d\eta}{dy} = \frac{d\eta'}{dy}, \quad \frac{d\zeta}{dz} = \frac{d\zeta'}{dz} \end{array}\right\} \quad (8).$$

Cauchy dagegen betrachtet den Aether als ein Mittel bestehend aus Molecülen, die von Kräften gegenseitiger Anziehung oder Abstoſsung angetrieben werden. Von dieser Hypothese ausgehend, gelangt man zu Bewegungsgleichungen, die identisch werden mit den Gleichungen (1), vorausgesetzt, man ersetze respective

$$\frac{L+M}{\varrho} \text{ und } \frac{M}{\varrho} \text{ durch } 2h \text{ und } g+h$$

und ebenso

$$\frac{L'+M'}{\varrho'} \text{ und } \frac{M'}{\varrho'} \text{ durch } 2h' \text{ und } g'+h'.$$

1) Lamé, *Théorie math. de l'élast. p.* 35.

2) Strutt hat in der bereits angeführten Abhandlung bewiesen, daſs man die Green'schen Formeln erhalten kann, ohne $L = L'$ zu setzen.

Die g und h sind Constanten und gegeben durch Ausdrücke von der Form

$$g = \frac{1}{2.3} \sum m r^2 f(r), \; h = \frac{1}{2.3.5} \sum m r^3 f(r) \quad (9),$$

worin m die Masse irgend eines Aethermolecüls, r sein Abstand von dem Molekül, dessen Bewegung man betrachtet und $rf(r)$ das Gesetz der zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte [1]).

Um die Bedingungen an der Oberfläche zu erhalten, stellt Cauchy sein Princip der *Continuität der Bewegung* auf mittelst einer analytischen Methode, deren Genauigkeit nicht leicht zu bestreiten ist [2]) und die, wie Hr. v. Ettingshausen gezeigt hat [3]), auf die der Variation arbiträrer Constanten zurückkommt. Nach diesem Princip werden die für die Oberfläche gültigen Bedingungen genau die Gleichungen (8), woraus die Zulässigkeit der durch die Relationen (7) aus gedruckten Supposition von Green hervorgeht. Damit nun die Cauchy'schen Gleichungen in Einklang kommen mit den aus der Elasticitätstheorie und dem Princip der Gleichheit der Drucke abgeleiteten Relationen, deren Richtigkeit wir erwiesen haben, müssen g und h, vermöge der Relationen (7) die Ausdrücke

$$\frac{g}{g'} = \frac{h}{h'} = \frac{\varrho'}{\varrho} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

verificiren.

Bewerkenswerth ist, dafs man zu der ersten der Gleichungen (10) gelangt, selbst wenn man, wie es Cauchy gethan, das Princip der Gleichheit der Drucke bei Seite läfst, sobald man nur die sehr oft angenommene Voraussetzung macht, dafs das Gesetz der Wirkung zwischen zwei Aethermolecülen dasselbe sey in allen Mitteln und ausgedrückt werde durch die Gleichung:

$$rf(r) = \frac{c}{r^4},$$

1) Cauchy, *Compt. rend.* 1839, *VIII*, *p.* 985. — Biot, *Théorie math. de la Lum.* Paris, 1864 *p.* 43.

2) *Compt. rend.* 1889, *VIII*, *p.* 374, 432 *et* 459; 1840, *X*, *p.* 347.

3) Pogg. Ann. 1840, Bd. L, S. 409.

wo die Constante c positiv oder negativ ist, je nachdem die Kraft anziehend oder abstofsend wirkt. Da nämlich alsdann die Constanten g und k die Werthe haben:

$$g = \frac{1}{2.3} \sum \frac{mc}{r^{n-1}}, \quad k = -\frac{n+1}{2.3.5} \sum \frac{mc}{r^{n-1}},$$

so hat man:

$$k = -\frac{n+1}{5} g \text{ und ebenso } k' = -\frac{n+1}{5} g' \qquad (11)$$

woraus

$$\frac{g}{g'} = \frac{k}{k'}.$$

Den Bewegungsgleichungen (1) kann man genügen durch die einfachen Integrale

$$\xi = Ae^{ux+vy+wz-st}$$
$$\eta = Be^{ux+vy+wz-st}$$
$$\zeta = Ce^{ux+vy+wz-st}$$

wenn A, B, C, u, v, w, s Constanten sind, welche die Relationen

$$(\varrho s^2 - Mk^2)A - (L+M)u(uA+vB+wC) = 0,$$
$$(\varrho s^2 - Mk^2)B - (L+M)v(uA+vB+wC) = 0,$$
$$(\varrho s^2 - Mk^2)C - (L+M)w(uA+vB+wC) = 0,$$

verificiren müssen, woraus man hat

$$k^2 = u^2 + v^2 + w^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Diese Gleichungen können auf folgende zwei Weisen verificirt werden: man mufs haben:

$$\varrho s^2 = Mk^2, \; uA + vB + wC = 0 \quad . \quad (13)$$

oder vielmehr

$$\varrho s^2 = (L+2M)k^2, \quad \frac{A}{u} = \frac{B}{v} = \frac{C}{w} \quad . \quad . \quad (14).$$

Die erste Methode giebt die transversalen Schwingungen, die zweite die longitudinalen. Für das zweite Mittel erhalten wir analoge Gleichungen.

Versetzt man ξ, η, ζ in die auf die Oberfläche bezüglichen Gleichungen (8), die man schreiben

$$\left.\begin{array}{l} =0 \\ \Sigma\xi = \Sigma\xi', \quad \Sigma\eta = \Sigma\eta', \quad \Sigma\zeta = \Sigma\zeta' \\ =0 \\ \Sigma\frac{d\xi}{dx} = \Sigma\frac{d\xi'}{dx}, \quad \Sigma\frac{d\eta}{dx} = \Sigma\frac{d\eta'}{dx}, \quad \Sigma\frac{d\zeta}{dx} = \Sigma\frac{d\zeta'}{dx} \end{array}\right\} \quad (15),$$

werden diese Relationen alle von der Form

$$\Sigma P e^{vy+wz-st} = 0,$$

die P Constanten sind. Beachtet man, daſs diese eichungen durch jegliche Werthe von y, z, t verificirt n müssen, so findet man leicht durch successive Diffe- ıtiationen in Bezug auf diese Variablen, daſs v, w, s die- ben Werthe haben in allen Gliedern.

Gesetzt nun, die Ebene xoy sey winkelrecht zur ein- enden ebenen Welle; nennt man α den Einfallswinkel, lie Wellenlänge, τ die Dauer der Schwingung, so nen die Projectionen der einfallenden Schwingung auf Coordinataxen vorgestellt werden durch Ausdrücke von Form

$$P\cos 2\varpi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{\lambda} - \frac{t}{\tau} + \frac{\varpi}{2\pi}\right),$$

$$P\cos(ux + vy - st) + \varpi.$$

nd ϖ sind reelle Constanten; folglich sind diese Pro- ionen die reellen Theile der Ausdrücke

$$\left.\begin{array}{l} \xi = Ae^{i(ux+vy-st)} \\ \eta = Be^{i(ux+vy-st)} \\ \zeta = Ce^{i(ux+vy-st)} \end{array}\right\} \quad (16),$$

in A, B, C complexe Constanten sind. Erwägt man, der Coëfficient von x in den Ausdrücken für die wingung des reflectirten Strahls negativ seyn muſs, weil er Strahl sich bei seiner Fortpflanzung von der Tren- gsfläche entfernt, so erhält man ebenso für diese trans- ale Schwingung

$$\left.\begin{aligned}\xi_i &= A_i e^{i(-u_i x + vy - st)}\\ \eta_i &= B_i e^{i(-u_i x + vy - st)}\\ \zeta_i &= C_i e^{i(-u_i x + vy - st)}\end{aligned}\right\} \quad (\text{(}$$

und für die transversale Schwingung des gebrochenen S

$$\left.\begin{aligned}\xi' &= A' e^{i(u' x + vy - st)}\\ \eta' &= B' e^{i(u' x + vy - st)}\\ \zeta' &= C' e^{i(u' x + vy - st)}\end{aligned}\right\} \quad (1$$

Substituirt man diese Werthe in den Gleichunge und erwägt, dafs man auch den Bedingungen (13) un genügen mufs, so findet man leicht, dafs mehr Gleich als Unbekannte da sind. Es ist dieser Umstand, w sowohl Green als Cauchy zu der Annahme gen hat, dafs Lichtschwingungen zwei Wellen von long nalen Schwingungen an der Trennungsfläche erzeuge denen die eine sich in dem ersten Mittel und die a in dem zweiten fortpflanzt. Setzen wir für die long nale Schwingung des ersten Mittels

$$\xi_{ii} = A_{ii} e^{i(-u_{ii} x + vy - st)};\quad \eta_{ii} = B_{ii} e^{i(-u_{ii} x + vy - st}$$
$$\zeta_{ii} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad ($$

und für die des zweiten

$$\xi'' = A'' e^{i(u'' x + vy - st)};\quad \eta'' = B'' e^{i(u'' x + vy - st)};$$
$$\zeta'' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

Uebertragen wir alle diese Werthe (16) ... (20) Gleichung (15) und erwägen, dafs man vermöge der mel (12) $u_i = u$ hat, so erhalten wir folgende Gleichu

$$\left.\begin{aligned}A + A_i + A_{ii} &= A' + A''\\ (A - A_i)u - A_{ii} u_{ii} &= A' u + A'' u''\\ B + B_i + B_{ii} &= B' + B''\\ (B - B_i)u - B_{ii} u_{ii} &= B' u' + B'' u''\\ C + C_i = C',\quad (C - C_i)u &= C' u':\end{aligned}\right\} \quad (2$$

denen man folgende Relationen hinzufügt:

$$\left.\begin{aligned} A\,u + B\,v &= 0 \\ -A_{,}u + B_{,}v &= 0 \end{aligned}\right\},\quad s^2 = \varpi^2 k^2,\quad k^2 = u^2 + v^2 \quad (22),$$

$$-\frac{A_{,,}}{u_{,,}} = \frac{B_{,,}}{v},\quad s^2 = \varpi_{,,}{}^2 k_{,,}{}^2;\quad k_{,,}{}^2 = u_{,,}{}^2 + v^2 \quad (23),$$

$$A'u' + B'v = 0,\quad s^2 = \varpi'^2 k'^2;\quad k'^2 = u'^2 + v^2 \quad (24),$$

$$\frac{A''}{u''} = \frac{B''}{v},\ s^2 = \varpi''^2 k''^2;\quad k''^2 + u''^2 + v^2 \quad (25),$$

$$s = \frac{2\pi}{\tau},\quad k = \frac{2\pi}{\lambda},\quad k' = \frac{2\pi}{\lambda'} \quad . \quad . \quad (26),$$

$$u = k\cos\alpha;\quad u' = k'\cos\alpha';\quad v = k\sin\alpha = k'\sin\alpha' \quad (27),$$

$$\left.\begin{aligned} u_{,,} &= k\sqrt{\frac{\varpi^2}{\varpi_{,,}{}^2} - \sin^2\alpha} \\ u'' &= k\sqrt{\frac{\varpi^2}{\varpi''^2} - \sin^2\alpha} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (28).$$

Aus den Gleichungen (26) und (27) zieht man:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = \frac{k'}{k} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \mu = \text{Brechungsindex.}$$

Die Grösen ϖ sind die respectiven Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, denn man hat z. B.

$$\varpi = \frac{s}{k} = \frac{\lambda}{\tau}.$$

Sie sind gegeben durch die Relationen:

$$\varpi^2 = \frac{M}{\varrho};\quad \varpi'^2 = \frac{M}{\varrho'};\quad \varpi_{,,}{}^2 = \frac{L+2M}{\varrho};\quad \varpi''^2 = \frac{L+2M}{\varrho'} \quad (29),$$

woraus

$$\frac{\varpi}{\varpi'} = \frac{\varpi_{,,}}{\varpi''} = \frac{k'}{k} = \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Anderseits geben die Cauchy'schen Formeln

$$\varpi^2 = g + h;\quad \varpi'^2 = g' + h';\quad \varpi_{,,}{}^2 = g + 3h;$$
$$\varpi''^2 = g' + 3h' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31),$$

woraus man ebenso die Gleichung (30) zieht, wenn man die Relation beachtet:

$$\frac{g}{g'} = \frac{h}{h'}.$$

Aus den Gleichungen (21) . . . (25) ergeben sich die Werthe der Unbekannten:

$$C_{,} = C\,\frac{u - u_{,}}{u + u_{,}} = -\,C\,\frac{\sin(\alpha - \alpha')}{\sin(\alpha + \alpha')} \quad . \quad . \quad (32),$$

$$B_{,} = B\,\frac{u - u'}{u + u'} \times \frac{(u\,u' - v^2)(u_{,,}\,u'' + v^2) + v^2(u + u')(u_{,,} - u'')}{(u\,u' + v^2)(u_{,,}\,u'' + v^2) + v^2(u - u')(u_{,,} - u'')} \quad (33)$$

und gleichermafsen die Werthe von $A_{,}$, A', B', C' usw.

Gesetzt, die Schwingung des einfallenden, im Azimuth ϑ polarisirten Strahls sey vorgestellt durch

$$s = E\cos(u\,x + v\,y - s\,t),$$

so kann man diese Schwingung in zwei zerlegen, die eine winkelrecht zur Einfallsebene, die andere in dieser Ebene. Die Amplitude der ersteren wird also seyn:

$$E\cos\vartheta = C,$$

die der zweiten

$$E\sin\vartheta = \frac{B}{\cos\alpha}.$$

Wenn nun die in die Gleichung (33) eintretenden Gröfsen reelle wären, würden die entsprechenden Amplituden der Schwingung des reflectirten Strahles respective seyn:

$$C_{,} \text{ und } \frac{B_{,}}{\cos\alpha}$$

und ihre Gleichungen:

$$\zeta_{,} = C_{,}\cos(-u\,x + v\,y - s\,t)$$

$$\varphi_{,} = \frac{B_{,}}{\cos\alpha}\cos(-u\,x + v\,y - s\,t),$$

folglich würde es keine Phasendifferenz geben. Allein da dieses Resultat in Widerspruch mit der Erfahrung steht, so mufs man zu den Ausdrücken für die Componenten der longitudinalen Schwingungen zurückkehren, um darin die nothwendigen Veränderungen einzuführen, d. h. um darin die reellen Gröfsen $u_{,,}$ und u'' durch complexe Gröfsen zu ersetzen. Nun geht unmittelbar aus der Form der Gleichungen (23^c) und (25^c) hervor, dafs der reelle Theil dieser Gröfsen sich auf Null reducirt. Man wird demnach statt der Ausdrücke (19) und (20) die Formeln haben

$$\xi_{,,} = A_{,,}e^{U_{,,}x + i(vy + st)};\quad \eta_{,,} = B_{,,}e^{U_{,,}x + i(vy - st)};$$

$$\zeta_{,,} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34),$$

$$\xi'' = A'' e^{-U''x + i(vy - st)};\quad \eta'' = B'' e^{-U''x + i(vy - st)};$$

$$\zeta'' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35),$$

enen hinzukommen die Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{A''}{-U_{,,}i} &= \frac{B_{,,}}{v};\quad \frac{A''}{U''i} = \frac{B''}{v} \\ k^2 = -U^2 + v^2;\quad k''^2 &= -U''^2 + v^2 \end{aligned}\right\} \quad (36),$$

'orin $U_{,,}$ und U'' zwei reelle Gröfsen sind, gegeben durch ie Formeln

$$U_{,,} = k\sqrt{\sin^2\alpha - \frac{w^2}{w_{,,}^2}};\quad U'' = k\sqrt{\sin^2\alpha - \frac{w^2}{w''^2}}.$$

Diese neuen Ausdrücke für die longitudinalen Schwingungen müssen in die auf die Oberfläche bezüglichen Beingungen eingeführt werden, um daraus die neuen Werthe er Unbekannten herzuleiten. Allein man kann offenbar iese selben Werthe auf eine einfachere Weise herleiten, 'enn man in den schon erhaltenen Ausdrücken für die Jnbekannten $u_{,,}$ und u'' durch $U_{,,}i$ und $U''i$ ersetzt. Wenn ıan demnach zur Abkürzung setzt

$$\varkappa = \frac{v}{v^2}\frac{(U_{,,} - U'')}{- U''U_{,,}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37),$$

'ird man haben

$$B_{,} = B\frac{u - u'}{u + u'} \cdot \frac{(uu' - v^2) + i\varkappa v(u + u')}{(uu' + v^2) + i\varkappa v(u - u')} \quad . \quad . \quad (38)$$

ıd ebenso die Werthe von $A_{,}$, A', B', usw.

Setzt man

$$\left.\begin{aligned} \text{tang}\,\delta_1 &= \varkappa\,\text{tang}\,(\alpha + \alpha') \\ \text{tang}\,\delta_2 &= \varkappa\,\text{tang}\,(\alpha - \alpha') \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (39)$$

nd zur Abkürzung

$$\delta = \delta_1 + \delta_2,$$

o wird die Formel (33):

$$B_{,} = -B\frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1} \cdot e^{\delta i}$$

nd folglich hat die reflectirte Schwingung zu Compoenten die reellen Theile der Formeln

$$\zeta_1 = -E\cos\vartheta\,\frac{\sin(\alpha-\alpha')}{\sin(\alpha+\alpha')}\,e^{i(-ux+vy-st)},$$

$$\varphi_1 = -E\cos\vartheta\,\frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}\,.\,e^{i(-ux-vy+st)},$$

das heifst

$$\zeta_1 = -E\cos\vartheta\,\frac{\sin(\alpha-\alpha')}{\sin(\alpha+\alpha')}\cos(-ux+vy-st) \quad (40),$$

$$\varphi_1 = -E\sin\vartheta\,\frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}\cos(-ux+vy-st+\delta)^{1}) \quad (41).$$

Die Phasendifferenz ist also δ, und um das Verhältnifs m der Amplituden der Componenten zu bestimmen, hat man

$$m = \operatorname{tang}\vartheta_1 = \operatorname{tang}\vartheta\,\frac{\sin(\alpha+\alpha')}{\sin(\alpha-\alpha')}\,.\,\frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}\,. \quad (42).$$

Man wird bemerken, dafs die Formel (37) sich schreiben läfst

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{v(U_{ii}^2 - U''^2)}{(v^2 - U_{ii}^2)U'' + (v^2 - U''^2)U_{ii}} \\ &= \frac{\sin\alpha\left(\frac{w^2}{w''^2} - \frac{w^2}{w_{ii}^2}\right)}{\frac{w^2}{w_{ii}^2}\sqrt{\sin^2\alpha - \frac{w^2}{w''^2}} + \frac{w^2}{w''^2}\sqrt{\sin\alpha^2 - \frac{w^2}{w_{ii}^2}}} \end{aligned}\right\} (43).$$

Bis soweit sind die hergeleiteten Formeln dieselben in den verschiedenen Theorien; allein sie differiren in Betreff der Annahmen, die in Bezug auf die Gröfsen ϖ''^2 und ϖ_{ii}^2 zu machen sind. Die Extinctionscoëfficienten U_{ii} und U'' müssen nämlich für alle Werthe von α reell werden, mit Ausnahme vielleicht der sehr kleinen Werthe und diefs kann auf zweierlei Weisen geschehen; man kann nämlich die Gröfsen ϖ_{ii}^2 und ϖ''^2 entweder negativ oder positiv nehmen und sehr grofs.

1) ϖ_{ii}^2 und $\varpi''^2 < 0$.

Diefs ist die Annahme von Cauchy. Setzt man

$$\frac{w^2}{w_{ii}^2} = -q_{ii}^2 \text{ und } \frac{w^2}{w''^2} = -q''^2,$$

1) Eisenlohr, Pogg. Ann. CIV, S. 355. — Briot, *Journ. de Liouville* (2) *XI*, *p.* 321.

so hat man

$$U_u = k\sqrt{q_u^2 + \sin^2\alpha}; \quad U'' = k\sqrt{q''^2 - \sin^2\alpha},$$

woraus man sieht, dafs kq_u und kq'' die Extinctionscoëfficienten der longitudinalen Schwingungen unter normaler Incidenz sind. Die Formel (43) läfst sich schreiben:

$$\varkappa = \sin\alpha\left(\frac{1}{q_u} - \frac{1}{q''}\right)\frac{q_u + q''}{q_u\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{q''^2}} + q''\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{q_u^2}}}.$$

Wenn q_u und q'' sehr grofs sind, und man setzt

$$\frac{1}{q_u} - \frac{1}{q''} = \varepsilon = \text{dem Ellipticitätscoëfficienten (Jamin)},$$

so hat man ohne merklichen Fehler

$$\varkappa = \varepsilon \sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44).$$

Sind drei Mittel M, M_1, M_2 gegeben, so erhält man den Ellipticitätscoëfficienten bezüglich

$$M \text{ und } M_1 = \frac{1}{q_u} - \frac{1}{q''_1} = \varepsilon_1$$

$$M \text{ und } M_2 = \frac{1}{q_u} - \frac{1}{q''_2} = \varepsilon_2$$

$$M_1 \text{ und } M_2 = \frac{1}{q''_1} - \frac{1}{q''_2} = \varepsilon_2',$$

woraus

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45).$$

Diese Gleichung ist nicht gerechtfertigt worden durch die Versuche des Hrn. Jamin und des Hrn. Quincke.

Vermöge der Gleichung (30) hat man:

$$q'' = \mu q_u$$

und folglich

$$\varepsilon = \frac{1}{q_u}\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46).$$

Die Relation (10) $\frac{g}{g'} = \frac{h}{h'}$ und folglich die Formel (46) erhält man, wie schon bewiesen wurde, nicht bloſs durch Anwendung des Princips von der Gleichheit zwischen den Drucken, dessen Rechtmäfsigkeit wir schon nachgewiesen haben, sondern auch bei Vernachlässigung dieses Princips, sobald man nur annimmt, dafs die zwischen zwei Aether-

molekülen ausgeübte Kraft variire umgekehrt wie eine g wisse Potenz des Abstandes und diese Potenz dieselbe se in allen Mitteln. Allein es ist leicht zu ersehen, dafs di Formel (46) nicht mit durch die Erfahrung festgestellte Thatsachen harmonirt. Da z. B. q_{μ} immer positiv ist, s kann nach dieser Formel der Ellipticitätscoëfficient kein negativen Werthe haben für Werthe von μ, die gröfser al die Einheit sind.

Die eigenthümliche Art von longitudinalen Schwingun gen, welche Cauchy's Annahme in Bezug auf ϖ_{μ}^{2} un ϖ''^{2} mit sich führt, ist eine wahrhafte Absorption, durch welche ein Theil der Wellenbewegung in Oscillationen de Aethermoleküle verwandelt wird, so dafs der in den durch sichtigen Körpern enthaltene Aether, obwohl in Bezug au die transversalen Schwingungen, ein vollkommen elastische Mittel, doch in Bezug auf die longitudinalen Schwingunge ein unvollkommen elastisches ist. Gegen diese Annahm hat Hr. Lorenz den Einwurf gemacht, dafs man durch eine derartige Einführung von Absorptionscoëfficienten fast jedes beliebige Resultat erlangen könne. Ueberdiefs hat Hr. Strutt gezeigt, dafs es bei einer Theorie von unvollkommener Elasticität unmöglich sey, Differentialgleichungen zu erhalten, welche Longitudinalschwingungen von actueller Form geben. Aus allen diesen Gründen mufs man schliefsen, dafs man ϖ_{μ}^{2} und ϖ''^{2} nicht als negative Gröfsen betrachten dürfe.

Schreiten wir nun zu der Voraussetzung

2) ϖ_{μ}^{2} und $\varpi''^{2} > 0$ und sehr grofse Gröfsen.

Setzt man Kürze halber

$$\frac{\varpi^{2}}{\varpi_{\mu}^{2}\sin^{2}\alpha} = \nu_{\mu}^{2}; \quad \frac{\varpi^{2}}{\varpi''^{2}\sin^{2}\alpha} = \nu''^{2},$$

so erhält man mit Rücksicht auf Gleichung (30)

$$\nu''^{2} = \mu^{2}\nu_{\mu}^{2}$$

und folglich hat man im gegenwärtigen Fall:

$$\varkappa = \frac{\mu^{2}-1}{\mu^{2}\sqrt{1-\nu_{\mu}^{2}}+\sqrt{1-\mu^{2}\nu_{\mu}^{2}}} \quad . \quad (47).$$

Wenn man, wie es Green gethan, annimmt, daſs $\varpi_{,,}^{\,2}$ und ϖ''^2 fast unendlich groſse Gröſsen gegen ϖ^2 und ϖ'^2 seyen und man folglich habe

$$\nu_{,,}^{\,2} = \nu''^2 = 0,$$

so erhält man

$$\varkappa = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48).$$

Die hier erörterte Voraussetzung unterliegt nicht denselben Einwürfen, wie die von Cauchy. Denn die Annahme, daſs $\varpi_{,,}^{\,2}$ und ϖ''^2 positive Gröſsen seyen, führt nicht zur Absorption und folglich wird der Aether als ein vollkommen elastisches Mittel betrachtet, sowohl für longitudinale, als für transversale Schwingungen. Nach Green hat man überdieſs für die Schwingungen der letzteren Art die kubische Ausdehnung $v = 0$ [1]). Denn die Formel (2) giebt z. B.

$$v = \frac{d\xi_{,,}}{dx} + \frac{d\eta_{,,}}{dy},$$

woraus sich vermöge der Relationen (23_b), (34) und (36) ergiebt

$$v = \frac{iB_{,,}}{\nu} \cdot k_{,,}^{\,2} = \frac{iB_{,,}}{\nu} \cdot \frac{s^2}{\varpi_{,,}^{\,2}}$$

ein Ausdruck, der sich offenbar auf Null reducirt, wenn man annimmt, $\varpi_{,,}^{\,2}$ sey eine unendlich groſse Gröſse. Auf diese Weise werden diese Schwingungen bis zu einem gewissen Grade vergleichbar denen, die sich bei der totalen Reflexion in das zweite Mittel fortpflanzen und deren Daseyn von verschiedenen Experimentatoren nachgewiesen ist. Indeſs, wie wir schon bemerklich machten, wird die Formel (48) nicht von der Erfahrung bestätigt, da die berechneten Werthe von $\varkappa$ immer gröſser sind, als die aus den Beobachtungen abgeleiteten. Diese Bemerkung hat noch mehr Gewicht für die Formel (47), denn, wie Eisenlohr gezeigt hat [2]), ist der von ihr gelieferte Werth von $\varkappa$ immer gröſser als der, welchen die Formel (48) giebt.

1) Strutt, *Phil. Mag.* (4) *XLII*, *p.* 89.
2) Pogg. Ann. Bd. CIV, S. 359.

Nimmt man an, die zwischen zwei Aethermolekülen wirkende Kraft variire umgekehrt wie die n^{te} Potenz des Abstandes, so erhält man aus den Formeln (31)

$$\varpi^2 = \frac{4-n}{5} g; \quad \omega_{''}{}^2 = \frac{2-3n}{5} g .$$

Da die Gröfse ϖ^2 immer endlich ist, so mufs man folglich, damit $\varpi_{''}{}^2$ von unendlicher Gröfse sey, haben

$$g = \infty; \quad n = 4.$$

Aus der vorhin gegebenen Auseinandersetzung der verschiedenen Theorien ersieht man also deutlich, was für eine Hypothese übrigens in Bezug auf die Gröfsen ϖ und ϖ''^2 angenommen werden mag, dafs es unmöglich ist theoretische Formeln aufzustellen, welche in absoluter Weise von der Erfahrung bestätigt werden, sobald man voraussetzt, der Uebergang des in einem Mittel vorhandenen Aethers zu dem in einem anderen befindlichen könne als discontinuirlich betrachtet werden. Man mufs also diese Voraussetzung verwerfen und folglich annehmen, dafs die Uebergangschicht eine merkliche Dicke habe.

Hr. Lorenz hat zuerst eine Theorie gegeben [1]), die da zeigt, wie der Einfluſs dieser Dicke betrachtet werden mufs, obwohl seine Formeln für diesen Fall nicht vollkommen entwickelt sind, da sein Hauptzweck der war, die Richtung der Schwingungen des polarisirten Lichts zu bestimmen.

Hr. Strutt hat eine sehr einfache Abänderung der Green'schen Formeln vorgeschlagen [2]), um sie den Resultaten der Erfahrung anzupassen. Er nimmt nämlich an, dafs die intermediäre Schicht, in welcher die totale Veränderung der Dichte des Aethers vor sich geht, so dünn sey, dafs es erlaubt sey, den Einfluſs derselben auf die transversalen Schwingungen, die sie sehr rasch durchlaufen, zu vernachlässigen. Allein dieſs gilt nicht von den longitudinalen Schwingungen, welche sich hauptsächlich in dieser selben Schicht von veränderlicher Dichte fortpflanzen

1) Pogg. Ann. 1861, Bd. CXIV, S. 238.
2) *Phil. Mag.* (4) *XLII, p.* 96.

Bezeichnet man demnach die Dichtigkeiten, welche sich auf diese letzteren Schwingungen beziehen, für das erste Mittel mit ϱ_0 und für das zweite Mittel mit ϱ'_0, so müssen diese Grösen im Allgemeinen um die Dichtigkeiten ϱ und ϱ' differiren. Man hat also statt der Gleichungen (29)

$$\varpi^2 = \frac{M}{\varrho};\ \varpi'^2 = \frac{M}{\varrho'};\ \varpi_{,,}^2 = \frac{L+2M}{\varrho_0};\ \varpi''^2 = \frac{L+2M}{\varrho_0'},$$

woraus

$$\frac{\varpi^2}{\varpi'^2} = \frac{\varrho'}{\varrho} = \mu^2 \text{ und } \frac{\varpi_{,,}^2}{\varpi''^2} = \frac{\varrho'_0}{\varrho_0} = \mu^2{}_0.$$

Vermöge dieser letzten Gleichung hat man wie oben (S. 194)

$$\nu''^2 = \mu^2{}_0 \nu_{,,}^2$$

und demgemäfs zur Bestimmung von $\varkappa$ die Relation

$$\varkappa = \frac{\mu^2{}_0 - 1}{\mu^2{}_0 \sqrt{1-\nu_{,,}^2} + \sqrt{1-\mu^2{}_0 \nu_{,,}^2}},$$

welche sich reducirt auf

$$\varkappa = \frac{\mu^2{}_0 - 1}{\mu^2{}_0 + 1} \quad \ldots\ldots \quad (49),$$

wenn man annimmt, dafs $\varpi_{,,}^2$ und ϖ''^2 fast unendliche Grösen seyen; μ_0 und folglich $\varkappa$ sind unbekannte Grösen, die man durch Beobachtungen an m und δ bestimmen kann [1]).

Man mufs gestehen, dafs diese Betrachtungsweise viel Wahrscheinliches hat. Die Green'sche Methode zur Behandlung der Frage über die longitudinalen Schwingungen

1) Im *Phil. Mag.* 1845 (3) *XXVI, p.* 287 (Note) und *p.* 93 giebt Herr O'Brien Formeln, die im Grunde identisch sind mit denen des Hrn. Strutt, obwohl von anderer Form. Nach seinen Ansichten ist nämlich der Brechungsindex für die longitudinalen Schwingungen nicht gleich dem für die transversalen. Wegen der Demonstration seiner Formeln verweise ich auf eine Abhandlung in den *Cambridge Phil. Trans. Vol. VIII.* Unglücklicherweise habe ich mir diese Abhandlung nicht verschaffen können, so dafs ich die darin ausgesprochenen Ideen nicht vollständig kenne. Es ist indefs wahrscheinlich, dafs O'Brien, indem er wie Green bei den longitudinalen Schwingungen verfuhr, seine Bedingungen an der Oberfläche nach der Cauchy'schen Methode aufgestellt, d. h. das Princip der Gleichheit zwischen den Drucken durch das von der Continuität der Bewegung ersetzt hat.

giebt zu keinem Einwurf Anlafs. Auch wird man auf diesem Wege nicht zu einer der falschen Formel (45) analogen Relation geführt, weil die Gröfse ϱ_0 des einen Mittels abhängen mufs von der Dichte des anderen. Man wird überdiefs bemerken, dafs wenn man, nach diesen Ansichten, $\varrho < \varrho'$ hat, zu setzen ist:

$$\varrho < \varrho_0 \text{ und } \varrho' > \varrho'_0$$

woraus

$$\frac{\varrho'}{\varrho} > \frac{\varrho'_0}{\varrho_0}$$

d. h.

$$\mu > \mu_0 \text{ wenn } \mu > 1$$

und ebenso findet man

$$\mu < \mu_0, \text{ wenn } \mu < 1.$$

Diese Ungleichheiten stehen offenbar in Einklang mit erwiesenen Thatsachen. Gleichfalls sieht man ohne Mühe, wenn man von diesem Gesichtspunkt ausgeht, dafs μ_0 im Allgemeinen mit μ wachsen mufs, wie es die Erfahrung ergiebt. Endlich haben Hr. Haughton [2]) und Herr Kurz [3]) gezeigt, dafs die Werthe von m und δ, welche man aus den Formeln (39) und (42) berechnet, wenn man $\varkappa$ als eine constante Gröfse betrachtet, die beobachteten Werthe eben so gut, wenn nicht besser, ausdrücken, als diejenigen, welche man erhält, wenn man $\varkappa$ durch $\varepsilon \sin\alpha$ ersetzt. Auch Hr. Jamin scheint dieser Ansicht zu seyn [3]).

Es giebt indefs eine, von Hrn. Jamin nachgewiesene Thatsache, deren Erklärung sich nicht unmittelbar ergiebt. Hat man nämlich $\mu > 1$ d. h. $\varrho' > \varrho$, so wäre zu erwarten, dafs man auch hätte $\varrho'_0 > \varrho_0$ oder $\mu_0 > 1$ und folglich $\varkappa$ immer positiv. Es giebt indefs, wie bekannt, Flüssigkeiten, für welche meistens diese Gröfse negativ ist.

Hr. Strutt neigt zu der Meinung, dieses Phänomen müsse der Wirkung der von den Körpern an ihrer Oberfläche condensirten Luftschicht zugeschrieben werden. Klar

1) *Phil. Mag.* 1853 (4) *VI, p.* 81.
2) Pogg. Ann. 1859, Bd. CVIII, 588.
3) *Ann. de chim. et de phys.* 1860. (3) *LIX, p.* 424.

ist nämlich, daſs diese Schicht so dicht werden könnte, daſs ihr Brechungsindex gröſser würde, als der des reflectirenden Körpers, was sich durch die Formel (49) erklären lieſse. Fragt man indeſs, wie groſs in diesem Fall die Dichte der Luftschicht seyn würde und wendete man, um sie zu berechnen, die bekannte Formel an:

$$\frac{\mu - 1}{\varrho} = \frac{1{,}000294 - 1}{0{,}00129},$$

so findet man, indem man ihren Index = 1,5 setzt, die Dichte 2,2 Mal gröſser als die des Wassers. Obgleich die Zulässigkeit dieser Formel nicht erwiesen ist für Condensationen, die mit der in Rede stehenden vergleichbar wären, so genügt es doch, wie mir scheint, um zu zeigen, daſs die Wirkung der Luft höchstens nur eine accessorische seyn kann.

Mit mehr Grund könnte man vermuthen, daſs dieses Phänomen einigermaſsen verknüpft sey mit der Oberflächenspannung der Körper, die für die Flüssigkeiten hinreichend erwiesen ist und deren Daseyn selbst bei starren Körpern durch die Versuche des Hrn. Quincke wahrscheinlich gemacht ist [1]). Es ist nämlich klar, daſs der Ellipticitätscoëfficient negativ werden könnte, wenn diese Spannung von einer Verdichtung der oberflächlichen Schicht des reflectirenden Körpers begleitet wäre. Unglücklicherweise wird jetzt ziemlich allgemein angenommen, daſs die Dichte dieser Schicht geringer sey als die des Inneren; allein es ist zu bemerken, daſs diese, von Poisson herstammende Voraussetzung nicht experimentell erwiesen ist, wenigstens ist ein Physiker, Hr. Hagen, entgegengesetzter Meinung [2]). Jedenfalls wird es nützlich seyn, die folgenden Thatsachen zu beachten.

Die Substanzen, welche bisher in Bezug auf die beiden Phänomene der Polarisation durch Reflexion und der Capillarität untersucht wurden, sind: Wasser, Aether, Jodwasserstoff, Benzoë-Aether, Terpentinöl, Amylen und

1) Pogg. Ann. 1868, Bd. CXXXIV, S. 356.
2) Pogg. Ann. 1846, Bd. LXVII, S. 1.

einige andere Flüssigkeiten. Der Capillaritätscoëfficient, von Wilhelmy[1]) und von Hrn. Quincke[2]), α genannt, und die nach Hagen die oberflächliche Spannung repräsentirt, hat für Wasser, dessen Ellipticitätscoëfficient negativ ist, den Werth 7,5; während bei den übrigen Substanzen, die in Bezug auf Reflexion sämmtlich positiv sind, der Coëfficient α viel geringere, zwischen 1,8 und 3,7 schwankende Werthe hat.

Aus diesen Bemerkungen geht, wie mir scheint, hervor, dafs die elliptische Polarisation, welche durch die Reflexion an durchsichtigen Körpern erzeugt wird, eine ziemlich verwickelte Erscheinung ist, deren Ursachen noch nicht alle wohl bekannt sind; dafs indefs die von Hrn. Strutt modificirten Green'schen Formeln, obwohl diese Modification noch nicht auf eine vollkommen strenge Weise durchgeführt ist, die Resultate der Versuche auf eine sehr genügende Weise erklären.

(Fortsetzung im nächsten Heft)

II. *Ueber das Medium bei der elektrischen Influenz; von Dr. H. Brongersma.*

Faraday hat bekanntlich eine Theorie der elektrischen Influenz gegeben, bei welcher er der zwischen dem elektrisirten und dem influencirten Leiter befindlichen Substanz nicht nur eine wesentliche Rolle ertheilt, sondern diese sogar wie ein Mittel betrachtet, wodurch die elektrische Influenz sich von Molecül zu Molecül fortpflanzt. Diese Theorie hat wenig Anhänger gefunden; man scheint ziemlich allgemein überzeugt zu seyn, dafs sie durch einen experimentellen Versuch des berühmten Physikers Riefs widerlegt sey.

1) Pogg. Ann. 1864, Bd. CXXI, S. 57.
2) Pogg. Ann. 1866, Bd. CXXXIV, S. 10 und 15.

Nachdem ich mich vor langer Zeit mit einem Ver-
ıche über den elektrischen Zustand der nicht leitenden
örper beschäftigt hatte, kam mir Rieſs' Versuch nicht
anz einwurfsfrei vor, so daſs ich mich entschloſs auf's
leue einen experimentellen Versuch anzustellen, dessen
esultate ich wage dem Urtheile der Naturforscher zu
nterwerfen. Ehe ich aber zu dieser Beschreibung über-
ehe, glaube ich eine Uebersicht geben zu müssen von
araday's Theorie und von den Einwendungen, welche
nan wider dieselbe gemacht hat.

I.

Nach Faraday's Theorie ist die Fernwirkung bei
dem Elektrischwerden durch Influenz im Allgemeinen nur
scheinbar; diese Wirkung kommt nur dadurch zu Stande,
daſs das Medium, welches sich zwischen beiden Körpern
efindet, unter dem Einflusse des influencirenden Körpers,
einen polaren Zustand versetzt wird. Die Molecüle,
wohl der nicht leitenden als der leitenden Körper sind
sich vollkommene Leiter der Elektricität (1669, 1670)[1]).
normalen Zustande sind sie nicht polar, in der Nähe
es elektrisirten Körpers werden sie dies auf dieselbe
ise wie ein isolirter Leiter. Dies ist aber ein gezwun-
er Zustand, so daſs sie, wenn die Influenz aufhört,
Naturzustande zurückkehren. Ein elektrisirter Kör-
wirkt also nicht unmittelbar auf einen anderen Körper,
rn auf die angränzenden Molecüle des Mediums, von
er, vorausgesetzt, daſs er versehen sey mit positi-
ektricität, die negative Elektricität anzieht, die posi-
stöſst; diese Molecüle wirken wieder auf dieselbe
auf die folgenden, und so die letzten auf den Kör-
elcher durch Influenz elektrisch wird. Auch durch
ung können die Körper elektrisch werden, so daſs
ktrisität ununterbrochen von dem einen Molecül
andere übergeht. Bei einzelnen Körpern geht

ay, *Experimental Researches.* In der Folge wird bloſs der
irte §. erwähnt.

dieſs leicht, bei andern schwer und gelingt dies erst nach einer kräftigen oder langwierigen Wirkung; erstere sind gute, letztere schlechte Leiter der Elektricität (1675). Die Art, worauf sich die verschiedenen schlecht leitenden Substanzen, gewöhnlich Nichtleiter genannt, bei der Influenz verhalten, ist auch nicht dieselbe. Sowohl Verschiedenheit in der Form der Molecüle, denen wahrscheinlich ein groſser Einfluſs zuerkannt werden muſs, als andere Umstände, machen, daſs diejenigen der einen Substanz den polaren Zustand leichter annehmen als die der andern, wovon die Eigenschaft der Substanz, welche Faraday specifisches Inductionsvermögen (*specific inductive capacity*) nennt, eine Folge ist (1229). Er suchte diese Eigenschaft mittelst seines Differential-Inductometers, eines Apparates, den wir später in geänderter Form beschreiben werden, durch Experimental-Versuche nachzuweisen.

Weiter kann ein elektrisirter Körper bloſs durch eine nicht leitende Substanz hin vertheilend auf einen andern Körper wirken; befindet sich zwischen beiden Körpern ein Leiter, der leitend mit dem Boden verbunden ist, und wird dennoch der zweite Körper durch Influenz geladen, so muſs die vertheilende Wirkung stattfinden nach krummen Linien um den Leiter herum, und diese Linien nennt Faraday Kraftlinien (*lines of force*). Durch Folgendes wollen wir Faraday's Meinung hinsichtlich verschiedener Punkte näher zu beleuchten suchen.

Es sey *A* (Fig. 8 Taf. IV) [1]) ein positiv elektrisirter Körper, *C* ein isolirter Leiter, *B* und *D* Reihen Molecüle einer nichtleitenden Substanz, z. B. Luft. Nun wirkt *A* vertheilend auf das erste Molecül, dieses auf das zweite usw. und das letzte auf das angränzende Molecül von *C*, dieses wieder auf das folgende usw. Aber *C* ist ein Leiter, so daſs die Elektricität hier in einem unermeſslich kleinen Augenblicke von dem einen Molecül auf das andere übergeht, wovon die bekannte Vertheilung der Elektricität auf *C* eine Folge ist. Die positive Elektricität auf der Hinterfläche von *C* kann jetzt wieder vertheilend wirken auf die an-

1) Schon dem Heft V beigegeben. P.

gränzenden Molecüle *D* usw. Verbindet man jetzt *C* leitend mit dem Boden, so wird die positive Elektricität neutralisirt, demzufolge die vertheilende Wirkung von *C* auf die Molecüle aufhört. Stellt man jetzt ein Probescheibchen bei leitender Berührung z. B. irgendwo in *E*, in den elektrischen Schatten von *C*, und sieht nun, nachdem es isolirt weggenommen ist, dafs es negativ elektrisch ist, so kann dies nicht veranlafst seyn durch die Molecüle *D*, welche neutral sind. Dies kann blofs die Folge seyn der vertheilenden Wirkung der Molecüle nach krummen Linien um den Körper herum. Die Molecüle, welche *A* umgeben und welche in allen Richtungen um *A* herum in einen polaren Zustand versetzt sind, und zwar mehr oder weniger abhängig von der Art, der Form und der Entfernung der Körper, welche sich in der Nähe von *A* befinden, werden sich stärker nach *E* richten, je nachdem sich mehr negative Elektricität in *E* befindet. Und dies wird wechselseitig eine Vermehrung der negativen Elektricität in *E* hervorbringen.

Befindet sich in *E* ein nicht isolirter Leiter, versehen mit einem nach *A* gerichteten scharfen Punkte, so wird eine anfangs schwache polare Wirkung diesen Punkt negativ elektrisch machen; jetzt werden sich hieher aufs Neue Reihen polarer Molecüle richten, oder wie Faraday es ausdrückt, die Kraftlinien werden hieher convergiren (1302, 1374), welches eine Vermehrung der Elektricitätsmenge in *E* hervorbringt. Wenn die Ladung in *E* eine gewisse Gränze erreicht hat, so geht von *E* heraus negative Elektricität über auf die angränzenden Luftmolecüle. Wäre solch ein Molecül nun in der unmittelbaren Nähe eines anderen leitenden Körpers, so könnte sie ihre Ladung daran mittheilen; dies kann bei sehr starker Ladung auch noch stattfinden, wenn die folgenden gleichfalls Luftmolecüle sind (1440); es ist möglich, dafs die Elektricität auch dann noch von Molecül zu Molecül übergeht, bis dies endlich bei dem immer Schwächerwerden der Ladung nicht mehr stattfindet. Ein Molecül, welches

auf diese Weise elektrisch wird, wird sich entladen, wen es in Berührung kommt mit einem Leiter oder Nichtleite Bei den Nichtleitern wird es von der Beschaffenheit d Substanz abhängen, ob dies geschieht oder nicht (150 1550, 1551, 1560). Wird ein Gasmolecül in Berührun mit einem elektrisirten Körper nicht so stark geladen, da ein Uebergang der Elektricität auf die folgenden Molecü stattfindet, so wird es sich, durch den Stofs, den bekommt, fortbewegen, bis es einen guten oder schlecl ten Leiter antrifft, wovon dann eine Entladung die Folg seyn kann.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen leitenden un isolirenden Körpern besteht nach Faraday's Meinun nicht. Es sind die am weitesten entfernten Gränzen de selben Zustandes. Die Leitung, sagt er (1611, 1612 scheint eine Wirkung zwischen den sich begränzende Theilen zu seyn; alle Körper leiten die Elektricität, Gas sowohl wie Metalle und ganz auf ähnliche Weise. Jet erhebt sich die Frage: worin besteht denn die Ursach der verschiedenen Art, in der sich die Körper hinsicht lich der Elektricität verhalten. Besteht diese darin, da kein Uebergang der Elektricität von Molecül zu Molec stattfinden kann, bevor die vertheilende Wirkung in de Molecülen, d. h. der polare Zustand bis zu einem g wissen Grade gestiegen ist, der je nach den verschiedene Körpern ungleich ist? Oder ist es wahr, dafs das leitenc Vermögen eine Function der Zeit ist und zwar bei ve schiedenen Körpern eine verschiedene, so dafs auch b nicht stark vertheilender Wirkung Elektricität von Mol cül zu Molecül übergeht, sogar bei Körpern wie Sche lack, Schwefel usw., ebenso wie bei den Metallen, blo mit dem Unterschiede, dafs erstere eine längere Zeit zu Leitung bedürfen als letztere. Der ersteren Annahme nac würde das isolirende Vermögen gröfser seyn, je nachde gröfsere Kraft nöthig ist, um die Entladung zwischen de Molecülen zu erzielen, und diese würde bei verschiedene Substanzen verschieden seyn; zweitens würde das isolirend

Vermögen zunehmen mit der Zeit, welche für das Entstehen gleicher polarer Vertheilung nöthig ist. Die erste Annahme scheint auf die gasförmigen, die zweite auf die festen isolirenden Körper anwendbar zu seyn, indem die Flüssigkeiten sich nicht alle auf ähnliche Weise verhalten. Etliche Flüssigkeiten, wie z. B. Terpentinöl und Steinöl, stimmen in dieser Hinsicht mit den festen Körpern überein; andere zeigen zugleich mit der Leitung der Elektricität chemische Wirkungen.

Nach Riefs [1]) fufst diese Theorie auf den unrichtigen Begriff, dafs von den drei Elektricitätsmengen, welche bei der Wirkung eines elektrisirten Körpers auf einen neutralen Körper auftreten, zwei dieser Quantitäten eine die Wirkung des anderen nach aufsen ganz aufheben würden. Denn ein Körper wird in der Annahme, dafs er mit positiver Elektricität versehen ist, nach Faraday's Theorie blofs vertheilend einwirken auf die angränzenden Molecüle des Mediums, die positive Elektricität der letzten wieder auf die folgenden Molecüle, so dafs die negative Elektricität der ersten Reihe Molecüle und die positive des Körpers dabei ganz unthätig bleiben. Da diefs nun, nach Riefs, mit einem experimentalen Versuche in Widerspruch ist, findet er damit schon allein Gründe genug Faraday's Theorie als nicht zu vertheidigen zu erklären. Diese Behauptung scheint aber weder durch Riefs' Versuche noch durch Versuche Anderer wie Biot [2]), Ohm [3]) und Fechner [4]), welche von Riefs angeführt werden [5]), hinreichend bestätigt zu werden. Wenn aber auch durch Versuche gezeigt wird, dafs drei Elektricitätsmengen, bei der Wirkung eines elektrisirten Körpers auf einen isolirten Leiter auftreten, so beweist diefs noch nichts wider Faraday's Theorie, man kann es

1) Dove's Rep. Bd. VI, S. 129. — Pogg. Ann. Bd. 92, S. 339.
2) *Traité de phys.*
3) Pogg. Ann. Bd. 51, S. 321.
4) Schweigg. Journ. Bd 61, S. 193.
5) Dove's Rep. Bd. II, S. 29. Bd. IV, S. 135.

vielmehr als eine nothwendige Folge dieser Theorie betrachten.

Nehmen wir an, es sey ein isolirter Cylinder in der Nähe einer elektrisirten Metallkugel aufgestellt, so dafs die Axe des Metallcylinders nach dem Mittelpunkte der Kugel gerichtet ist. Stellen wir jetzt an derselben Seite auf etwas gröfserer Entfernung von der Kugel in verschiedenen Lagen zu dieser, einen zweiten Metallcylinder auf, so werden im Allgemeinen auch von der Kugel ausgehende Kraftlinien nach diesem Cylinder convergiren; und allerdings wird dies auch dann noch der Fall seyn, wenn die Axe des Cylinders sich im Verlängerten der Axe des ersten Cylinders befindet; indem zugleich die Seitenwirkung der unter dem Einflusse der ungleichnamigen Influenzelektricität auf den ersten Cylinder polaren Molecüle die Richtung der Kraftlinien ändern wird, so dafs der zweite Cylinder in der That unter dem Einflusse der drei Elektricitätsmengen elektrisch wird. Wir können uns von der Richtung der Kraftlinien in diesem Falle vielleicht einen Begriff machen dadurch, dafs wir drei Magnetstäbe in kleinen Distanzen von einander aufstellen, so dafs die Axen in einander verlängert fallen und die Pole abwechselnd auf einander folgen. Dadurch, dafs man sie mit Eisenfeilicht bestreut, beobachtet man deutlich die Richtung der magnetischen Kraftlinien. Nehmen wir jetzt an, um es mehr der Sprache der Mathematik gemäfs auszudrücken, dafs wir in dem von uns gewählten Beispiel, wobei die Axen der Cylinder in einer geraden Linie liegen, welche durch den Mittelpunkt der Kugel geht, die Niveauflächen construiren können; dafs wir nachher die positive Elektricität der Kugel sowohl als die ungleichnamige Influenzelektricität des ersten Cylinders entfernen können, ohne dafs wir übrigens etwas an der Vertheilung der positiven Elektricität auf jenem Cylinder ändern, um nachher aufs Neue die Niveauflächen zu construiren, so werden diese nicht mit den ersten zusammenfallen. Auch die Kraftlinien im ersten und zweiten Falle fallen also nicht zusammen, so dafs die Elektricität auf der

Kugel, sowohl als die ungleichnamige Influenzelektricität auf dem ersten Cylinder Einfluſs haben müsse auf den elektrischen Zustand des zweiten Cylinders. Aus Faraday's Theorie folgt aber, daſs die drei bei der Wirkung eines elektrisirten Leiters auf einen anderen auftretenden Elektricitätsmengen in der That allen Einfluſs auf die Vertheilung der Elektricität auf einen dritten Leiter ausüben müssen, so daſs Rieſs' Einwand nicht als eine Beschwerde wider diese Theorie gelten kann. Man hat noch einen anderen Einwand wider Faraday's Theorie erhoben. In Uebereinstimmung mit einem bekannten Ausspruch von Newton kennt man das wider den Begriff einer Wirkung in die Ferne bestehende Bedenken, allein dieses Bedenken ist, wie man sagt, von Faraday nicht aufgehoben, sondern nur verschoben. Er hat bloſs die Wirkung auf die gröſsere Distanz der Körper zu einer auf die kleineren Distanzen der Molecüle reducirt und dann noch nur insofern, als es Molecüle giebt zwischen dem influencirenden und influencirten Körper. Denn wenn man einen elektrisirten Körper in eine vollkommene Luftleere stellen könnte, so würde es, sagt Faraday, seiner Theorie nicht zuwider seyn, wenn dieser nach dem bekannten Gesetze der Distanzen vertheilend auf die Wände dieses Raumes wirke. Nur dann, wann sich eine Substanz vorfindet, muſs die vertheilende Wirkung mittelst dieser Substanz zu Stande kommen.

Der Einwurf, obgleich auch von Anwendung auf die bestehende Theorie, ist vollkommen richtig. Und wenn Faraday bloſs bezweckt hätte, durch seine Theorie alle Beschwerden wider eine Fernwirkung aufzuheben, so würden seine Versuche jenem Zwecke nicht entsprochen haben. Damit sey aber nicht gemeint, daſs seine Theorie uns nicht vielleicht einen ersten groſsen Schritt dem Zwecke näher bringt, und daſs sie nicht umfangreicher ist in ihren Folgen als die bestehende Theorie; damit ist nicht widerlegt, daſs sie den Resultaten eines experimentellen Versuches, wie sich später zeigen wird, ihren gröſsten Werth entnimmt.

Es war für Faraday, der gleichsam die Bewegungen

der Molecüle sah, ungereimt, daſs ein elektrisirter Körper vertheilend auf die Molecüle eines entfernten Körpers hinwirken könnte, ohne daſs er Einfluſs ausübe auf diejenigen der nächsten Umgebung. Auch meinte er, daſs etliche bekannte Erscheinungen (1216), die, wie bei der Elektrolyse, worüber er seine berühmten Erforschungen schon damals bekannt gemacht hatte, bei den elektrischen Funken, Lichtbüscheln usw. wahrgenommen werden, als seiner Theorie, günstig betrachtet werden können; aber, sagt er, sie können für zweifelhafte Beweise gehalten werden, weil man hierbei mit Strömungen und Entladungen zu schaffen hat, wiewohl sie doch auf eine vorhergehende moleculare Ordnung hinzudeuten scheinen. Glücklicherweise gesellt sich zu Faraday's Speculationen immer ein experimenteller Versuch und dieser war immer reich an den schönsten Resultaten. Ein solcher Versuch kann bloſs Ansprache thun über die Frage, ob das Medium da, wo es sich vorfindet, wirklich Einfluſs auf die vertheilende Wirkung ausübe.

Wenn man durch Experimente beweisen kann, daſs die vertheilende Wirkung stattfinden kann nach krummen Linien, so muſs dies, Faraday's Meinung nach, eine kräftige Hülfe seyn für seine Theorie; sollte das Experiment es zeigen, daſs dieſs nicht der Fall ist, so würde aber vielleicht noch nicht unbedingt ein Beweis wider seine Theorie seyn. Bei näherem Versuche scheint sich aber zu zeigen, daſs sie eine nothwende Folge seiner Hypothese ist, daſs die vertheilende Wirkung mittels des Mediums stattfindet. Was die Resultate des von Faraday gemachten experimentellen Versuchs anbetrifft, so müssen wir auf seine Abhandlungen hinweisen. Hier sey nur bemerkt, daſs die von ihm wahrgenommenen Erscheinungen auch durch die mathematische Elektricitätstheorie erklärt werden können, so daſs sein Versuch keine entschiedene Beweise für seine Theorie geliefert hat.

Wiewohl von den Bekämpfern dieser Theorie keine wichtigen Beschwerden wider die vertheilende Wirkung nach krummen Linien angeführt sind, nahm man doch

Anstand daran, wie Riefs sagt, eine neue Eigenschaft jener Wirkung anzunehmen, um so viel mehr, weil die Erscheinungen, welche sich hierauf beziehen, auch mittels der mathematischen Theorie erklärt werden können. Faraday sagt (1305), dafs er auch die von ihm erlangten Resultate verglichen habe mit denjenigen, welche Poisson aus seinen schönen mathematischen Untersuchungen abgeleitet hat, insofern diese für ihn verständlich waren, und er hält es demnach für wahrscheinlich, dafs auch seine Theorie in einem mathematischen Versuche ihre Bestätigung finden würde, wenn man sich zu solch einem Versuche die Mühe geben wollte.

Unter den Mathematikern, welche sich mit den auf diese Theorie bezüglichen Betrachtungen beschäftigt haben, mufs besonders W. Thomson genannt werden. Er hat gezeigt, dafs mit jedem Probleme, welches sich auf die Vertheilung der Elektricität auf leitende Körper oder auf die Kräfte der Anziehung und Abstofsung elektrisirter Körper bezieht, ein Problem übereinstimmt, das sich auf die Wärmeleitung bezieht, solchergestalt dafs beide denselben analytischen Bedingungen genügen, so dafs sie mathematisch betrachtet dieselben Probleme sind. Nun hat Fourier die Gesetze, nach welchen die Wärmeleitung stattfindet, zum Fundament einer mathematischen Theorie der Wärmeleitung gemacht; und wenn wir jetzt, sagt Thomson, entsprechende Gesetze finden für die Erscheinungen welche bei der Elektricität wahrgenommen werden, so können wir diese mathematische Theorie der Wärmeleitung zur Basis der mathematischen Theorie der Elektricität nehmen, wenn wir dies wenigstens unabhängig thun von irgend einer Hypothese. Weil nun bei der Wärmeleitung die Rede ist von einer Fortpflanzung von Molekül zu Molekül, welche nach krummen Linien stattfinden kann, so ist damit zwar noch nicht ausgemacht, dafs dies auch bei der vertheilenden Wirkung der Elektricität der Fall seyn werde; aber es giebt doch Veranlassung zu der Idee einer Fortpflanzung jener Wirkung mittelst der angränzenden Theile des

Mediums. Auf Pagina 50 der „*Papers on Electrostatics etc.*“ findet man noch einen der Hauptsätze, deren sich Faraday bedient, bewiesen, unabhängig von den oben genannten Betrachtungen.

Mossotti hat auch schon längst einen mathematischen Versuch gemacht, die Fortpflanzung der Influenz durch das Medium zu erklären [1]); und Maxwell, der auch bei seinen mathematischen Betrachtungen Faraday's Theorie angewendet hat, sagt im Vorworte seines Werkes: „*Treatise on electricity and magnetism*“: Als ich Faraday's Ideen in eine mathematische Form gekleidet hatte, fand ich, dafs im Allgemeinen die zwei Methoden (nämlich die von Faraday und die der Mathematiker, welche die elektrische Wirkung als eine Wirkung in die Ferne betrachten) zu analogen Resultaten führen, solchergestalt, dafs durch beide Methoden von denselben Erscheinungen Rechenschaft gegeben wird und die nämlichen Gesetze für die elektrische Wirkung gefunden werden; dafs jedoch Faraday's Methode zu vergleichen ist mit derjenigen, nach welcher man mit dem Ganzen anfängt, um durch Analyse zu den Untertheilen hinabzusteigen; während man nach dem Princip der gewöhnlichen mathematischen Methode von den Untertheilen ausgeht, um mittelst der Synthese zum Ganzen hinaufzusteigen. Ich fand zugleich, dafs mehrere der fruchtbarsten mathematisch entdeckten Methoden der Erforschung weit besser ausgedrückt werden können in den von Faraday entnommenen Ideen, als in der davon ursprünglich gegebenen Form.

Thomson hat weiter gezeigt, dafs die Resultate der Versuche, durch welche Faraday die Eigenschaft, welcher er specifisches „Inductionsvermögen“ der Substanz nannte, nachzuweisen sich bemühte, und für welche wir der Kürze wegen auf seine Abhandlungen hinweisen müssen, vollkommen übereinstimmen mit derjenigen eines mathematischen Versuchs. Er geht hierbei aus von der Voraus-

1) *Discussione analitica sull' influenza che l'azione di un mezzo dielettrico etc. per Mossotti. Memorie della Società Italiana delle Scienze, Tomo XXIV. Modena* 1846.

setzung, dafs der polare Zustand eines festen nichtleitenden zwischen zwei mit ungleichnamiger Elektricität versehenen Leitern gestellten Mediums betrachtet werden kann als übereinstimmend mit der magnetischen Polarität, welche erregt wird in weichem Eisen unter dem Einflusse eines Magnets. Nun hat Poisson mittelst der bekannten Hypothese in Betreff der Natur der magnetischen Einwirkung die mathematischen Gesetze der Vertheilung von Magnetismus und von magnetischer Anziehung und Abstofsung im Allgemeinen festgestellt. Diese Gesetze scheinen, sagt Thomson, den Zustand eines durch Influenz polarisirten Körpers ganz allgemein vorzustellen, und wir können uns deren, ohne irgend eine andere Hypothese anzunehmen, bedienen bei der mathematischen Theorie der nicht leitenden unter elektrische Influenz gestellten Körper, wenn ein experimenteller Versuch damit nicht streitig ist.

Dieses letztere war es eben, was Riefs bezweifelte. Er stellte daher einen experimentellen Versuch an [1]) und hält Faraday's Meinung durch seine Resultate hinreichend widerlegt. Sein Apparat besteht aus zwei Kupferscheiben, welche in einer Entfernung von 26^{mm} parallel zu einander auf Glasstäben befestigt sind. Eine Schellackscheibe wurde auf einen, unten um ein Scharnier drehbaren gefirnifsten Glasstab solchergestalt gestellt, dafs man die Schellackscheibe in eine den Kupferscheiben parallele Ebene versetzen konnte; aufserdem war sie verschiebbar, so dafs man derselben jeden Stand zwischen den Kupferscheiben geben konnte. Dieser Apparat ist ein vereinfachter Inductometer von Faraday, wie dieser schon von ihm hergestellt ward (1314). Die Scheibe *A* wurde jetzt geladen und, setzen wir auch in der Folge immer voraus, mit positiver Elektricität, indem die Scheibe *B* mittelst eines dünnen leitenden Drahtes mit einem von Riefs geänderten Behrens'schen Elektroskop verbunden war. Nachdem der Knopf des Elektroskops einen Augenblick leitend mit dem Boden verbunden gewesen war, wurde

1) Pogg. Ann. Bd. 92, S. 337.

die Schellackscheibe zwischen die beiden Kupferscheiben gebracht, was sogleich eine starke Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* ergab, bemerklich an der positiven Ladung, welche das Goldblatt des Elektroskops anzeigte. Als das Elektroskop nun für einen Augenblick leitend berührt und hernach die Schellackscheibe aus dem Zwischenraume der Kupferscheiben entfernt wurde, gab das Elektroskop eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B* an.

Bis dahin ist also der Versuch ganz übereinstimmend mit dem Faraday's. Bringt man aber nur einen kleinen Theil der Schellackscheibe in den Zwischenraum der Kupferscheiben, so dafs der gröfste Theil aufserhalb dieses Raumes liegt, so wird dadurch die Influenzelektricität auf *B* vermindert, so dafs auch bei der Bewegung der Schellackscheibe nach jenem Zwischenraum hin das Elektroskop im Augenblicke, in welchem sich erst ein kleiner Theil in jenem Zwischenraum befindet, eine kleine Verminderung anzeigt; aber unmittelbar hernach folgt bei der weiteren Bewegung eine starke Vermehrung. Dieses nun, sagt Riefs, ist schon bestimmt mit Faraday's Theorie in Widerspruch, denn es besteht seiner Meinung nach kein einziger Grund, warum ein kleines Stück Schellack den Einfluſs schwächen sollte, welcher durch ein grofses Stück verstärkt wird. Faraday macht aber die Bemerkung [1]), dafs was für einen kleinen nicht abgesonderten Theil eines gröfseren Stückes gilt, noch keine Wahrheit für ein kleines Stück zu seyn braucht. Weiter sagt er, dafs ein Körper von grofsem specifischem Inductionsvermögen gleichfalls Aenderung in der Richtung der Kraftlinien hervorbringen mufs, wenn er als leitender Körper in die Nähe eines influenzirenden Körpers gestellt wird. Die Erscheinung enthält also nichts was seiner Theorie widerspricht. Riefs erkennt [2]) zwar theilweise die Richtigkeit von Faraday's Bemerkung an, aber er findet es doch schwer, die Erscheinung nach dessen Theorie zu erklären. Wir werden

1) Pogg. Ann. Bd. 97, S. 427.
2) Pogg. Ann. Bd. 97, S. 438.

aber späterhin zeigen, daſs diese Erscheinung eine ganz andere Ursache hat.

Nachdem Rieſs seinen Apparat einigermaſsen geändert hat, wiederholt er den oben beschriebenen Versuch, bei welchem er die Scheibe von Schellack durch Scheiben verschiedener Substanzen ersetzt, mit diesem Erfolg: daſs alle eine Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* verursachen, auſser einer Glimmerplatte von $\frac{1}{10}^{mm}$ Dicke, einer Glasplatte von $1\frac{1}{3}^{mm}$ Dicke und einer kupfernen Scheibe von $\frac{3}{4}^{mm}$ Dicke, welche eine Verminderung verursachen.

Als er die Kupferscheiben ersetzte durch Kupferkugeln, verursachte auch eine Scheibe von Guttapercha eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B*. Die mit den Metallscheiben erhaltenen Resultate hängen offenbar von den Dimensionen ab; Metallscheiben, welche leitend mit dem Boden verbunden waren, gaben eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B*, wie im Voraus zu sehen war. Rieſs leitet ferner aus seinen Untersuchungen folgenden Satz ab: Der Einfluſs nicht leitender Scheiben auf die vertheilende Wirkung hängt ab, sowohl von der Form und den Dimensionen dieser Scheiben, als von jenen der Leiter, welche bei solchen Versuchen gebraucht werden. Und hiermit ist, sagt Rieſs, auf einfache Weise Faraday's Meinung, was die Differenz an specifischem Inductionsvermögen der Körper betrifft, widerlegt. Man könnte aber auch sagen: hiermit ist gezeigt, daſs es, auſser dem specifischen Inductionsvermögen der Körper, noch andere Einflüsse giebt, welche die vertheilende Wirkung ändern können. Man könnte jetzt fragen: „welchen Ursachen ist dann der Einfluſs der nichtleitenden Medien auf die vertheilende Wirkung zuzuschreiben? Rieſs giebt hierauf folgende Antwort:

„Auf welche Weise die Wirkung der isolirenden Zwischenplatten zu Stande kommt, ist nicht direct auszumachen, weil der elektrische Zustand dieser Platten sich der Untersuchung entzieht, und es muſs die analoge Wirkung der leitenden Zwischenplatten hinzugezogen werden, bei welchen

diese Untersuchung ausgeführt werden kann". Darnac stellt er einen Versuch an über die Weise, auf welche d Influenzelektricität auf Metallscheiben verschiedener D mensionen vertheilt ist; und hierauf folgert er: „Da unzweifelhaft ist, dafs bei leitenden Zwischenplatten die Wirkung allein durch die Anordnung der beiden Influen elektricitäten auf den Platten bedingt wird, so werden w nothwendig darauf geführt, die Wirkung der nichtleitende Zwischenplatten demselben Grunde zuzuschreiben. Da auch die am vollkommensten isolirenden Körper durch d Influenz eines elektrisirten Körpers an ihrer Oberfläch mit beiden Elektricitätsarten versehen werden, steht fes und dafs diese Elektricitäten auf jede der gebrauchten is lirenden Zwischenplatten in der kurzen Zeit zum Vorschei kommen, in welcher die Wirkung jener Platten beobacht wurde, lehrt ein leichter sehr augenfälliger Versuch." Da der oben erwähnte Versuch uns nicht dasjenige lehrt, w Riefs meint, ist schon von Faraday, aber besonde später auch von v. Bezold [1]) überzeugend nachgewiesen

Faraday glaubt aus den oben erwähnten Betrachtunge ableiten zu müssen [2]), dafs Riefs, sowohl den Einfluſs d isolirenden, als jenen der leitenden Scheiben auf die ver theilende Wirkung, der Leitung zuschreibt; und darauf zeig er, dafs diefs nicht der Fall seyn könne. Es gelang ihn nämlich eine Scheibe von Schwefel in weniger als vier Secunden, an der einen Seite positiv, an der andern Seite negativ elektrisch zu machen. Während einiger Minuten schien der Zustand ungeschwächt derselbe zu bleiben und sogar Stunden nachher war die Scheibe noch geladen. Die vertheilende Wirkung durch eine nichtleitende Scheibe hin kommt in einem unermefslich kleinen Augenblicke zu Stande; wie ist es jetzt möglich, fragt er, hierbei an eine Leitung zu denken, während für die Vereinigung positiver und negativer Elektricität auf der Scheibe von Schwefel eine Zeit erfordert wird, welche hundert Mal gröfser ist.

1) Pogg. Ann. Bd. 143, S. 67.
2) Pogg. Ann. Bd. 97, S. 419.

Ueberdies würde eine solche Leitung gewifs nicht analog seyn mit der isolirenden Einwirkung des schlechten Leiters bei dem Condensator.

Riefs antwortet u. a. hierauf[1]): „Bei einer nichtleitenden Platte kann ich zwar die Anordnung der Elektricitäten nicht untersuchen, aber mit einer angenommenen Anordnung kann ich gleichfalls die Wirkung dieser Platte erklären und mufs deshalb leugnen, dafs zwischen der Wirkung leitender und nichtleitender Platten bei der Influenz ein wesentlicher Unterschied vorhanden sey. Dafs die Art und Weise, in welcher die Influenz auf einer leitenden und nichtleitenden Platte zu Stande kommt, in jeder Hinsicht dieselbe sey, habe ich weder gesagt noch gemeint."

Indessen hat Riefs schon früher gesagt[2]), da er über die Eigenschaft spricht, welche Faraday specifisches Inductionsvermögen nennt: „Diese Eigenschaft ist offenbar nichts Anderes als das Leitungsvermögen der Isolatoren, in dem speciellen Falle der Ladung, welche entgegengesetzte Elektricitätsarten auf nahestehenden Flächen desselben Körpers anhäuft". Es scheint also, dafs wir die Isolatoren bald als nichtleitende, bald als leitende Körper betrachten müssen, ohne dafs wir uns auch einigermafsen Rechenschaft geben können von den Ursachen, warum sie sich so verschieden verhalten und von der Weise, auf welche die Leitung, in dem von Riefs erwähnten Falle zu Stande kommt. Wir meinen demnach schliefsen zu können, dafs Riefs's Anschauungsweise jede vernünftige Grundlage fehlt, so dafs diese, um den Einfluss der nichtleitenden Körper auf die vertheilende Wirkung zu erklären, nicht in Betracht gezogen werden kann. Der Schluss seiner Abhandlung ist merkwürdig dadurch, dafs er uns da die Ursachen zu erkennen giebt, warum seine Resultate nur scheinbar Faraday's Theorie beweisen. Es würde nämlich, sagt Riefs, für die Anordnung der isolirenden Körper von der gröfsten Wichtigkeit seyn, für verschiedene

1) Pogg. Ann. Bd. 97, S. 453.
2) Dove, Rep. Bd. IV, S. 146.

Substanzen, die kleinsten Dimensionen mit einander zu vergleichen, wobei sie eine Verminderung der Influenzelektricität verursachen, wenn sie zwischen bestimmte Körper, von denen der eine influenzirend auf den andern hinwirkt, gestellt werden, wenn nicht die Leitung der Elektricität an der Oberfläche jener Isolatoren diesen Versuch sehr ungewifs machte. Glas, Glimmer und Schellack, also drei der Körper, welche bei seinen Versuchen wider Faraday's Theorie beweisen sollten, leiten seines Erachtens an der Oberfläche die Elektricität besser als innerhalb derselben; blofs mit dem vierten, Guttapercha, sollte das Umgekehrte stattfinden. Ferner soll diese Leitung an der Oberfläche bei der möglichst grofsen Vorsicht in der Behandlung der isolirenden Scheiben nicht so constant zu bekommen seyn, dafs nicht dieselbe Platte in verschiedenen Zeiten ein verschiedenes Resultat gäbe. Wenn die Leitung an der Oberfläche also mit der möglichst grofsen Vorsicht nicht constant zu erhalten, viel weniger zu vermeiden ist und wir hierbei bemerken, dafs gerade die Leitung an der Oberfläche dazu beiträgt die bei nichtleitenden wahrnehmbaren Erscheinungen mit denjenigen, welche bei leitenden auftreten, übereinstimmend zu machen, so ist die Frage: Warum hat Riefs diefs bei der Erklärung dieser Erscheinungen nicht in Betracht gezogen? Dafs durch Riefs's Erfolge Faraday's Theorie nicht widerlegt wird, erhellt noch mehr aus folgender Betrachtung.

Faraday fand für das specifische Vertheilungsvermögen des Glases ungefähr 1,76, wenn der Zwischenraum der Metalle zu $\frac{2}{3}$ durch Glas eingenommen wurde. Nun waren die Metallscheiben, bei den von Riefs gemachten Versuchen, in einer Distanz von 36 Mm. von einander entfernt; während die Dicke der Scheiben, welche bei der ersten Reihe seiner Versuche eine Verminderung der Influenzelektricität verursachten, für die erste, eine Glasscheibe $1\frac{1}{2}$ Mm., und für die zweite, eine Glimmerplatte, $\frac{1}{10}$ Mm. betrug; so dafs der Zwischenraum der Metallscheiben zu $\frac{1}{17}$ durch Glas und nur zu $\frac{1}{360}$ durch Glimmer eingenommen wurde.

Der Einfluſs, welchen beide Scheiben nach Faraday's Meinung, auf die Vermehrung der Influenzelektricität ausüben würden, muſste also sehr gering, ja vielleicht unmerkbar seyn und es ist mehr als wahrscheinlich, daſs sie eine Verminderung nicht ersetzen konnten, welche durch Leitung an der Oberfläche hätte veranlaſst werden können. Wenn man mit einiger Gewiſsheit beurtheilen will, ob die Eigenschaft, welche Faraday specifisches Vertheilungsvermögen genannt hat, bestehe oder nicht, so muſs man bei den Experimenten mehr Vorsicht beachten, als Rieſs gethan hat, wie aus folgendem experimentellen Versuche erhellen wird.

II.

Der Apparat, mit welchem ich anfangs meine Versuche gemacht habe, stimmt mit jenem von Rieſs überein; bloſs in der Art, auf welche die zu untersuchende Scheibe befestigt war, wurde eine Aenderung gemacht. Diese wurde mittelst zweier seidenen Drähte aufgehängt an Häkchen von Ebonit, welche an einer seidenen Schnur befestigt waren, von der das eine Ende an einem Balken befestigt, das andere aber über eine Rolle geschlagen war. Der Beobachter konnte nun, mit der Schnur in der Hand, aus einer Entfernung von mehr als einem Meter von dem Apparate, die Bewegung der Scheibe ordnen und sich so stellen, daſs er die Bewegung des Goldblattes deutlich sehen konnte. Nachdem die Scheibe *A* mit positiver Elektricität geladen und darnach die Scheibe *B* leitend mit dem Elektroskope in Verbindung gestellt worden war, wurde die nichtleitende Scheibe schnell zwischen die zwei Kupferscheiben gebracht und zugleich die Bewegung der Goldblätter wahrgenommen, welche mit den diesem Versuche unterworfenen Scheiben eine Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* angaben, unbeschadet einer Ausnahme; eine Glasscheibe von 150 Mm. Durchmesser und $1\frac{1}{2}$ Mm. Dicke verursachte eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B*. Nachher wurde der Knopf des Elektroskops leitend berührt und dann die Scheibe schnell entfernt. Wenn die hin- und

hergehenden Bewegungen der Scheibe so schnell als m
lich sich folgten, so zeigte die entgegengesetzte Bewegu
des Goldblattes bei letzterer im Allgemeinen eine Verm
derung der Influenzelektricität auf *B* an; blofs in gewis
Fällen, besonders bei Glasscheiben, wurde auch dann, n
leitender Berührung des Elektroskops, bei der Entfernu
der Scheibe eine Vermehrung wahrgenommen, in welch
Falle die zu untersuchende Scheibe immer negative El
tricität zeigte. War diefs letztere nicht der Fall, so wu
die nichtleitende Scheibe von Neuem zwischen die Kupf
scheiben gebracht und wiederholt derselbe Versuch an
stellt, wobei die Zeit notirt wurde, während welcher
nichtleitende Scheibe, nach der ersten Beobachtung, z
schen den Scheiben *A* und *B* gewesen war.

Es zeigte sich bald, dafs Seidenfäden nicht hinlängli
isolirten; die nichtleitende Scheibe zwischen *A* und *B*
stellt, wurde in wenigen Secunden stark genug nega
elektrisch, um ein dem ersten entgegengesetztes Resul
zu geben.

Nachdem der Seidenfaden mit Schellack überzogen w
isolirte er besser; die hiermit erhaltenen Resultate stimm
überein mit denjenigen, deren wir späterhin erwähn
werden. Wir müssen hierbei jedoch bemerken, dafs be
Schwingen der nichtleitenden Scheibe im Raum zwischen
und *B* das Goldblatt des Elektroskops auch eine schw
gende Bewegung bekam, wie diefs schon von Knoche
hauer beobachtet ward [1]); diese Erscheinung kann a
kein Urtheil veranlassen zum Vortheile irgend einer Theor
so dafs wir uns hierbei nicht aufzuhalten brauchen.

Um mehr Vorsicht beachten zu können, war es nöth
dem Apparate eine andere Einrichtung zu geben. Die
besteht (Fig. 7, Taf. IV) [2]) aus einem hölzernen Tische v
1,00 Meter in der Länge und 0,04 Meter in der Brei
Die Platte *Pq* stützt sich mit vier Stellschrauben auf ein
Rahmen *MN*, der von vier Füfsen getragen wird. D
vorragende Tischrand ist versehen mit einer tiefen Rin

1) Pogg. Ann. Bd. 51, S. 126.
2) Im Hefte V.

welcher ein Glaskasten von 1 Meter in der Länge,
Meter in der Breite und 0,76 Meter in der Höhe
inkt, indem die Rinne weiter angefüllt ist mit Queck-
er. Dieser Kasten ist zusammengesetzt aus fünf Platten
gut isolirendem Glase, welche mit den Rändern her-
isch an einander befestigt sind. Zwei Kupferscheiben *A*
B, 112 Mm. im Diameter, ruhen auf vertikal gestellten
en von Ebonit, von 11 Mm. im Diameter, deren Fuſs-
elle auf hölzernen Schiebern befestigt sind, welche gut
ieſsend durch den Tischrand stecken. Mittelst der
pfe *a* und *b*, welche an diesen Schiebern, auf denen
Theilung in Millimetern angebracht ist, befestigt sind,
n man die Entfernung der Scheiben willkürlich verän-
, während sie immer parallel bleiben. Die Entfer-
g der Mittelpunkte dieser Scheiben von der Fläche des
hes beträgt 0,4 Meter und jene von der nächsten glä-
en Seitenwand 0,22 Meter. Die einander zugewandten
rflächen der Kupferscheiben sind nicht gefirniſst. Eine
e Kupferscheibe *C* ruht gleichfalls auf einem isolirenden
Stabe, dessen Fuſsgestell auch wieder auf dieselbe Art
elst eines Knopfes *c* verschiebbar ist, so daſs man
mmer so einrichten kann, daſs die Oberflächen *B* und *C*
ler nämlichen Verticalebene liegen. Der Mittelpunkt
Scheibe *C* befindet sich in einer Entfernung von
5 Metern über der Tischfläche und ist 0,16 Meter von
nächsten Wand entfernt. Beide Scheiben *B* und *C*
mittelst dünner Kupferdrähte, welche bei *e* und *e'* gut
rt durch den Tischrand gebracht sind, leitend mit zwei
troskopen *E* und *E'* mit einer trockenen Säule nach
hner's Einrichtung verbunden. Beide Elektroskope
theilweise hinter einander auf einen Tisch gestellt und
das Elektroskop *E'*, das mit *C* in Verbindung steht,
Beobachter am nächsten. Die Axe *dd'*, welche von
m Holze gemacht ist und engschlieſsend durch den
brand geht, trägt ein sectorförmiges Fuſsgestell, auf
hem senkrecht zu der Richtung der Axe ein Ebonit-
gestellt ist, so daſs man diesen, mittelst des Knopfes *d*,

bewegen kann in einer vertikalen Ebene, parallel mit d Oberflächen der Kupferscheiben. Auf diesem Ebonitst ist die Scheibe *D*, deren specifisches Inductionsvermög untersucht werden soll, so befestigt, dafs sie leicht entfe und von einer andern ersetzt werden kann. Der Ebon stab ist nämlich oben ungefähr 2 Centm. tief cylindris ausgehöhlt, während die zu untersuchenden Scheiben v sehen sind mit Glas- oder Ebonitstielen, welche genau der cylindrischen Höhlung des Stabes passen.

An den Glasscheiben sind Glasstiele befestigt mitte Schellack, welchem eine kleine Quantität Wachs hinzug fügt wurde. Man kann die Scheibe *D* einen willkürlich Stand im Raum zwischen *A* und *D* einnehmen lassen, w bei man aber immer beachten mufs, dafs die Oberfläch parallel seyen und die Mittelpunkte in einer geraden Lin liegen. Dreht man den Knopf *d* in entgegengesetzter Ric tung, so wird *D* auf dieselbe Weise hinsichtlich *C* gestel als im vorigen Stande in Hinsicht zu *B*. In der Nä von *C* ist in der Tischplatte eine Oeffnung gemacht, welc hermetisch geschlossen werden kann; diese dient dazu d Scheibe *D* entfernen zu können und durch eine andere ersetzen. Nachher ist bei *f* ein Kupferstab *F* durch d Tischrand gebracht, welcher an beiden Enden kupfer Knöpfe trägt. Der Theil, welcher sich im Tischrande b findet, ist umgeben von einer ebonitenen Büchse, welc mit dem Stabe fest verbunden ist und sich in einer c linderförmigen Hülse dreht. Der Stab ist so geboge dafs man denselben durch einen Stiel von Ebonit, der si bei *f* befindet, drehen kann, bis das eine Ende in leiten Verbindung mit der Scheibe *A* kommt. Hierdurch wi es möglich, die Scheibe *A* zu laden, ohne dafs man d Glaskasten zu entfernen braucht. Endlich waren noch den aufstehenden Rändern der Glashülle Schleifen v Leder als Handhaben befestigt; hierdurch wurde es erleic tert, die Hülle zu heben und unter diese ein paar h zerne Stäbe zu schieben, um sie auf diese Weise entfern zu können. Anfangs wurden die Versuche gemacht, ob

dafs der Apparat von der Glashülle bedeckt war. Hierbei wurde immer der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgrade Rechnung getragen, so wie dieser von einem Haarhygrometer angegeben wurde. Den Scheiben *A*, *B* und *C* wurde genau der beschriebene Stand gegeben, während die Scheibe *D* möglichst weit von *A* und *B* entfernt wurde. Sie wurden für jeden Versuch mittelst eines Haarpinsels vom Staub gereinigt. Jetzt wurde der Knopf *f* in leitende Verbindung mit *A* gebracht und sodann in Verbindung gestellt mit dem geladenen Deckel des Elektrophors. Sogleich danach wurde die Verbindung mit *A* aufgehoben, der Knopf *f* leitend berührt und der Stab *F* auf die Tischfläche niedergeschlagen. Auf diese Weise war nun *A* geladen, so wie wir bei den folgenden Versuchen immer voraussetzen wollen, mit positiver Elektricität, indem *B* indessen mittelst des Fadens *p* mit dem Boden in leitender Verbindung gestellt war. Sodann wurden die Scheiben *D* und *C* mittelst der Drähte *p* und *q* leitend mit den Elektroskopen *E* und *E'* verbunden und nun wurde erst ein Versuch angestellt über den Zustande der Scheibe *D* dadurch, dafs man dieselbe in die Nähe von *C* brachte. War sie nicht neutral, so wurde sie entladen mittelst einer Spiritusflamme, so dafs sie, auch noch einige Zeit nachher, keinen Einfluſs auf die Scheibe *C* ausübte, wenn sie in deren Nähe bewegt wurde. Es gelang dennoch nicht die Scheibe *D* auf diese Weise zu entladen, ehe erst wieder die Scheibe *A* entladen war, es sey denn, dafs ein metallener Schirm, der leitend mit dem Boden verbunden war, zwischen beide gestellt ward. Nun wurde die Scheibe *D* schleunigst in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht und die Bewegung des Goldblattes im Elektroskope *E* wahrgenommen; sogleich hiernach wurde sie zurückgeschlagen, so dafs sie jetzt auf dieselbe Weise in Betreff zu *C* gestellt war, als zuerst in Betreff zu *B*, und zu gleicher Zeit wurde der Stand des Goldblattes des Elektroskops *E'* beobachtet. Für diese hin- und hergehende Bewegung der Scheibe *D* waren kaum zwei Secunden nöthig. Sie wurde jetzt wieder in den Raum

zwischen *A* und *B* gebracht und dieser Versuch von
zu Zeit wiederholt, wobei jedesmal dem Zeitpunkte R
nung getragen wurde, an welchem dieses stattfand,
Zeitpunkte der ersten Beobachtung an gerechnet.
Scheibe *C* war immer mit dem empfindlichsten der
Elektroskope verbunden, während die Bewegung des G
blattes mittelst eines Fernrohrs beobachtet wurde,
ches so eingerichtet war, dafs das Bild des Goldbl
zusammentraf mit dem Bilde einer getheilten Scale.
diese Weise würde es möglich gewesen seyn, aus
Gröfse der Abweichungen des Goldblattes auf diejen
des specifischen Inductionsvermögens der Substanz zu sch
fsen, wenn die Scheibe *A* wenigstens immer eben so st
geladen würde. Es mag vielleicht späterhin von Wi
tigkeit seyn, die Gröfse des specifischen Inductionsver
gens verschiedener Medien zu kennen; anfangs fand
es blofs nöthig zu zeigen, dafs es wirklich einen Un
schied im specifischen Inductionsvermögen bei verschie
nen Medien giebt und dafs wir hierbei Rechnung tra
müssen den Erscheinungen, welche bei der Influenz-W
kung wahrgenommen werden.

Sodann wurde der Versuch auf dieselbe Weise wied
holt, nachdem der Apparat von der Glashülle überde
war und die Luft durch Schwefelsäure und Chlorcalci
das in gläsernen Schalen auf dem Tisch stand, getro
net war. Das Chlorcalcium war, selbst nach eini
Wochen, kaum merkbar verändert, woraus folgt,
das Innere des Apparates hinreichend von der Aufsen
abgeschlossen war. Das Holz enthält aber immer feu
Theile, infolge dessen es, auch dann, wenn es gut p
ist, nicht gelingt in derartigen Apparaten die Luft abs
trocken zu erhalten. Anfangs habe ich auch darüber n
gedacht, die Tischplatte wegzunehmen und diese zu
setzen durch eine Schublade, in welcher das Chlorcalc
und die Schwefelsäure gesetzt werden könnte; da
dieses, wegen des unvermeidlichen Ziehen des Holzes

minder gute Schliefsung veranlassen könnte, unterliefs ich es.

Um diese Versuche zu machen, wurde sehr viel Zeit erfordert. Nachdem die zu untersuchenden Scheiben mittelst einer Spiritusflamme vollkommen neutralisirt waren, wurden sie in Folge der unvermeidlichen Berührung bei der Stellung im Apparate regelmäfsig elektrisch. Ich mufs hierbei noch bemerken, dafs die Scheiben nie mit der Hand berührt wurden, ehe nicht diese mit einem Handtuch bedeckt war. Um zu verschiedenen Zeiten mit denselben Scheiben die nämlichen Resultate zu bekommen, schien es bald nöthig zu seyn, sogar dann, wenn die Scheibe in die Nähe von *C* gebracht, keine Elektricität mehr zeigte, den Versuch noch einen Tag zu verschieben. Die Scheiben wurden nie unmittelbar, nachdem sie in den Apparat gestellt waren, untersucht; auch dann nicht, wenn sie neutral geblieben waren; dieser Versuch fand nicht vor dem folgenden Tage statt. Die Resultate findet man in den folgenden Tabellen. Spalte 1 giebt an, ob der Apparat bei dem Versuche nicht, oder wohl von der Glashülle überdeckt war; in Spalte 2 ist die Zeit angegeben, gerechnet von dem Augenblicke an, wo die neutrale nichtleitende Scheibe zuerst in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht ward; in Spalte 3 ist die Temperatur in Graden Celsius und in Spalte 4 der Stand des Haarhygrometers angegeben zu den in Spalte 2 angedeuteten Zeiten. Spalte 5 giebt an, ob bei der Stellung der Scheibe *D* in den Raum zwischen *A* und *B*, die Influenzelektricität auf *B* vermehrt, vermindert oder nicht geändert wurde oder, wenn dies nicht der Fall war, mit welcher Elektricität sie geladen ward. Die Entfernung der Scheiben *A* und *B* betrug 36 Mm.; die von der Mitte der Scheibe *D* bis zu *A* 24 Mm. und zu *B* 12 Mm.

A.

Schellackscheibe. Durchm. = 120mm. Dicke = 2mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Z der Scheit
I. In nicht trockner Luft	0 m.	19° C.	39°	vermehrt	neutr.
	5 „	„	„	„	pos.
II. In trockner Luft					
	0 „	15½°	7½°	„	neutr.
	90 „	„	„	„	pos.
	4 u.	18°	8°	„	„

Der Versuch wurde aufs Neue mit derselben Sche vorgenommen, mit dieser Aenderung aber, dafs die Scheib gerade in die Mitte zwischen *A* und *B* gestellt wurde.

B.

Schellackscheibe. Durchm. = 120mm. Dicke = 2mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Z der Scheib
I. In nicht trockner Luft	0 m.	21° C.	35°	vermehrt	neutr.
	2 „	„	„	„	neg.
	15 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	20 „	„	„	vemindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	15	15¼	vermehrt	neutr.
	50 „	16	15	„	neg.
	3 u.	„	„	„	„
	4 „	15	„	vermind.-vermehrt	„
	5½ „	„	„	vermindert	„

Diese Tabellen geben eine hinreichende Uebersicht üb den Lauf der Versuche. Nachdem die Scheibe fürs er in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht, wurde sie gle zurückgeschlagen, um ihren Zustand mittelst der Scheib zu untersuchen; danach wurde sie unmittelbar in ih

ersten Stand zurückgebracht. Diese Versuche wurden anfangs oft wiederholt bis die Scheibe negativ elektrisch geworden war, was in nicht trockener Luft bisweilen nach einer ¼ Minute schon der Fall war; hierauf fand es ungefähr jede 3 Minuten statt. In trockner Luft wurde es alle 5 Minuten wiederholt. Aus dem ersten Versuche zeigte sich also ungefähr, wann die Scheibe *D* elektrisch geworden war und auch wann sie eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B* verursachte. Dieselbe Scheibe wurde jetzt noch einmal auf ähnliche Weise untersucht, mit diesem Unterschiede aber, dafs sie so lang wie möglich in den Raum zwischen *A* und *B* gelassen wurde. Blofs nach den Zeitpunkten, in welchen nach dem ersten Versuche eine Veränderung in dem Zustand der Scheibe *D* oder eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B* zu erwarten war, wurde der Versuch öfters wiederholt.

Aus Tabelle *A* zeigt sich noch, dafs die Scheibe *D* positiv elektrisch wurde, wenn die Entfernung von der Scheibe *A* 24 Mm. und die von *B* 12 Mm. betrug. War der Apparat nicht von der Glashülle überdeckt, so fand dieſs schon statt nach 5 Minuten; in trockner Luft blieb sie während 1½ Stunden neutral. Es versteht sich, dafs sie danach eine Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* verursachen mufste, so dafs eine Fortsetzung des Versuchs nicht nothwendig war. Bei den folgenden Versuchen wurden die zu untersuchenden Scheiben jedesmal in die Mitte zwischen *A* und *B*, deren gegenseitige Entfernung immer 36 Mm betrug, gestellt. Nach einiger Zeit ergab sich, dafs sie in der Nähe von *C* gebracht, negativ elektrisch geworden waren; denn das Goldblatt des Elektroskops *E'* näherte sich dem positiven Pole, erst, obgleich mit dem Fernrohr wahrgenommen, kaum merkbar, aber die Abweichung nahm allmählig zu. Die Scheibe wurde, nach Tabelle *B*, in nicht trockner Luft schon nach 2 Minuten negativ elektrisch. Obgleich die Scheibe danach negativ war, gab sie, in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht, dennoch eine Vermehrung der Influenzelektricität auf *B*; das

Goldblatt wich dann noch ab nach dem negativen Pole, während eine entgegengesetzte Bewegung bei der Entfernung der Scheibe wahrgenommen wurde. Beide Abweichungen wurden allmählig kleiner, bis in einem gewissen Augenblick keine Abweichung wahrgenommen wurde; hiermit bekam der Einfluſs der negativen Elektricität auf der Scheibe *D* bei der gleichzeitigen Verminderung der Ladung auf *A* die Oberhand bis sie, in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht, Verminderung der Influenzelektricität auf *B* verursachte. In feuchter Luft fand dieses schon statt nach 20 Min., in trockner Luft erst nach mehr als 5 Stunden. Wenn die zu untersuchende Scheibe schon ziemlich stark negativ elektrisch geworden war, beobachtete man, bei der Näherung der Scheibe zu dem Raum zwischen *A* und *B*, wenn sich nur ein Theil der Scheibe in jenem Raum befand, eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B*; wenn aber bei der weiteren Bewegung der Scheibe ein gröſserer Theil in jenen Raum kam, so folgte darauf eine Vermehrung. Die Bewegung des Goldblattes des Elektroskops *E* nach dem positiven Pole war erst kleiner, wurde danach gleich und endlich gröſser als die entgegengesetzte Bewegung, welche unmittelbar darauf folgte, bis später allein eine Abweichung nach dem positiven Pole wahrgenommen wurde, welches eine Verminderung der Influenzelektricität anzeigte. Diese schwingende Bewegung des Goldblattes, bei welcher beide Abweichungen fast gleich groſs waren, wurde in trockner Luft, wie aus der Tabelle *B* erhellt, nach 4 Stunden wahrgenommen.

Der Stab, auf welchen die zu untersuchende Scheibe gestellt war, wurde, wenn die Scheibe, wie bei unserem Versuche, in die Mitte zwischen *A* und *B* gestellt war, immer negativ elektrisch. Hierdurch kann folglich nie eine Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* veranlaſst werden; eher konn dieſs eine Verminderung veranlassen, als sonst der Fall würde gewesen seyn. In nicht trockner Luft isolirte ein mit Schellack überzogener Seidenfaden am besten; dieses aber konnte im Apparate, mit der Glocke

kt, nicht benutzt werden. Ich habe hernach eine An-
irnifster gläserner Röhren untersucht; es gelang mir
ht, diese hinreichend isolirend zu bekommen. Wenn
asröhre mit einer dickeren Schicht Schellack über-
urde, so bekam letzterer in trockner Luft bald so
se, dafs das isolirende Vermögen stark vermindert
Riefs sah dieselben Schwierigkeiten, als er nach
len Stäbchen für Probescheibchen suchte [1]). Glas-
it geschmolzenem Schellack überzogen isolirten an-
war besser als gefirnifste, aber bei der leisesten Be-
mit einem elektrischen Körper ergab es sich doch,
elektrisch waren. Eine Glasröhre mit Paraffin
en, erhielt sich nicht besser als eine gefirnifste
re und ein Stab von Schellack war wegen seiner
hlichkeit nicht zu benutzen. Ein Ebonitstab schien
ch am besten zu bewähren, wenn dieser wenigstens
olt behandelt wurde mit gewöhnlicher Magnesia
hwefelkohlenstoff. Dieses letztere war besonders
wenn die Versuche in nicht trockner Luft vorge-
n wurden, nachdem dieses erst in trockner Luft
nden hatte.

gende Tabelle enthält die Resultate dieses Versuchs.

C.

chellackscheibe. Durchm. = 80mm. Dicke = 2mm.

	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
nicht	0 m.	23° C.	35°	vermehrt	neutr.
Luft	1½ „	„	„	„	neg.
	15 „	„	„	vermindert	„
rock-					
uft	0 „	20°	10°	vermehrt	neutr.
	40 „	„	„	„	neg.
	7 u.	„	„	vermindert	„

s, Reibungselektr. S. 130.

D.

Paraffinscheibe. Durchm. = 156mm. Dicke = 10mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zu der Scheib
I. In nicht trockner Luft	0 m.	19° C.	39°	vermehrt	neutr.
	2 „	„	„	„	neg.
	95 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	120 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	15½	9½	vermehrt	neutr.
	30 „	16	10	„	neg.
	4 u.	17	11	„	„
	6 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	6 u. 40 m.	„	„	vermindert	„

E.

Paraffinscheibe. Durchm. = 112mm. Dicke = 12mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zu der Scheibe
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	35°	vermehrt	neutr.
	1½ „	„	„	„	neg.
	105 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	135 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	24½	13	vermehrt	neutr.
	25 „	„	„	„	neg.
	6 u.	17	12	vermind.-vermehrt	„
	6 u. 30 m.	„	„	vermindert	„

F.

Paraffinscheibe. Durchm. 150mm. Dicke = 5mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	35°	vermehrt	neutr.
	1½ „	„	„	„	neg.
	85 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	100	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	18	9°	vermehrt	neutr.
	20 „	„	„	„	neg.
	5 u. 30 m.	„	„	vermindert	„

G.

Ebonitscheibe. Durchm. 154mm. Dicke = 2mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	36°	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	3 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	14½	8	vermehrt	neutr.
	6 „	„	„	„	neg.
	1 u.	15	9	vermind.-vermehrt	„
	2 u. 30 m.	„	„	vermindert	„

H.

Schwefelscheibe. Durchm. = 165^{mm}. Dicke = 3^{mm}.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust der Scheibe *I*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	23° C.	35°	vermehrt	neutr.
	1 „	„	„	„	neg.
	21 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	21	11	vermehrt	neutr.
	20 „	„	„	„	neg.
	3 u.	„	„	vermindert	„

J.

Glasscheibe. Durchm. = 50^{mm}. Dicke = $1\frac{3}{5}$^{mm}.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust der Scheibe *I*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	$18\frac{1}{2}$°C.	40°	unverändert	neutr.
	1 „	„	„	vermindert	neg.
II. In trockner Luft					
	0 „	18	$10\frac{1}{2}$	vermehrt	neutr.
	1 „	„	„	unverändert	neg.
	$1\frac{1}{2}$ „	„	„	vermindert	„

K.

Glasscheibe. Durchm. = 80mm. Dicke = 1½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	34°	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	vermind.-vermehrt	neg.
	10 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	15	8	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	8 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	18 „	„	„	vermindert	„

L.

Glasscheibe. Durchm. = 110mm. Dicke = 1½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. Zust. der Scheibe *B*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	36°	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	8 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	17	7	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	50 „	„	„	vermindert	„

L'.

Gefirnifste Glasscheibe. (Dieselbe Scheibe L.)

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6 Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I In nicht trockner Luft	0 m.	23° C.	36°	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	16	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	14	7½	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	2 u.	„	„	vermindert	„

M.

Glasscheibe. Durchm. = 130^{mm}. Dicke = 1½^{mm}.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	34°C.	vermind.-vermehrt	neg.
	1 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	6 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	19	12	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	25 „	„	„	vermindert	„

N.

Glasscheibe. Durchm. = 150mm. Dicke = 1½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influens-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	34°	vermindert	neg.
I. In trockner Luft	0 „	17	12	vermehrt	natr.
	½	„	„		neg.
	3	„	„	vermindert	„

O.

Micascheibe. Durchm. = 155mm. Dicke = ½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influens-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	36°	vermindert	neg.
I. In trockner Luft	0 „	18	10	unverändert	neg.
	4 sec.	„	„	vermindert	„

Aufser diesen Scheiben habe ich noch verschiedene
dere untersucht; allein ich finde es nicht nöthig, die
bellen zu vermehren, da die Resultate ganz mit den ob
mitgetheilten übereinstimmen. Ich habe blofs die mit d
Glasscheiben *I*, *K*, *L*, *M* und *O* erhaltenen Resultate m
getheilt, weil diese alle aus einem selben Stück Glas g
schnitten sind, von welchen auch eine der Glasscheiben m
ner Holtz'schen Maschine, welche sehr gut wirkt, gemac
ist. Die Versuche in nicht trockner Luft wurden v
genommen bei heiterem Winterwetter, in einem gut
wärmten Zimmer, folglich unter den günstigsten Umständ
von Temperatur und Feuchtigkeitszustand. Aus dies
Versuche erhellt, dafs die Resultate in hohem Maafse
hängig sind von den Dimensionen der Scheiben, wenn
Leitung an der Oberfläche grofs ist.

Gern hätte ich den Versuch mit Ebonitscheiben wei
fortgesetzt; allein die Scheiben, welche ich mir verschaf
enthielten immer Metalltheile, vielleicht Sb_2S_3.

Die schwingende Bewegung des Goldblattes im El
troskop, bei der Bewegung der Scheibe *D* nach d
Raum zwischen *A* und *B*, wurde nur wahrgenommen, we
diese Scheibe eine elektrische Ladung bekommen ha
Die Glasscheiben *K*, *L*, *M* und *N* und die Glimmerscheib
verursachten diese Erscheinung schon bei dem ersten V
suche; wurde die Scheibe nun sofort zurückgeschlagen
nach *C* gebracht, so ergab sich, dafs sie schon zieml
stark negativ elektrisch war. In trockner Luft wurde di
schwingende Bewegung des Goldblattes nie bei dem ers
Versuche wahrgenommen, als blofs mit einer Glasschei
welche an der einen Seite mit Folie bedeckt war und
von sich später zeigte, dafs nach Entfernung der Folie d
Glas stark leitend war; dieses zeigte in trockner Luft sch
bei dem ersten Versuche dieselbe Erscheinung wie die ob
erwähnten Scheiben in feuchter Luft. Bei all den an
ren Scheiben wurde dies erst wahrgenommen, nachdem
während kürzerer oder längerer Zeit in dem Raum z
schen *A* und *B* gewesen waren.

Aus dem Vorhergehenden leuchtet deutlich ein, dafs diese Erscheinung, in welcher Riefs, wie schon früher erwähnt, einen Beweis wider Faraday's Theorie zu finden glaubte, blofs die Folge der Ladung ist, welche die Scheibe durch die Leitung an der Oberfläche erhält, so dafs es wirklich nichts wider diese Theorie beweist. Eine andere Erscheinung, nämlich: dafs einzelne der zu untersuchenden Scheiben schon bei dem ersten Versuche in nicht trockner Luft, keine Vermehrung der Influenzelektricität verursachten, was nach Riefs ein entscheidender Beweis gegen Faraday's Theorie seyn würde, mufs offenbar derselben Ursache zugeschrieben werden, so dafs wirklich in Riefs's Abhandlungen nicht allein kein einziger Beweis wider jene Theorie zu finden ist, sondern die Anschauungsweise von Riefs ganz unzulänglich ist, derartige Erscheinungen zu erklären. Wenn jedoch diese Erscheinungen der Leitung zugeschrieben werden müssen, so müssen die Scheiben, sowohl die von Schellack als von Glas, in solch einem grofsen Maafse leitend seyn, dafs eine Trennung sowohl als eine Vereinigung positiver als negativer Elektricität in einem unermefslich kleinen Augenblicke zu Stande kommen kann, während es bei der ersten eine halbe Stunde, bei der zweiten kaum eine halbe Minute dauert, ehe ein Uebermaafs negativer Elektricität vorhanden ist, obgleich sie unter denselben Umständen und auf eben dieselben isolirende Stäbe gestellt waren. Hätte Riefs bei seinen Versuchen mehr Vorsorge beachtet und auch die Dauer der Versuche in Rechnung gebracht, so würde er darin allerdings eine Bestätigung von Faraday's Theorie gefunden haben; so würde er Vieles, was in seinen späteren Abhandlungen als weniger genau betrachtet werden mufs, vermieden haben.

Nachdem die verschiedenen gegen Faraday's Theorie erwähnten Bedenken widerlegt sind, bleibt uns noch zu untersuchen übrig, ob die Resultate unserer experimentellen Versuche ganz in Uebereinstimmung sind mit jenem Theile dieser Theorie, welcher sich auf das specifische Inductionsvermögen der Körper bezieht. Dafs die Scheibe *D*, in

den Raum zwischen *A* und *B* gebracht, so lange sie neu tral ist oder auch nachdem allmählig eine Trennung vo Elektricität stattgefunden hat, so dafs die eine Seite nega tiv und die andere eben so stark positiv geworden ist, ein Vermehrung der Influenzelektricität veranlassen mufs, i der Voraussetzung, dafs ihr specifisches Inductionsvermöge gröfser sey, als jenes der Luft, bedarf keines Beweise Aber auch dann, wenn die nach *A* zugewandte Seite d Scheibe, welche wir *a* nennen wollen, mehr negative Ele tricität enthält als die andere Seite *b* positive, oder auc in der Annahme, dafs die Seite *a* negativ, die Seite *b* neu tral sey, wird sie, dieser Theorie nach, anfangs eine Ver mehrung der Influenzelektricität verursachen müssen und zwar so lange, bis die negative Ladung auf *a* eine gewisse Gröfse erreicht hat. Denn nehmen wir an, dafs die erste Schicht Moleküle auf der Seite *a*, welche die Luftmole cüle begränzt, mehr negative als positive Elektricität enthält, so wird letztere, nachdem unter dem Einflusse der positiven Elektricität auf *A* in diesen Molekülen eine Trennung von Elektricität stattgefunden hat, vertheilend auf die Moleküle in einer folgenden Schicht einwirken und so weiter, bis endlich die der letzten Schicht an der Oberfläche *B* vertheilend auf die Luftmoleküle einwirkt; und nun ist es sehr wohl möglich, dafs diese Wirkung stärker ist als sie seyn würde, wenn die Scheibe nicht vorhanden und durch Luftmoleküle ersetzt wäre. Wenn die Quantität negativer Elektricität an der Oberfläche *a* zunimmt, so wird die ver theilende Wirkung auf die folgenden Moleküle und folg lich auch die auf die erste Schicht Luftmoleküle zwischen *B* und *B*, abnehmen, bis diese letztere endlich kleiner wir als sie seyn würde in dem Fall, dafs *D* durch Luftmole cüle ersetzt wäre; sodann wird der Einfluſs von *D* ein Verminderung der Influenzelektricität auf *B* hervorbringen Faraday's Theorie wird durch unseren experimentelle Versuch so überzeugend bestätigt, dafs ein weiterer Ver such eigentlich überflüssig ist. Rieſs hat aber nicht allei den Dimensionen der zu untersuchenden Scheiben einen gro

fsen Einfluſs zugeschrieben, sondern auch denen der metallenen Conductoren, zwischen welche diese Scheiben gestellt waren. Daſs der Einfluſs der Form und die Dimensionen der zu untersuchenden Scheiben bedeutend ist, besonders bei Scheiben, bei denen man eine starke Leitung an der Oberfläche beobachtet, erhellt schon aus dem Versuche mit den Glasscheiben. Bei dem Versuche der Scheibe *N*, welche den gröſsten Durchmesser hatte, wurde in nicht trockner Luft schon bei dem ersten Versuche und in trockner Luft viel eher als bei den anderen Scheiben, eine Verminderung wahrgenommen, obgleich die Glasscheiben aus einer selben Glasplatte geschnitten waren. Um auch den Einfluſs der Form des Conductors zu untersuchen, habe ich in meinem Apparate die Kupferscheiben *A* und *B* ersetzt durch Messingkugeln, welche wir auch *A* und *B* nennen wollen, deren Durchmesser 50 Mm. betrug und welche so gestellt waren, daſs die Entfernung der Mittelpunkte 50 Mm. war; die Linie, welche die Mittelpunkte der Kugeln vereinigte, war senkrecht gerichtet auf die Mitte der zu untersuchenden Scheiben, welche gleich weit von den Oberflächen beider Kugeln entfernt war. Noch muſs ich bemerken, daſs die Versuche sowohl in nicht trockner, als in trockner Luft mit dem mittelst der Glashülle überdeckten Apparate vorgenommen werden muſsten. Der Versuch fand nämlich in den Monaten Juli und August des vergangenen Jahres statt und während dieser Zeit stand das Haarhygrometer immer über 50°. Dadurch daſs man das Zimmer bis auf eine Temperatur von 30° C. erwärmte, wurde zwar der Stand des Hygrometers bis auf 46° zurückgebracht, aber auch dann noch waren die Glasscheiben und auch etliche andere schon negativ elektrisch, wenn sie sich dem Raume zwischen den Conductoren *A* und *B* näherten und bevor sie den bestimmten Stand eingenommen hatten. Dadurch, daſs man in dem überdeckten Apparate eine kleine Quantität Schwefelsäure stellte und die Oeffnung, welche sich in dem Tische bei *C* befindet, nur theilweise verschloſs, gelang es, den Feuchtigkeitszu-

stand im Apparate sehr genau uber...
mit demjenigen, bei welchem die vorigen Versuche v
genommen sind.

Die Resultate dieses Versuchs findet man in den f
genden Tabellen.

A'.

Schellackscheibe. Durchm. = 124mm. Dicke = 4mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. d. Scheib
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	34°	vermehrt	neutr
	4 „	„	„	„	neg.
	21 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	24	5	vermehrt	neutr
	8 „	„	„	„	neg.
	60 „	„	„	vermindert	„

C.

Schellackscheibe. Durchm. = 80mm. Dicke = 2mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. der Sch
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	35°	vermehrt	ne
	5 „	„	„	„	n
	21 „	„	„	vermindert	
II. In trockner Luft					
	0 „	24	3	vermehrt	
	15 „	„	„	„	
	60 „	„	„	vermind.-vermehrt	
	85 „	„	„	verminndert	

D.

Paraffinscheibe. Durchm. = 156mm. Dicke = 10mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*.	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	25°C.	39	vermehrt	neutr.
	4 „	„	„	„	neg.
	20 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	25 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	25	3	vermehrt	neutr.
	9 „	„	„	„	neg.
	30 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	85 „	„	„	vermindert	„

E.

Paraffinscheibe. Durchm. = 112mm. Dicke = 12mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24°C.	35°	vermehrt	neutr.
	5½ „	„	„	„	neg.
	35 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	20	5	vermehrt	neutr.
	7 „	„	„	„	neg.
	110 „	„	„	vermindert	„

F.

Paraffinscheibe. Durchm. 150mm. Dicke = 5mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zus der Scheibe
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24°C.	36°	vermehrt	neutr.
	5 „	„	„	„	neg.
	23 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	24	3	vermehrt	neutr.
	20 „	„	„	„	neg.
	65 „	„	„	vermindert	„

G.

Ebonitscheibe. Durchm. = 154mm. Dicke = 2mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zus der Scheibe
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24°C.	35°	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	1½ „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	20	7	vermehrt	neutr.
	2 „	„	„	„	neg.
	5 „	„	„	vermindert	„

H'.

Schwefelscheibe. Durchm. = 154mm. Dicke = 4mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24°C.	34°	vermehrt	neutr.
	1 „	„	„	„	neg.
	11 „	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	20°	7	vermehrt	neutr.
	12 „	„	„	„	neg.
	18 „	„	„	vermind.-vermehrt	„
	25 „	„	„	vermindert	„

J.

Glasscheibe. Durchm. = 50mm. Dicke = $1\frac{2}{3}$mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24°C.	35°	vermehrt	neg.
	5 sec.	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	22	6	vermehrt	neutr.
	1 „	„	„	„	neg.
	2 „	„	„	vermindert	„

K.

Glasscheibe. Durchm. = 80mm. Dicke = 1½ mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. der Schei
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	35°	vermind.-vermehrt	neg.
	5 sec.	„	„	vermindert	„
II. In trockner Luft					
	0 „	20	7	vermehrt	neutr
	½ „	„	„	„	neg.
	1½ „	„	„	vermindert	„

L.

Glasscheibe. Durchm. = 110mm. Dicke = 1½ mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. der Schei
I. In nicht trockner Luft	0 m.	24° C.	33°	vermindert	neg.
II. In trockner Luft					
	0 „	21	6	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	1 „	„	„	vermindert	„

L'.

Gefirnifste Glasscheibe. (Dieselbe Scheibe *L*.)

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
In nicht ckner Luft	0 m.	24° C.	35°	unverändert	neg.
	½ „	„	„	vermindert	„
In trockner Luft	0 „	20°	7	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	„	neg.
	2 „	„	„	vermindert	„

M.

Glasscheibe. Durchm. = 130^{mm}. Dicke = 1½^{mm}.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zust. der Scheibe *D*
In nicht ckner Luft	0 m.	24° C.	35°	vermindert	neg.
In trockner Luft	0 „	22°	7	vermehrt	neutr.
	½ „	„	„	vermindert	neg.

N.

Glasscheibe. Durchmesser = 150mm. Dicke 1½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zu der Scheibe
I. In nicht trockner Luft	0 m.	25° C.	35°	vermindert	neg.
II. In trockner Luft	0 „	22	6	unverändert	neutr.
	½ „	„	„	vermindert	neg.

O.

Glimmerscheibe. Durchm. = 155mm. Dicke = ½mm.

1.	2. Zeit	3. Therm.	4. Hygr.	5. Influenz-Elektricität auf *B*	6. Elektr. Zu der Scheibe
I. In nicht trockner Luft	0 m.	25° C.	34°	vermindert	neg.
II. In trockner Luft	0 „	24	7	vermindert	neg.

Aus diesem Versuche leuchtet ein, dafs Riefs x Recht der Form des Conductors einen bestimmten Ei fluſs zugeschrieben hat. In nicht trockner Luft waren au jetzt noch die Glasscheiben *L*, *M* und *C* schon negat elektrisch, ehe sie den Raum zwischen *A* und *B* erreich hatten, in Folge dessen sie schon sogleich eine Vermin derung der Influenzelektricität auf *B* verursachten. Auch die anderen Scheiben bewirkten in kürzerer Zeit eine Verminderung der Influenzelektricität auf *B* als bei den vorigen Versuche, bei dem die Conductoren Scheiben waren

Ferner war bei dem Versuche mit kugelförmigen Con ductoren die Vermehrung der Influenzelektricität auf *I*

wenn die nichtleitenden Scheiben in den Raum zwischen *A* und *B* gebracht wurden, viel kleiner als bei dem ersten. Daſs dieſs der Fall seyn muſste, ist nicht schwer zu zeigen.

Die Verstärkungszahl eines Condensators ist unter übrigens gleichen Bedingungen bedeutend kleiner für den Fall, daſs die Leiter Kugeln von bestimmtem Durchmesser sind, als wenn sie Scheiben desselben Durchmessers sind. Ist der Durchmesser der Scheiben nun beträchtlich gröſser, als jener der Kugeln, so wie dies der Fall war bei diesen Versuchen, so wird der Unterschied in der Verstärkungszahl noch gröſser seyn; denn diese letztere nimmt zu, wenn der Durchmesser der Scheiben gröſser wird. Wenn also der Scheibe *A* bei der ersten Reihe meiner Versuche dieselbe Elektricitätsmenge mitgetheilt würde als der Kugel *B* bei der zweiten, so wird im ersten Falle die ungleichnamige Influenzelektricitätsmenge auf der Scheibe *B* bedeutend gröſser seyn als die im zweiten Falle auf der Kugel *B*. Wenn wir nun annehmen können, daſs die Zahl, welche das specifische Inductionsvermögen einer Substanz vorstellt, constant, d. h. unabhängig von der Ladungsstärke von *A* ist, so wird, wenn wir diese Zahl durch *m* ausdrücken, indem man die Scheibe in den Raum zwischen *A* und *B* bringt, die Influenzelektricität auf *B* um einen *m*ten Theil vermehrt werden, in der Voraussetzung, daſs jener ganze Raum durch die Scheibe eingenommen würde. In unserem Falle würde jene Vermehrung also nicht so groſs, aber doch für dieselbe Scheibe eine constante Zahl seyn. Ist nun die Influenzelektricitätsmenge auf *B* bei dem Gebrauche kugelförmiger Conductoren kleiner als bei den scheibenförmigen, so wird für den ersten Fall die Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* durch den Einfluſs der nichtleitenden Scheibe auch kleiner seyn als für den zweiten.

Der Versuch mit Glasscheiben kann allerdings nur von wenig Bedeutung seyn, weil Glas in hohem Maſse leitend an der Oberfläche ist, wie es aus der Tabelle einleuchtet. Daſs Glas wenig geeignet ist zu derartigen Versuchen, wird auch von Anderen anerkannt. Der Meinung Fa-

raday's nach (1214) taugt es dafür nicht; durch Mat teucci's [1]) Resultate wird dieſs gleichfalls bestätigt; un Rieſs sagt, wie schon früher bemerkt ist, daſs Glasstäb wenn auch mit geschmolzenem Schellack überzogen, b der möglichst kurzen Berührung mit einem elektrisirte Körper, elektrisch werden. Zwar leuchtet aus den Ve suchen mit der Scheibe *L* ein, daſs eine Glasscheibe g eigneter ist, wenn sie gefirniſst ist, als wenn dieſs nicl der Fall ist. Die Glimmerscheibe war vor allem am meist leitend, so daſs wir den dadurch erhaltenen Resultat nicht den geringsten Werth beilegen können.

Es zeigte sich ferner aus der gröſseren Abweichu des Goldblattes, daſs je nachdem die nichtleitenden Sch ben von derselben Substanz dicker genommen wurden, d Vermehrung der auf *B* hervorgebrachten Influenzelektri tät desto gröſser war. Ich würde hieran vielleicht no einige Bemerkungen hinzufügen können, welche die Erfa rung mir als wahrscheinlich richtig eingeflöſst hat; alle ein ziemlich langwieriger Versuch über den elektrisch Zustande der nichtleitenden Körper hat mich gelehrt, u allgemeine Folgerungen zu ziehen, höchst vorsichtig seyn, weil man hierbei immer mit verschiedenen Einflüss zu schaffen hat, welche nicht zu trennen sind, so daſs e solcher Versuch ein weites Feld für Irrthümer öffnet. Ueb dieſs ist der einzige Zweck, welchen ich mir vorgese hatte, erreicht, weil ich mit Gewiſsheit schlieſsen zu kö nen glaube, daſs alle die Versuche, von welchen die R sultate nicht durch Leitung an der Oberfläche ungew gemacht werden, zur Bestätigung von Faraday's Theo führen. Und die Resultate würden ohne Zweifel noch me zum Vortheile dieser Theorie gewesen seyn, wenn es n möglich gewesen wäre, die Stäbe, auf welchen die nicl leitende Scheibe befestigt war, besser isolirend zu mache als es mir mit der gröſsten Vorsicht gelungen ist.

Die Ursache, warum ich meinen Apparat nicht so ge dert habe, daſs ich dadurch im Stande würde gewes seyn, das specifische Inductionsvermögen der Substanz

1) *Ann. de chim. et de phys.* 1049, *p.* 251, 160.

in Zahlen auszudrücken, ist erstens, wie ich schon früher bemerkt habe, diese, dafs es aus einem theoretischen Gesichtspunkte zwar von Interesse zu seyn scheint, das Daseyn dieser Eigenschaft der Substanz zu zeigen; aber dafs es anfangs weder theoretischen noch praktischen Werth hat, die Gröfse dieser in Zahlen zu kennen. Und zweitens würden die erhaltenen Zahlen doch nicht mit den von Anderen gefundenen zu vergleichen seyn und würden auch die Versuche unter eben denselben Umständen rücksichtlich der Temperatur und Feuchtigkeitszustand vorgenommen. Um vergleichbare Resultate zu bekommen, würde es überdiefs nothwendig seyn, dafs die Versuche von verschiedenen Naturforschern mit ganz übereinstimmenden Apparaten angestellt würden. Aufser der Form der Conductoren, deren grofser Einfluſs schon gezeigt ist, ist auch die Art, die Form und die Entfernung der Körper, welche sich in der Nähe befinden, nicht ohne Einfluſs. So mifst man mit einem sphärischen Condensator, wie dies von Faraday geschehen ist, nicht dasselbe, wie mit einem Condensator, dessen Conductoren Scheiben sind und welcher also übereinstimmt mit dem Apparate, dessen ich mich bedient habe.

Stellen wir uns, um dies zu zeigen, einen Condensator vor, dessen geladene innere Belegung *A* vollkommen kugelförmig, und ganz von der verschlossenen äufseren Belegung *B* umgeben ist, während Luft das isolirende Medium bildet. Wenn nun ein Theil der Luft plötzlich durch einen concentrischen festen Isolator ersetzt werden könnte, so dafs beide Oberflächen dieses Isolators mit den kugelförmigen Belegungen einen selben Mittelpunkt hätten, so würde dieſs allein zur Folge haben, dafs der Werth des Potentials kleiner würde, wie aus dem über diesen Gegenstand durch Thomson auf *p.* 34 seiner *„Papers on elektrostatics etc.“* Gesagten folgt. Die Vertheilung der Elektricität auf *A* würde dieselbe bleiben und die Influenzelektricitätsmenge auf *B* würde sich auch nicht ändern und also derjenigen auf *A* gleich bleiben mit entgegengesetztem Zeichen.

Sind jedoch beide Conductoren Scheiben, deren Hinterflächen mit Knöpfen versehen sind, mittelst deren sie

auf den isolirenden Stäben befestigt sind und deren ei geladen ist, so wird die Elektricität, wenn man einen fes Isolator in den Raum zwischen diesen Scheiben brin sich anders über die geladene Scheibe vertheilen in Fol des gröfseren specifischen Inductionsvermögens des Iso tors; eine gröfsere Anzahl Kraftlinien wird sich nach d Oberfläche des zweiten scheibenförmigen Conductors ric ten und dies wird eine Vermehrung der Influenzelektri tät auf letzterem hervorbringen, welche Vermehrung abhi gig seyn wird von der Form der geladenen Scheibe.

Wenn wir also, bei dem sphärischen Condensator, Luft ersetzen durch einen festen Isolator, so wird di eine Verminderung des Potentialwerthes auf der geladei inneren Belegung *A* zur Folge haben, ohne dafs dieses e Vermehrung der Influenzelektricität auf *B* verursachte; w rend bei einem scheibenförmigen Condensator, die Ersetz der Luft durch einen festen Isolator, auch wohl eine V minderung des Potentialwerthes auf der geladenen Schei aber zugleich eine Vermehrung der Influenzelektricität a hervorbringen wird.

Sowohl durch die eine, wie durch die andere Unter chungsweise wird der Einfluſs des Mediums bei der Ind tionswirkung überzeugend dargethan. Bei der Beobachtu verschiedener anderer Erscheinungen, welche sich auf F raday's Theorie beziehen, fanden wir keinen entscheid den Beweis für, aber eben so wenig irgend einen Bev wider diese Theorie. Durch beide Theorien, sowohl du die mathematische Elektricitätstheorie, wie durch die Faraday, kommen wir rücksichtlich dieser Erschein gen, wiewohl auf verschiedene Wege, zu gleichem Resul Aber der experimentelle Versuch, durch den das Das derjenigen Eigenschaft der Substanz, welche Farad specifisches Inductionsvermögen genannt hat, bestätigt wi hat sich auf entschiedene Weise zu Gunsten der Far day'schen Theorie ausgesprochen.

Leiden, März 1874.

III. *Mittheilungen aus dem mineralogischen Institut der Universität Strafsburg.*

1. Ueber die Krystallform und die thermoëlektrischen Eigenschaften des Speiskobalts; von Paul Groth.

Es ist bekannt, dafs die beiden Mineralien *Speiskobalt* und *Chloanthit* sich nur dadurch unterscheiden, dafs von den beiden, einander isomorph vertretenden Metallen, Kobalt und Nickel, in ersterem das Kobalt, in letzterem das Nickel relativ vorherrscht. Da hiernach keine eigentliche Gränze zwischen beiden existirt, so mufs dasjenige, was in Bezug auf Krystallform und chemische Constitution für das eine derselben gilt, ganz eben so auch für das zweite stattfinden. In Rücksicht darauf, dafs also eine Unterscheidung beider, nur durch quantitative Analyse möglich, für den Zweck vorliegender Untersuchung völlig gleichgültig war, sind im Folgenden unter dem Namen „*Speiskobalt*“ alle Variäten desselben, gleichviel ob sie mehr Kobalt oder mehr Nickel enthalten und also eigentlich Chloanthit genannt werden müfsten, zusammengefafst.

Die chemische Formel des Speiskobalts war bis jetzt keineswegs als festgestellt zu betrachten, da die Analysen desselben zu sehr verschiedenen Verhältnissen zwischen R = (Co, Ni, Fe) und As führen. Ein Theil von ihnen entspricht allerdings recht gut der Formel RAs^2, welche daher von vielen Mineralogen angenommen worden ist, in Hinblick auf die reguläre Krystallform des Speiskobalts, welche für eine Isomorphie desselben mit *Eisenkies*, FeS^2, und Kobaltglanz $(Co, Fe)(As, S)^2$, spricht. Diese Isomorphie ist indefs wieder vielfach bezweifelt worden, weil es bisher nicht gelungen war, am Speiskobalt solche Krystallformen zu entdecken, welche die pentagonale Hemiëdrie, wie diejenigen des Eisenkies und Kobaltglanz, zeigen, sondern nur Formen (Würfel, Oktaëder, Dodekaëder, Iko-

sitetraëder) an demselben bekannt waren, welche es zw
felhaft lassen, ob die Krystalle holoëdrisch oder pentag
nal-hemiëdrisch seyen.

Eine grofse Suite ausgezeichneter Handstücke von Spei
kobalt — gröfstentheils durch den Ankauf der an alte
namentlich sächsischen, Erzvorkommen sehr reichen Sam
lung des Bergmeisters Hrn. Perl in Marienberg, in d
Besitz der Universität Strafsburg gelangt — gestatten n
dem Verf. den bestimmten Nachweis zu führen, dafs dies
Mineral nicht nur in denselben hemiëdrischen Formen kr
stallisirt, wie Eisenkies und Glanzkobalt, sondern au
deren merkwürdige physikalische Eigenschaft besitzt, si
thermoëlektrisch gegen Kupfer theils positiv, theils nega
zu verhalten. Von jenen beiden Mineralien ist es sch
vor längerer Zeit von Marbach und Hrn. Haukel erkan
worden, dafs ihre Krystalle in der thermoëlektrischen Spa
nungsreihe der metallischen Körper entweder jenseits d
Antimons oder jenseits des Wismuths stehen, aber es
jenen Physikern nicht gelungen, einen krystallographisch
Unterschied zwischen positiven uud negativen Krystall
zu entdecken. Die Erforschung einer derartigen Differe
war der Gegenstand einer eingehenden Untersuchung, welc
G. Rose in Gemeinschaft mit dem Verfasser ausführ
und von der Ersterer einen vorläufigen Bericht bereits mi
getheilt hat (G. Rose, *über den Zusammenhang zwisch
hemiëdr. Krystallform und thermoëlektrischem Verhalten bei
Eisenkies und Kobaltglanz*; Monatsber. d. Berl. Akad. d
Wiss. 1870, siehe auch d. Ann. Bd. 142, S. 1), währen
die speciellen Resultate noch der Veröffentlichung harre
Mit dem Nachweis der vollkommenen Uebereinstimmun
in krystallographischer und physikalischer Beziehung zw
schen Speiskobalt, Eisenkies und Kobaltglanz, ist die Not
wendigkeit ihrer analogen chemischen Zusammensetzun
erwiesen, also für den Speiskobalt die Formel RAs^2.

Wie bereits oben bemerkt, ergeben die Analysen vie
fach von diesem Verhältnifs abweichende Zahlen, so di
noch neuerdings Hr. Rammelsberg (Zeitschr. d. deuts

geolog. Ges. Bd. 25, S. 282) seine bereits mehrfach veröffentlichte Ansicht, das in Rede stehende Mineral sey eine isomorphe Mischung von R = Co, Ni, Fe mit wechselnden Mengen As, zu vertheidigen suchte, eine Ansicht, welche in directem Widerspruch mit dem Begriff des Isomorphismus steht. Der Verf. hat bereits in seiner kürzlich erschienenen Schrift „Tabellar. Zusammenstellung der einfachen Mineralien, nach ihren krystallographisch-chemischen Beziehungen geordnet; Braunschw. 1874“ das Resultat der vorliegenden Untersuchung vorläufig mitgetheilt, aus welcher sich die Constitution des Speiskobalts als Zweifacharsenverbindung von Co, Ni, Fe ergiebt, so dafs man schliefsen mufs, dafs alle Analysen, welche davon abweichende Zahlen ergeben, mit unreinem Material angestellt worden sind. Die Mehrzahl derselben weisen einen zu niedrigen Gehalt an Arsen auf, was sich sehr einfach dadurch erklärt, dafs ein mechanisches Gemenge von Speiskobalt mit Einfacharsenkobalt analysirt wurde, einer Verbindung, welche, mit Speiskobalt zusammen vorkommend und hexagonal krystallisirend, von Hrn. Kenngott gefunden worden ist und deren Einmengung in ersteres Mineral wegen der gleichen Farbe beider nicht wohl erkannt werden kann; wie wahrscheinlich aber eine solche Beimengung als sehr gewöhnlich anzunehmen ist, beweist die Häufigkeit der Einschlüsse von Ni As (*Rothnickelkies*) im Chloanthit, als oder gleichen Erscheinung bei den entsprechenden Nickelverbindungen, nur dafs man hier die Mengung durch die Verschiedenheit der Farbe leichter zu erkennen vermag. Dazu kommt nun noch, dafs für viele der vorliegenden Analysen von Speiskobalt nicht Krystalle, sondern derbe Stücke verwendet wurden, wobei natürlich noch weniger Gewähr für Homogenëität der Substanz geleistet ist. Die wenigen Analysen, welche noch mehr Arsen ergaben, als der Formel $R As^2$ entspricht, erklären sich durch Beimengung von $Co As^3$ (Tesseralkies). Dieses Beispiel beweist von Neuem, wie nothwendig es ist, bei chemischer Untersuchung undurchsichtiger Mineralien, bei denen

also eine mikroskopische und optische Prüfung im durch fallenden Lichte nicht möglich ist, die Resultate nur dann als sicher anzusehen, wenn sie in vollem Einklange mi den, aus den krystallographischen und physikalischen Eigen schaften sich ergebenden Schlüssen stehen.

Im Folgenden sind nun die Beobachtungen, welche, a Speiskobalt von verschiedenen Fundorten angestellt, zu Erkennung der Hemiëdrie desselben und seiner physika lischen Eigenschaften dienten, mitgetheilt:

1. *Sp. aus dem Kinzigthal.* Combination von Hexaëde und anscheinend Oktaëder, dessen Flächen aber bei nähe rer Betrachtung sich als aus je drei Facetten zusammen gesetzt erweisen, deren sehr stumpfe Kanten unsymmetrisc gegen die Combinationskanten $\infty O \infty : O$ liegen, welche als einem Dyakisdodekaëder angehören (dem parallelflächige Hälftflächner eines oktaëderähnlichen Hexakisoktaëders). Die kleinen Flächen dieser Form waren indefs so gerundet, dafs eine Bestimmung des Parameterverhältnisses unmöglich war. Thermoëlektrisch verhält sich ein Theil der Krystalle gegen Kupfer positiv, die anderen negativ [1]).

2. *Sp. von Riechelsdorf in Hessen*: Combin. $\infty O \infty$, O; die Flächen des ersteren zeigen deutlich durch Rundung nach zwei gegenüberliegenden Kanten die Andeutung eines Pentagondodekaëders; diese Krystalle waren einfach negativ. Andere sehr verzerrte Krystalle desselben Fundortes waren negativ mit einzelnen positiven Stellen.

3. *Sp. von Andreasberg*: Combination $\infty O \infty$, O; einfach negativ.

4. *Sp. von Schwarzenberg in Sachsen*, $\infty O \infty$, O. Negativ.

5. *Sp. von Freiberg*: $\infty O \infty$, ∞O, O. Negativ.

6. *Sp. von Annaberg*: 1) Einfache glatte Hexaëder, deren stets mehrere unregelmäfsig durch einander gewachsen sind; von solchen ist oft der eine positiv, der andere negativ; einzeln aufgewachsen oft einfach positiv. 2) Gerundet

1) Die thermoëlektrischen Versuche wurden genau so angestellt, wie diejenigen am Eisenkies und Glanzkobalt, s. l. c.

Würfel ohne Streifung mit ∞O und 2 0 2; die beider letzteren Krystallformen sind eben, aber h eine sehr feine Streifung, in erhabenen Leist- : durch eine sehr starke Loupe erkennbar) beste- :he auf den Dodekaëderflächen in zwei schiefwink- lurchschneidenden Systemen auftreten, deren je einer benachbarten Ikositetraëderfläche, und zwar er Kante derselben mit $\infty O \infty$, fortsetzt. Die hat darnach diejenige Richtung, welche eine Zwil- ung haben müfste, bei welcher eingelagerte Zwil- len nach mehreren Oktaëderflächen den Krystall :n. Auf den Flächen von 2 0 2 zeigt sich aufser- eine zweite Streifung, mehr unregelmäfsig wulst- :nkrecht gegen die vorige, also parallel den Kan-) O. Thermoëlektrisch sind die zuletzt beschrie- ystalle negativ.

:. *von Wolkenstein*: Sämmtliche Krystalle dieses , welche von sehr verschiedenem Ansehen vor- erwiesen sich als negativ; so verzerrte Krystalle . $\infty O \infty$, O, ∞O, 2 0 2, lang ausgedehnt durch hen von vier Flächen des Hexaëders; sowie an- der Form $\infty O \infty$, ∞O mit theilweise matten, glänzenden Dodekaëderflächen, welche auf eine ildung mit unregelmäfsigen Gränzen hindeuten. bemerkenswerth sind unter den Wolkensteiner :: 1) Glänzende Würfel mit schöner pentagon- ischer Streifung, also parallel einem Hexaëder- r und auf den benachbarten Würfelflächen sich lig kreuzend, wie es beim Eisenkies (z. B. von) so häufig vorkommt. Die Streifung rührt von etwas gerundeten, aber doch ungefähr meſsba- :n zweier Pentagondodekaëder her; es wurde im funden die Neigung des einen gegen $\infty O \infty$ ', des anderen $= 173^\circ 54'$; daraus folgen ihre

$$\left[\frac{\infty O 5}{2}\right] \text{ und } \left[\frac{\infty O 10}{2}\right],$$

welche für jene Winkel die theoretischen Werthe 168° und 173° 43′ erfordern. 2) Matte grofse Würfel mit ei weniger deutlichen Streifung durch Pentagondodekaëd die Flächen der letzteren Formen, welche aufser der St fung zugleich eine beträchtliche Rundung der Hexaëd flächen nach zwei gegenüberliegenden Kanten verursach sind aber selbst so gerundet, dafs bei Messungen mitt des Eintretens des Lichtschimmers auf den Flächen w rend einer längeren Drehung fast fortwährend einz Flächentheile Licht reflectirten. Die Einstellung auf Schimmermaxima deuten das Vorhandenseyn einer Re von Pentagondodekaëdern an, nämlich:

$$\left[\frac{\infty O \frac{1}{3}}{2}\right], \left[\frac{\infty O \frac{1}{4}}{2}\right], \left[\frac{\infty O 2}{2}\right], \left[\frac{\infty O \frac{1}{5}}{2}\right], \left[\frac{\infty O 4}{2}\right],$$

doch sind die angestellten Messungen zu ungenau, um Auftreten aller dieser Formen als sicher festgestellt trachten zu können.

8. *Sp. von Schneeberg in Sachsen.* Die Krystalle diesem Fundort, welche bekanntlich in den Sammlun am meisten verbreitet sind, erwiesen sich, soweit sol thermoelektrisch untersucht wurden, sämmtlich als neg gegen Kupfer; sowohl die einfachen glatten Hexaëder, die Combinationen von $\infty O \infty$, ∞O, O, ferner die sogena ten „gestrickten" Aggregate, endlich solche Krysta welche durch Vorherrschen einzelner Flächen von 2 rhomboëdrisch verzerrt erscheinen. Unter den Schneeb ger Handstücken befindet sich eins mit sehr flächenreic Combinationen, welche nicht minder beweisend für pentagonale Hemiëdrie des Speiskobaltes sind, als die o beschriebenen von Wolkenstein. Fig. 1. Taf. V zeigt selben in einer Projection auf eine Hexaëderfläche a; au dem Oktaëder o, dem Dodekaëder d und dem Ikosite ëder $2\,0\,2 = i$, erscheinen noch sehr grofs die Flächen Pentagondodekaëders $p = \left[\frac{\infty O 3}{2}\right]$ und eines Dyakisdod ëders x. Die Krystalle, von 2 Centm. Durchmesser, so matt, dafs sie nicht mit dem Reflexionsgoniometer

messen werden können; das Zeichen des Pentagondodekaëders ergab sich aber aus dem mit Sicherheit zu beobachtenden Parallelismus seiner Combinationskanten gegen 202 mit dessen Kanten (s. die Zone $x i' i'' p'$ in der Fig. 1); bestätigt wurde dasselbe auch noch durch eine Messung der gröfsten Flächen mit dem Anlegegoniometer, welche ergab: $p : a = 162°$ (berechnet: $161\frac{1}{2}°$). Das Dyakisdodekaëder x stumpft die Combinationskanten $p : i$ ab und ist in einem stumpferen Winkel gegen p geneigt, so dafs es ungefähr das Zeichen $\left[\frac{8 O \frac{8}{7}}{2}\right]$ haben dürfte. Eine sichere Bestimmung liefs sich indefs von demselben nicht ausführen, da seine Flächen für die Benutzung des Anlegegoniometers zu schmal waren.

Fassen wir die Resultate der vorstehenden Arbeit kurz zusammen, so ergiebt sich Folgendes:

Der Speiskobalt zeigt gewöhnlich nur Krystallformen des regulären Systems, welche der holoëdrischen und parallelflächig hemiëdrischen Abtheilung desselben gemeinsam sind, nämlich $\infty O \infty$, O, ∞O, 202, daher er bisher für holoëdrisch gehalten wurde. Selten finden sich dagegen andere Flächen, z. B. $\infty O 3$, $\infty O 5$, $\infty O 10$ und Hexakisoktaëder, diese treten aber stets hemiëdrisch als *Pentagondodekaëder*, resp. *Dyakisdodekaëder* auf; *der Speiskobalt krystallisirt demnach pentagonal-hemiëdrisch.*

Dieses Mineral zeigt ferner die physikalische Eigenthümlichkeit, dafs ein Theil der Krystalle, bei Weitem die Mehrzahl, gegen Kupfer sich *thermoëlektrisch negativ*, die anderen *positiv* verhalten. Diese Eigenschaft ist aufserdem nur an dem Eisenkies und Kobaltglanz bekannt, zwei Mineralien, deren chemische Constitution analog ist derjenigen, welche sich aus den Analysen des Speiskobalts mit grofser Wahrscheinlichkeit herleiten läfst. *Die Hemiëdrie und die thermoëlektrischen Eigenschaften des Speiskobalts beweisen, dafs er vollkommen isomorph mit Eisenkies und Kobaltglanz, und dafs demnach seine chemische Zusammensetzung* = (Co, Ni, Fe) As^2 *ist.*

2. Ueber die chemische Zusammensetzung des Leadhillit's ; von Dr. C. Hintze.

Vor zwei Jahren beschrieb [1]) Hr. Prof. Laspeyres ein neues Mineral von der Bleierzgrube Mala-Calzetto bei Iglesias auf der Insel Sardinien, für das er nach Herrn Bergrath Max Braun in Moresnet den Namen Maxit vorschlug, weil Hr. Braun das Mineral nach Deutschland gebracht hatte.

Hr. Laspeyres bestimmte das spec. Gew. = 6,874 und seine Analyse ergab die Formel

$$5\,Pb\,SO_4 + 9\,Pb\,C\,O_3 + 4\,Pb\,O,\ 5\,H_2O$$

Die Krystallform war nicht zu bestimmen, jedoch zeigten die übrigen Eigenschaften, die optischen, sowie Härte, Glanz und Spaltbarkeit eine auffallende Aehnlichkeit mit denen des Leadhillits, der indefs das spec. Gewicht 6,26 bis 6,44 besitzt und dem bisher die Formel

$$Pb\,SO_4 + 3\,Pb\,C\,O_3$$

gegeben wurde.

Einige Zeit darauf publicirte [2]) Hr. Bertrand in Paris, dafs er den Leadhillit, dessen Vorkommen bisher nur von Schottland und dem Ural sicher bekannt war, bei Iglesias auf Sardinien aufgefunden habe und zwar in allen Eigenschaften vollkommen übereinstimmend mit dem schottischen; nur das spec. Gew. fand Hr. Bertrand etwas wenig höher, nämlich = 6,60. Da auf diese Weise das Zusammenvorkommen des Leadhillit mit dem ihm so ähnlichen Maxit constatirt war, sprach schon Hr. Bertrand die Vermuthung aus, dafs beide identisch wären, und versuchte den Unterschied im specifischen Gewicht und der chemischen Constitution durch die Annahme zu erklären, dafs der Maxit ein durch angehende Zersetzung und Wasseraufnahme veränderter Leadhillit sey.

1) Neues Jahrb. für Min. v. Leonhard und Geinitz 1872, 508. — Journ. für prakt. Chemie V, 470, Jahrg. 1872.

2) *Bull. de la soc. chim. de Paris* 1873, *T. XIX*, *p.* 67. Berichte der deutsch. chem. Gesellsch. 1872, No. 19, 1058.

iner Entgegnung[1]) machte Hr. Laspeyres mit
iergegen geltend, dafs jener Annahme der Umstand
:eche, dafs gerade der Maxit klar und durchsichtig
ırend der Leadhillit meist ein trübes und verwit-
ussehen hat und schliefslich doch durch die Auf-
'on Wasser das specifische Gewicht nur vermindert
ıt erhöht werden kann.
r diesen Umständen blieb die Streitfrage unent-
, und es schien mir keine undankbare Aufgabe, die-
ır Erledigung zu bringen.
Laspeyres sprach in seiner Arbeit die Vermu-
ıs, dafs eins von den beiden Stücken Maxit, die
ıun aus Sardinien mitgebracht hatte, mit dessen
ensammlung in die hiesige Universitätssammlung
angen sey. Ich unterzog den fraglichen Krystall
betreffenden Stufe einer krystallographischen Un-
ıng, die wegen der günstigen Stellung des Kry-
ıit dem Reflexionsgoniometer ausgeführt werden
jedoch stellte sich heraus, dafs ich nur einen Blei-
ystall, freilich von nicht gewöhnlichem Habitus,
hatte; auch ein losgetrennter Splitter ergab bei
ılyse nur Schwefelsäure und Bleioxyd, ohne Koh-
. In der ganzen Suite sardinischer Bleierze, die
Braun'schen Sammlung herstammt, fand ich auch
was sich hätte als Leadhillit oder Maxit anspre-
ıssen.
ersuchte ich Hrn. Braun um die Gefälligkeit, mir
terial von Maxit, dasselbe, welches zur Untersu-
ınd Aufstellung des Maxit als neues Mineral von
les Hrn. Laspeyres gedient hatte, und das ein-
Deutschland befindliche ist, anzuvertrauen und Hr.
war so liebenswürdig, meiner Bitte sofort auf das
illigste nachzukommen.
Spaltungsstücke des Minerals, denn nur solche sind
farblos, durchsichtig, mit Fettglanz auf den Bruch-
und diamantartigem Perlmutterglanz auf der Spal-

[1]) Jahrb. für Min. 1873, 392.

tungsfläche. Senkrecht auf letzterer, wie auch Hr. Las peyres angiebt, steht die erste optische Mittellinie, inde man durch jedes Spaltungsblättchen im convergenten p larisirten Licht die optischen Axen erblickt und zwar v so symmetrischer Lage und Dispersion, dafs kein Zweif über das rhombische System des Minerals bleibt. He Laspeyres beschreibt, dafs man oft durch die Spaltung lamellen „unregelmäfsige, verworrene, durch einander g würfelte Ringsysteme“ sehe. Wenn man jedoch genau zusieht, so nimmt man wahr, dafs diese Erscheinung durc Zwillingsbildung hervorgebracht wird und sich die Ring systeme unter 60° schneiden. Unter dem Mikroskop zeig auch fast jedes Blättchen eine Streifung, nach drei sic unter 60° schneidenden Richtungen, wie sie für die Dri linge des rhombischen Systems so charakteristisch ist. Die selbe Zwillingsverwachsung mit ganz derselben Ausbildun ist auch am Leadhillit bekannt.

Die Doppelbrechung ist ziemlich stark und negativ Der spitze scheinbare Axenwinkel wurde bereits von Hrn Laspeyres bestimmt. Da dieser Forscher sich jedoch zur Herstellung einfarbigen Lichtes farbiger Gläser bedient und selbst angiebt, dafs dieselben im Spectroskop nicht ho mogen waren, so wiederholte ich die Bestimmungen mi farbigen Flammen, durch Lithium, Natrium und Thallium gefärbt, einer Methode, die viel genauere Resultate gieb als die andere. Es wurde gefunden für

	Hintze	Laspeyres
roth	18° 36′	19° 38′
gelb	19 28	
grün	19 41	
blau		22 45,

woraus man ersieht, dafs der von Hrn. Laspeyres f roth gefundene Winkel dem für gelb entspricht. Ve gleiche man diese optischen Axenwinkel mit denen d Leadhillit nach Messungen von Des Cloizeaux, V. Lang und mir:

	Des Cl.	v. Lg.	H.
roth	20° 32′	15°	20°
gelb		20	20 20′
grün			20 45
blau	22 22	25	

ebt sich eine Uebereinstimmung zwischen Maxit und llit, wie sie bei der wegen ungünstiger Beschaffen- r Platten des Leadhillit stattfindenden Differenz der igen unter einander überhaupt möglich ist.

anntlich besitzt nach Untersuchungen von Des aux der Leadhillit die Eigenschaft, dafs bei erhöh- nperatur eine bedeutende Verengerung des spitzen s der optischen Axen eintritt, bis sich schliefslich ereinigen.

nn Des Cloizeaux's Messungen [1]) hierüber an edenen Platten wenig unter einander übereinstimmen, d der Grund davon seyn, dafs der Krystall nicht e Temperatur besafs, wie sie die Thermometer an- , theils wegen nicht genügend langer Erwärmung icher Temperatur, theils weil an dem Erhitzungsap- dessen sich Des Cloizeaux bedient, die Thermo- ziemlich weit vom Krystall entfernt sind. Bei mei- rsuchen wurden beide Fehlerquellen vermieden, letz- urch die Benutzung des verbesserten Groth'schen ngsapparates. Die folgende Tabelle enthält nun einander gestellt meine Resultate, die ich für die ung des Winkels der optischen Axen bei steigen- mperatur erhielt: für rothes Licht:

Maxit		Leadhillit	
Temperatur	Axenwinkel	Temperatur	Axenwinkel
20° C.	18° 36′	20°	20°
34	18 20		
		46	18
50	17 36		
56	14 56		
		60	16

[1]) *Nouvelles Recherches p. 72.*

Maxit		Leadhillit	
Temperatur	Axenwinkel	Temperatur	Axenwinkel
66°	14° 5′		
77	13 12	78°	13°
83	12 25		
86	11 10	85	11
89	10 45		
93	9 45		
98	7 30	97	8
100	5 35		
104	4 5	105	3
108	3 50	109	2
112	1 10		
118	0 15		
125	0	122	0.

Von da an blieben beide Platten, sowohl die des Ma als die des Leadhillit einaxig, ohne daſs bei noch höhe Temperatur, selbst bei 250°, die Axen, wie dies bei an ren Mineralien der Fall ist, nach der anderen Seite wie auseinander gegangen wären. Beim Abkühlen gingen Axen gegen ihre ursprüngliche Lage hin zurück, jed viel langsamer als sie beim Erhitzen dieselbe verlas hatten und ohne sie ganz wieder zu erreichen:

Maxit		Leadhillit	
Temperatur	Axenwinkel	Temperatur	Axenwinkel
100°	3°	105°	2°
90	5	75	4
74	5 30		
50	6		
		30	8
25	10°	26	9° 5.

Es zeigte sich nun die interessante Erscheinung, d die Platten bei dieser Abkühlungstemperatur ziemlich ra trübe wurden und bei abermaligem Erhitzen zwischen und 70° wieder durchsichtig und bereits bei ungefähr 1 einaxig wurden. Von da an blieben sie wie vorher ge gröſsere Wärme unempfindlich. Die Axen kehrten

abermaligem Abkühlen gegen ihre erste Lage hin zurück; als sie wie beim ersten Versuch bei ungefähr 25° wieder bis auf einen Winkel von 10° auseinander gegangen waren, trat auch dieselbe Undurchsichtigkeit ein, wie beim ersten Abkühlen. Dieses Experiment wurde fünf Mal wiederholt und immer mit dem gleichen Erfolg. Die erkalteten Platten zeigten unter dem Mikroskop keine krystallinischen Ausscheidungen, welche die Ursache der Undurchsichtigkeit hätten seyn können und die sich in der Wärme wieder auflösen könnten, nur zeigten sich verschwommene bräunliche Flecke, die beim Erhitzen unter dem Mikroskop langsam verschwanden und beim Erkalten wieder auftraten.

Obgleich nun die Messungen am schottischen Leadhillit wegen zahlreicher in die untersuchte Platte eingewachsener Zwillingslamellen weniger genau sind, als die der Maxitplatte, so zeigt doch die vollständige Uebereinstimmung aller dieser eigenthümlichen Erscheinungen, daſs von einer specifischen Verschiedenheit zwischen Leadhillit und Maxit nicht mehr die Rede seyn kann.

Nach diesen Resultaten konnte die an kleinen Splittern im Pyknometer von Hrn. Laspeyres angestellte Bestimmung des specifischen Gewichtes vom Maxit nicht als richtig angesehen werden, da nach derselben eine erhebliche Differenz gegenüber dem Volumgewicht des Leadhillit vorhanden gewesen wäre. Es wurde deshalb nicht im Pyknometer, sondern durch die viel genauere Methode vermittelst Aufhängens eines ganz reinen und ziemlich groſsen Spaltungsstückes am Platindraht in Wasser eine Bestimmung ausgeführt und diese ergab für den Maxit das specifische Gewicht von 6,547 bei 18°,9 C., mithin weniger von dem des schottischen verschieden, als die Schwankungen an diesem bei verschiedenen Stücken betragen: 6,26 bis 6,44.

Schlieſslich wurden 0,6854 Gr. zu einer Analyse verwendet. Da das Mineral im Thermostat nach Hrn. Laspeyres bei 100° C. nur 0,099 Proc. Luftfeuchtigkeit und

wie ich mich überzeugte nach dem Trocknen im Exsiccator, bei 100° gar nichts verliert, wurde dasselbe vorher nicht erhitzt, damit nicht durch eine leicht höher steigende Temperatur etwas Wasser oder Kohlensäure entweichen könnte, sondern nur im Exsiccator getrocknet und dann im wasser- und kohlensäurefreien Luftstrome mäfsig erhitzt. Dadurch wird zwar alles vorhandene Wasser ausgetrieben, jedoch nicht alle Kohlensäure, wie auch Hr. Laspeyres erwähnt. Weil indefs bei stärkerem Glühen sich bekanntlich das Bleisulfat zu zersetzen beginnt unter Abgabe von schwefliger Säure, so wurde die Austreibung des Restes der Kohlensäure nicht durch Glühen, sondern vorsichtig im Kohlensäureapparat vollendet und schliefslich die Schwefelsäure als Baryumsulfat bestimmt, das Blei durch Schwefelwasserstoff gefällt und zu Bleisulfat oxydirt gewogen.

Die Analyse ergab

$$\begin{aligned} PbO &= 80{,}80 \\ SO_2 &= 8{,}17 \\ CO_2 &= 9{,}18 \\ H_2O &= 2{,}00, \end{aligned}$$

daraus berechnet sich die Formel

$$2\,PbSO_4 + 4\,PbCO_3 + PbO + 2\,H_2O,$$

welche verlangt

$$\begin{aligned} PbO &= 80{,}76 \\ SO_3 &= 8{,}27 \\ CO_2 &= 9{,}11 \\ H_2O &= 1{,}86. \end{aligned}$$

In der folgenden Tabelle sind nun zum Vergleich damit die Analysen des Maxit von Hrn. Laspeyres und des Leadhillit von Hrn. Bertrand, sowie die älteren von Berzelius, Stromeyer, Thomson und Irving zusammengestellt:

	Ber.	H.	Lasp.	Bertr.	Berz.	Strom.	Thoms.	Irvg.
PbO =	80,76	80,80	81,89	80,72	80,45	80,84	80,81	78,13
SO^3 =	8,27	8,17	8,14	7,14	7,58	7,21	7,24	7,66
CO_2 =	9,11	9,18	8,08	12,12	11,67	11,95	11,96	11,20
H_2O =	1,86	2,00	1,87	—	—	—	—	—

Die Menge des Bleioxyds stimmt bei allen Analysen m besten überein und Hr. Laspeyres allein weicht darin b. Dagegen kommt bei der Schwefelsäure meine Bestimmung der von Hrn. Laspeyres am nächsten. Wenn im llgemeinen zu wenig Schwefelsäure gefunden wurde, so ıt der Grund davon darin zu suchen, dafs beim Glühen ım Austreiben der Kohlensäure nur allzu leicht schon :hweflige Säure mit entweicht, was auch beim Kochen n Kohlensäureapparate vorkommen kann. Den Beweis afür liefern die Angaben von Hrn. Laspeyres: im Glühıckstande fand er nur

7,96 Proc. SO_3,

n ungeglühten Mineral

8,32 Proc. SO_3.

Dadurch und dafs vor Hrn. Laspeyres alle Forscher ·en Wassergehalt übersehen haben, fallen die Kohlensäure·estimmungen zu hoch aus, indem die Procente der Kohensäure nicht nur diese, sondern auch das Wasser und twas schweflige Säure zusammen enthalten. Dafs Herr ·aspeyres zu wenig Kohlensäure fand, liegt wohl daran, afs sich bekanntlich durch Glühen allein die Kohlensäure ie vollständig austreiben läfst und schon viel früher, als efs annähernd erreicht werden kann, die schweflige Säure ıtweicht.

Dafs nun die früheren Forscher wirklich den Wasserhalt des Leadhillit übersehen haben, geht daraus hervor, fs der schottische Leadhillit ebenso, wie der sogenannte

Maxit im Kölbchen Wasser abgiebt; er decrepitirt ebenso, wie der letztere, wird beim stärkeren Glühen gelb, beim Erkalten wieder weifs, ganz wie jener. Den Beweis dafür, dafs die Zersetzung bei höherer Temperatur bei beiden vollständig gleich vor sich geht, erhält man dadurch, dafs gleiche Mengen (0,5 Gr.) vom schottischen Leadhillit und dem sogenannten Maxit zu gleicher Zeit im Thermostat erhitzt, folgendes übereinstimmende Verhalten zeigen. Nachdem beide vorher gleich lange im Exsiccator getrocknet waren

findet bei 100° C. gar kein Verlust statt:
bei 200° C. geht kaum 0,1 Proc. fort;
bei 200° C. beginnt die Zersetzung

und es verlor der

	Leadhillit	sog. Maxit
nach 1 Stunde	0,489 Proc.	0,445 Proc.
nach 5 Stunden	0,848 „	0,850 „
nach 10 Stunden	0,978 „	0,966 „
nach 15 Stunden	1,346 „	1,353 „
nach 20 Stunden	1,735 „	1,739 „

Zugleich geht hieraus hervor, dafs die beiden Wassermolecüle sich nicht getrennt austreiben lassen.

Ob der Susannit, der für eine dimorphe Modification des Leadhillits gehalten wird und hexagonal rhomboëdrisch krystallisirt, auch wasserhaltig ist oder eine wasserfreie Verbindung repräsentirt, wäre nur durch eine neue Untersuchung festzustellen, die ich jedoch nicht auszuführen vermochte, da die hiesige Universitätssammlung noch nichts von dem äufserst seltenen Mineral besitzt.

Fassen wir nun die Resultate der vorliegenden Untersuchung zusammen, so sind es die folgenden:

1) Die chemische Zusammensetzung des Leadhillit ist

nicht $PbSO_4 + 3PbCO_3$,

wie bisher angenommen wurde,

sondern $2PbSO_4 + 4PbCO_3 + PbO + 2H_2O$.

2) Der als neues Mineral von Hrn. Laspeyres aufgestellte Maxit ist identisch mit dem Leadhillit.

3. Krystallographische Untersuchungen über Verbindungen von Aldehyden mit aromatischen Kohlenwasserstoffen; von Dr. C. Hintze.

In einer Reihe von Untersuchungen [1]), deren erste Mittheilung am Anfang des Jahres 1872 erschien, über die Verbindungen von Aldehyden mit aromatischen Kohlenwasserstoffen, hat Prof. Baeyer gezeigt, dafs im Aldehyd, analog wie in Säuren, ein Sauerstoffatom durch zwei Kohlenwasserstoffgruppen bei Gegenwart von concentrirter Schwefelsäure, die als Wasser entziehender Factor mitwirkt, ersetzt werden kann. Bei den so entstehenden Körpern verbindet sich also ein Aldehydmolecül mit zwei Kohlenwasserstoffmolecülen unter Wasserabspaltung derartig, dafs das Aldehydmolecül das Sauerstoffatom und die beiden Kohlenwasserstoffmolecüle je ein Wasserstoffatom zur Wasserbildung abgeben, ein Vorgang, der durch folgende Gleichung veranschaulicht wird:

$$C_2H_4O + 2\,C_6H_6 - H_2O = C_2H_4(C_6H_5)_2$$

Aldehyd + Benzol − Wasser = Diphenylaethan

Eine Anzahl dieser Verbindungen läfst sich nun in Krystallen erhalten, die zu genaueren krystallographischen, z. Th. auch optischen Untersuchungen geeignet sind, deren Resultate im Folgenden gegeben werden sollen, nebst einigen theoretischen Bemerkungen über den Zusammenhang zwischen Krystallform und chemischer Constitution der beschriebenen Körper.

Das Material zu der vorliegenden Arbeit verdanke ich den HH. Drr. Goldschmiedt und Zeidler, welche dasselbe bei ihren Untersuchungen [2]) erhalten hatten, die sie auf Veranlassung des Hrn. Prof. Baeyer in dieser Richtung vornahmen.

1) Ber. der deutsch. chem. Gesellsch.: V. 25,280, 1094. VI. 220.

2) Dr. Goldschmiedt: Ber. der deutsch. chem. Gesellsch. VI. 985. 1501. Dr. Zeidler: Inaugural-Dissertation, im eignen Verlag erschienen.

Aus Chloral und Benzol entsteht unter Wasserabspaltung das

Ditolyltrichloraethan (Fig. 2, Taf. V)

$$C Cl_3 C H (C_7 H_7)_2,$$

nach der Gleichung

$$C Cl_3 HO + 2 C_7 H_8 - H_2 O = C Cl_3 C H (C_7 H_7)_2$$

Chloral + Toluol — Wasser = Ditolyltrichloraethan

Krystallsystem: Monoklinisch,

Axenverhältnifs [1]):

$$a : b : c = 0{,}77545 : 1 : 1{,}8783,$$

Axenschiefe $a c = 99°48'$, 8.

Beobachtet wurden folgende Flächen:

$p = \infty P = (a : b : \infty c)$,
$c = 0 P = (\infty a : \infty b : c)$
$o = +P = (a' : b : c)$
$a = \breve{P}\infty = (\infty a : b : c)$.

Die mir vorliegenden Krystalle, farblos bis gelblich und ziemlich durchsichtig, ohne ausgezeichnete Spaltungsrichtung, sind tafelartig nach der Basis ausgebildet; Prisma und Hemipyramide sind von nahezu gleicher Ausdehnung; das Klinodoma kommt seltener vor; die Flächen, namentlich die der Hemipyramide, sind häufig gewölbt.

Bei der folgenden Winkeltabelle, wie bei den späteren, sind die zur Berechnung verwertheten Winkel mit *, die wegen ungünstiger Beschaffenheit der Flächen ungenaueren Messungen mit appr. und bei Hemipyramidenkantenwinkeln die in der Symmetrieebene gelegene Kante mit (Symm.) bezeichnet

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a) =	*	105° 14'
$c : p$ =	*	97 47
$d : d$ (über c) =	56° 46'	56 46
$c : d$ =	*	118 23
$p : d$ =	126° 45', 8	126 49
$c : o$ =	101 0, 5	101 12 appr.
$o : p$ =	161 12, 5	161 1 appr.
$o : o$ (Symm.) =	106 3'.	

1) Klinodiagonale zu Orthodiagonale zu Vertikale.

Die optischen Axen, von denen eine durch die Basis sichtbar ist, liegen in der Symmetrieebene. Die Doppelbrechung ist mäfsig stark und positiv. Nach einer Messung mit dem Groth'schen Stauroskop [1]) macht die Axe der kleinsten Elasticität für weifses Licht in der Symmetrieebene mit der Basis einen Winkel von 76° 4', und zwar in der Lage, wie Fig. 3, Taf. V zeigt. Der spitze scheinbare Winkel der optischen Axen mifst in Luft

für roth = 85° 19'
gelb = 85 5
grün = 84 35

wobei zur Erzeugung des einfarbigen Lichtes eine Lithium-Natrium- und Thalliumflamme angewandt wurde.

Schmelzpunkt 89°.

Diphenyltribromaethan (Fig. 4), Taf. V.

$$C\,Br_3\,C\,H\,(C_6\,H_5)_2$$

entsteht aus Bromal und Benzol nach der Gleichung

$$C\,Br_3\,C\,H\,O + 2\,C_6\,H_6 - H_2\,O = C\,Br_3\,C\,H\,(C_6\,H_4)_2$$

Bromal + Benzol — Wasser = Diphenyltribromaethan

Krystallsystem: Monoklinisch.

Axenverhältnifs:

$$a : b : c = 1{,}21416 : 1 : 0{,}60483$$
$$ac = 100° 31',\ 0.$$

Die vorkommenden Flächen sind:

$p = \infty P \quad = (a : b : \infty c)$
$m = \infty P2 \quad = (a : 2b : \infty c)$
$a = \infty P\infty = (a : \infty b : \infty c)$
$b = \infty \breve{P}\infty = (\infty a : b : \infty c)$
$d = \quad \breve{P}\infty = (\infty a : b : c)$
$x = \quad 4\breve{P}\infty = (a' : \infty b : 4c).$

Die gelblichen, durchsichtigen Krystalle, ohne herrschende Spaltungsrichtung, bis zu 6 Mm. lang, sind theils nach dem Orthopinakoïd, theils nach der Symmetrieebene dünntafelartig ausgebildet. Die Flächen, an allen untersuchten Krystallen vollzählig auftretend, sind ziemlich glatt und glänzend.

1) Pogg. Ann. Bd. CXLIV, S. 40.

Winkeltabelle.

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a)	= 79° 54′,3	
$p : a$	= 129 57′,3	130° 1′,
$p : b$	= 140 2′,8	140 1′
$p : m$	= 160 47′,2	160 44′
$m : m$ (über a)	= 118 20′	
$m : a$	= *	149 10′
$m : b$	= 120 50′	120 45′
$d : d$ (über c)	= *	118 31′
$b : d$	= 120 44′,5	120 44′,5
$a : d$ (vorn)	= *	99 1′,5
$p : d$ (vorn)	= 119 30′,7	
$p : d$ (hinten)	= 106 55′,5	
$m : d$ (vorn)	= 113 22′,2	113 24′
$m : d$ (hinten)	= 97 18′,8	97 20′
$a : x$	= 151 29′,3	151 6′ appr.

Die optische Axenebene ist die Symmetrieebene, durch das Aethapinakoïd ist eine Axe sichtbar. Die Doppelbrechung ist schwach und positiv. Durch Stauroskopmessungen bestimmt, bildet die Axe der gröfsten Elasticität in der Symmetrieebene mit der Querfläche für

roth = 12° 16′
gelb = 11 13′
grün = 9 51′

derart, wie es Fig. 5, Taf. V veranschaulicht.

Der spitze scheinbare Winkel der optischen Axen in Luft wurde gefunden für

roth = 111° 17′
gelb = 110 0′
grün = 109 23.

Schmelzpunkt 89°.

Der dem Diphenyltribromaethan entsprechende Chlorkörper, das Diphenyltrichloraethan, aus Choral und Benzol entstanden, konnte leider bisher noch nicht in mefsbaren Krystallen erhalten werden, sondern aus den verschiedenen

Lösungsmitteln nur in kleinen, dünnen Blättchen von rhombischem Umrifs. Der Winkel desselben wurde unter dem Mikroskop zu ungefähr 100° gefunden, also gleich der Axenschiefe beim Diphenyltribromaethan. Da überdiefs die Auslöschungsrichtungen im polarisirten Lichte in den Blättchen sich schiefliegend zeigten, so liegt die Vermuthung nahe, dafs die Blättchen des Diphenyltrichloraethan, monoklinisch, nach der Symmetrieebene ausgebildet sind und zwar mit gleicher Axenschiefe, wie das Diphenyltribromaethan, wahrscheinlich also mit diesem isomorph.

Durch Kochen mit alkoholischer Kalilauge zersetzt sich das Diphenyltrichloraethan nach der Gleichung

$$C C_3 C H (C_6 H_5)_2 - Cl H = C Cl_2 C (C_6 H_5)_2,$$

das heifst, es entsteht unter Austritt von Salzsäure, die mit der Kalilauge Chlorkalium und Wasser bildet, das

Diphenyltrichloraethylen (Fig. 6 bis 9, Taf. V),

$$C Cl_2 C (C_6 H_5)_2$$

Krystallsystem: Monoklinisch

Axenverhältnifs:

$$a : b : c = 1{,}3367 : 1 : 1{,}7588$$
$$ac = 119° 46'$$

Beobachtet wurde

$$c = o P = (\infty a : \infty b : c)$$
$$a = \infty P \infty = (a : \infty b : \infty c)$$
$$x = + \tfrac{1}{2} P \infty = (a' : \infty b : \tfrac{1}{2} c)$$
$$o = + P = (a' : b : c)$$
$$s = + \tfrac{2}{3} P = (a' : b : \tfrac{2}{3} c)$$
$$n = + 2 P 4 = (4 a' : b : 2 c).$$

Die Krystalle, nach der Symmetrieaxe ausgedehnt, spaltbar nach der Basis, erscheinen aus verschiedenen Lösungsmitteln von verschiedenem Habitus, am geeignetsten zur Messung aus kalter, nicht zu concentrirter alkoholischer Lösung, und zwar in gelblichen, durchsichtigen, 2 bis 3 Mm. langen Individuen. Alle Krystalle, aus allen Lösungen, die ich beobachtete, sind Zwillinge nach der Basis, während Fig. 6 und 7, Taf. V eine schiefe Projection von vorn

und eine gerade Projection auf die Symmetrieebene nur einen idealen einfachen Krystall darstellen. Die Individuen bilden nun theils Aneinanderverwachsungs-, theils Durchkreuzungszwillinge, wie Fig. 8 und 9 in geraden Projectionen auf die Symmetrieebene veranschaulichen. Bei den Aneinanderwachsungszwillingen dehnen sich die Flächen x und $\underline{x}$ so aus, dafs sie in einer Kante zusammenstofsen und die Flächen a unnd $\underline{a}$ zwischen ihnen ganz verschwinden und damit auch der einspringende Winkel.

Die Flächen an den Polen der Symmetrieaxe, also die Hemipyramiden o, n und s, sind entweder so gewölbt und in einander übergehend, dafs es schwer hält, den Zwilling zu erkennen, oder die Flächen des einen Individiums sind so auf Kosten der des anderen ausgedehnt, dafs der Krystall wie ein einfacher erschiene, wenn nicht die Winkel der Horizontalzone den Zwilling verriethen. Bei den Durchkreuzungszwillingen sind die über Kreuz zusammengehörigen Individuen soweit nach der Zwillingsfläche parallelverschoben, dafs die Verbindungsebene zwischen den Flächen x und $\underline{x}$ äufserst schmal werden kann, so dafs die neben einander liegenden Partien verwachsen erscheinen mit der Ebene senkrecht zur Zwillingsfläche.

Die Winkel am einfachen Krystall sind:

		Berechnet	Gemessen	
$a : c$		= *	119° 46′	
$c : x$		= 139° 42′	139° 36′	
$o : c$		= *	100° 17′	
$n : c$		= 102 14	101 59′	appr.
$s : c$		= 113 55′,7	113 40′	appr.
$s : o$		= 166 21′,3	166 43′	appr.
$o : a$		= *	115 0′	
$n : a$		= 92 53′,8		
$o : n$		= 145° 15′,7		
$o' : n$	(seitl.)	= 127 49′,7	127° 45′	appr.
$o : o$	(Symm.)	= 78 1′,3		
$n : n$	(Symm.)	= 32 15′		
$s : s$	(Symm.)	= 85 55′,7		

Am Zwilling ist:

$$a : \underline{a} = 120^{\circ}\ 28'$$
$$x : \underline{x} = 80\ 36'.$$

Die Doppelbrechung ist mäfsig stark und negativ. Die Ebene der optischen Axen steht senkrecht zur Symmetrieebene, fast normal zur Basis, und die erste Mittellinie senkrecht zur Symmetrieaxe. Das Innere des Krystalls ist stets erfüllt mit Zwillingslamellen, so dafs die Interferenzerscheinungen der Axen sehr gestört sind und nur approximativ der spitze scheinbare Axenwinkel in Luft

für roth $= 29^{\circ}\ 38'$
gelb $= 30\ 50'$
grün $= 31\ 12'$

bestimmt werden konnte.

Schmelzpunkt 79°.

Diphenyldibromaethan (Fig. 10, Taf. V).

$C Br_2 H C H (C_6 H_5)_2$

entsteht aus Dibromaldehyd und Benzol unter Wasserabspaltung nach der Gleichung

$$C Br_2 H C H O + 2 C_6 H_6 - H_2 O = C Br_2 H C H (C_6 H_5)_2$$

Dibromaldehyd + Benzol − Wasser = Diphenyldibromaethan

Krystallsystem: Monoklinisch.

Axenverhältnifs:

$$a : b : c = 1{,}2221 : 1 : 0{,}42465$$
$$ac = 105^{\circ}\ 21',7.$$

Es wurde nur

$p = \infty P \quad = (a : b : \infty c)$
$a = \infty \breve{P} \quad = (a : \infty b : \infty c)$
$d = \breve{P}\infty = (\infty a : b : c)$

beobachtet.

Die äufserst kleinen, farblosen, durchsichtigen Krystalle, ohne Spaltungsrichtung, sind nach dem Prisma dünnsäulenförmig ausgebildet. Es beträgt:

	Berechnet	Gemessen
$p:p$ (über a)	= 80° 38′	
$p:p$ (über b)	= *	99° 22′
$p:a$	= 130 19′	130 20′
$d:d$ (über c)	= *	135 28′
$p:d$ (vorn)	= *	116 35′
$p:d$ (hinten)	= 97 29′,3	97 26′.

Die optische Axenebene steht senkrecht zur Symmetrieebene, und ist steiler nach vorn geneigt als die Kante des Klinodomas. Durch jede Prismenfläche ist eine Axe sichtbar. Genauere Bestimmungen gestattete die Kleinheit der vorliegenden Krystalle nicht, da die erste Mittellinie beträchtlich schief zu der in der Symmetrieebene liegenden Normale zur Vertikale steht.

Schmelzpunkt 80°.

Es folgen nun einige Körper von analoger Zusammensetzung, die sich aber dadurch von den zuerst betrachteten unterscheiden, dafs im aromatischen Kohlenwasserstoff ein oder mehrere Wasserstoffatome durch andere Atome oder Atomgruppen vertreten sind.

Das Dimonochlorphenyltrichloraethan, entstanden nach der Gleichung

$$C\,Cl_3\,C\,H\,O + 2\,C_6\,H_5\,Cl - H_2\,O = C\,Cl^3\,C\,H\,(C_6\,H_4\,Cl)_2$$

Chloral + Chlorbenzol — Wasser = Dimonochlorphenyltrichloraethan

ist leider bis jetzt noch nicht in Krystallen erhalten worden, die zu Messungen geeignet wären; dagegen krystallisirt schön das

Dimonobromphenyltrichloraethan (Fig. 11, Taf. V).

$$C\,Cl_3\,C\,H\,(C_6\,H_4\,Br_2)$$

Krystallsystem: Rhombisch.

Axenverhältnifs:

$$a:b:c = 0{,}51026 : 1 : 0{,}40431.$$

Die vorkommenden Flächen sind

$$p = \infty P = (a : b : \infty c)$$
$$b = \infty \breve{P} \infty = (\infty a : b : \infty c)$$
$$m = \infty \breve{P} 2 = (2a : b : \infty c)$$
$$o = P = (a : b : c)$$

Die farblosen, durchsichtigen Krystalle, ohne Spaltungsrichtung, sind dünnprismatisch, unter Vorherrschen des Brachypinakoïdes ausgebildet, die Pyramidenflächen analog einer sphenoïdischen Hemiëdrie in den abwechselnden Octanten ausgedehnter, als in den anderen.

Gefunden wurde:

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a)	$= 125^{\circ}\ 56'$	$125^{\circ}\ 56'$
$b : p$	$=$ *	$117\ \ 2'$
$m : m$ (über a)	$=\ 88\ 50',3$	
$b : m$	$= 135\ 34',8$	135 appr.
$m : p$	$= 161\ 27',2$	162 appr.
$o : o$ (brachyd.)	$=$ *	$144\ \ 50'$
$o : b$	$= 107\ \ 35'$	$107\ \ 35'$
$o : o$ (makrod.)	$= 107\ \ 24'$	$107\ \ 16'$
$o : p$	$= 131\ \ 39',3$	$131\ \ 46'$.

Die Basis ist die Ebene der optischen Axen, die Makrodiagonale die erste Mittellinie, so dafs durch das Brachypinakoïd die Axen in Luft sichtbar sind, und der spitze scheinbare Winkel

für roth $= 61^{\circ}\ 36'$
gelb $= 62\ \ 12'$
grün $= 62\ \ 36'$

gefunden wurde.

Die Doppelbrechung ist stark und positiv.

Schmelzpunkt 139° bis 141°.

Durch Kochen mit alkoholischer Kalilauge erhält man aus Dimonochlorphenyltrichloraethan nach der Gleichung

$$C\,Cl_3\,C\,H\,(C_6\,H_4\,Cl)_2 - Cl\,H = C\,Cl_2\,C\,(C_6\,H_4\,Cl)_2$$

das Dimonochlorphenyldichloraethylen und analog aus Dimonobromphenyltrichloraethan das Dimonobromphenyldichloraethylen.

Dimonochlorphenyldichloraethylen (Fig. 12, Taf. V).

Krystallsystem: Rombisch.

Axenverhältnifs:

$$a : b : c = 0{,}42456 : 1 : 0{,}51222.$$

Die beobachteten Flächen sind:

$$p = \infty P = (a : b \infty c)$$
$$n = \infty \breve{P}\tfrac{8}{7} = (\tfrac{8}{7} a : b : \infty c)$$
$$m = \infty \breve{P}\tfrac{4}{7} = (\tfrac{4}{7} a : b : \infty c)$$
$$b = \infty \breve{P} \infty = (\infty a : b : \infty c)$$
$$o = \breve{P} 2 = (2a : b : c)$$
$$r = \tfrac{1}{2} P = (2a : 2b : c)$$
$$x = \tfrac{4}{7} \breve{P}\tfrac{8}{7} = (2a : \tfrac{7}{4} b : c)$$
$$s = \tfrac{3}{2} \breve{P}\tfrac{4}{3} = (2a : \tfrac{3}{2} b : c)$$
$$t = 8 \breve{P} 16 = (2a : \tfrac{1}{8} b : c).$$

Farblose, durchsichtige Krystalle, mit vorherrschen Prismenzone, von 1 bis 2 Mm. Länge, ohne deutliche Sp tungsrichtung. Die Prismenzone, wie die Pyramidenzo sind stark gestreift parallel der Zonenaxe.

Winkeltabelle.

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a)	= 133° 59′,7	
$b : p$	= 113 0′,8	
$p : n$	= 177 4′,2	177°
$n : n$ (über a)	= 128 14′	128 12′
$n : b$	= *	115 53′
$m : m$ (über a)	= 152 43′,7	
$m : n$	= 167 31′,2	167 30′
$m : p$	= 170 38′	
$o : o$ (brachyd.)	= 132 38′	132 38′
$o : o$ (makrod.)	= 123 32′,3	123 40′
$o : b$	= *	113 41′
$o : n$	= 126 57′	127 2′
$o : m$	= 123 40′,2	123 30′ appr.

	Berechnet	Gemessen
$o : p$	= 126 19',5	126 10' appr.
$r : b$	= 102 22',2	102 21'
$o : r$	= 168 41',2	168 40'
$r : r$ (brachyd.)	= 155 15',7	155 18'
$r : r$ (makrod.)	= 119 23',7	
$x : b$	= 104 4',3	
$x : r$	= 178 17',8	
$x : o$	= 170 23',3	170 20'
$x : x$ (brachyd.)	= 151 51',3	
$x : x$ (makrod.)	= 119 51',7	
$o : s$	= 172 37'	172 30'
$s : b$	= 106 18'	
$s : x$	= 177 46',3	
$s : s$ (brachyd.)	= 147 24'	
$s : s$ (makrod.)	= 120 33',3	
$o : t$	= 129 35',3	130 appr.
$t : b$	= 164 5',7	163 50' appr.
$t : t$ (brachyd.)	= 31 48',7	
$t : t$ (makrod.)	= 163 43',7	

Die Ebene der optischen Axen ist das Brachypinakoïd lie erste Mittellinie die Brachydiagonale. Die Doppelbrechung ist mäfsig stark und positiv, die Dispersion der Axen sehr beträchtlich. Der spitze scheinbare Axenwinkel n Luft beträgt für

roth = 33° 32'
gelb = 34 28
grün = 38 57.

Der stumpfe Axenwinkel ist so grofs, dafs er auch in Oel nicht mehr gemessen werden konnte.

Schmelzpunkt 89°.

Dimonobromphenyldichloraethylen (Fig. 13, Taf. V.)

$C Cl_2 C (C_6 H_4 Br)_2$

Krystallsystem: Rhombisch.

Axenverhältnifs:

$a : b : c = 0{,}42106 : 1 : 0{,}52060.$

Beobachtet wurde:

$p = \infty P = (a : b : \infty c)$

$n = \infty \breve{P} \frac{8}{7} = (\frac{8}{7} a : b : \infty c)$

$m = \infty \breve{P} \frac{4}{7} = (\frac{4}{7} a : b : \infty c)$

$b = \infty \breve{P} \infty = (\infty a : b : \infty c)$

$d = \frac{1}{4} \bar{P} \infty = (2a : \infty b : c)$

$o = \breve{P} 2 = (2a : b : c)$

$u = \frac{7}{4} \breve{P} \frac{7}{2} = (2a : \frac{4}{7} b : c).$

Die Krystalle sind vom selben Habitus und haben d selbe Streifung, wie die des analogen Chlorkörpers; n sind alle mir vorliegenden viel kleiner als die des letzter und selten bis 1 Mm. lang.

Winkeltabelle.

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a)	= 134° 20′	
$b : p$	= 112 50′	
$p : n$	= 177 8′	177° appr.
$n : n$ (über a)	= *	128 36′
$b : n$	= 115 42′	115 42′
$m : m$ (über a)	= 152 56′,7	
$m : b$	= 103 31′,7	103 35′
$m : n$	= 167 49′,7	167 53′
$o : o$ (brachyd.)	= 132 14′	132 12′
$o : o$ (makrod.)	= 122 31′,3	122 28′
$o : b$	= *	113 53′
$o : p$	= 126 53′,2	
$o : n$	= 127 30′,3	127 27′
$o : m$	= 124 12′,5	
$d : o$	= 156 7′	156 3′
$u : b$	= 127 46′,3	127 43′
$u : o$	= 166 6′,7	166 10′
$u : u$ (brachyd.)	= 104 27′,3	
$u : u$ (makrod.)	= 130 52′,7	

Die optische Axenebene ist die Basis, die erste Mittellinie die Brachydiagonale. Die Doppelbrechung ist mäfsig stark und positiv, die Dispersion der Axen sehr bedeutend. Der spitze scheinbare Axenwinkel in Luft wurde gemessen für

roth $= 37° 28'$
gelb $= 34\ 22'$
grün $= 29\ 31'$.

Der stumpfe Axenwinkel ist auch in Oel nicht mehr mefsbar.

Schmelzpunkt 119 bis 120°.

Wenn man auf Dimonochlorphenyltrichloraethan rauchende Salpetersäure in der Wärme einwirken läfst, so erhält man

Binitrodimonochlorphenyltrichlorethan (Fig. 14, Taf. V)

$$C\,Cl_4\,C\,H\,(C_6\,H_3\,N\,O_2\,Cl)_2$$

oder

$$C\,Cl_3\,C\,H\,(C_6\,H_4\,Cl)\,(C_6\,H_2\,NO_2\,NO_2\,Cl)$$

wobei es nach Dr. Zeidler noch unentschieden gelassen werden mufs, welche von beiden Formeln dem Körper zukommt.

Krystallsystem: Monoklinisch.

Axenverhältnifs:

$$a : b = 1{,}3104 : 1$$
$$ac = 110° 35'.$$

Es treten nur auf die Flächen

$p = \infty P \quad = (a : b : \infty c)$
$m = \infty P\,50 = (a : 50b : \infty c)$
$c = 0P \quad = (\infty a : \infty b : c)$.

Das Prisma m ist nicht, wie man wegen des hohen Coëfficienten vermuthen konnte, durch Wölbung des Orthopinakoïdes entstanden, sondern bildet zwar schmale, aber glänzende, scharf begränzte Flächen, die an allen untersuchten Krystallen beobachtet wurden.

Die Krystalle sind ziemlich durchsichtig, kurzprismatisch, kaum bis 1 Mm. lang und von dunkelgelber Farbe, wie sie so charakteristisch für die meisten Nitroderivate ist.

Die Winkel betragen

	Berechnet	Gemessen
$p : p$ (über a)	$= 78^{\circ}\ 21'$	
$p : p$ (über b)	$=$ *	$101^{\circ}\ 39'$
$c : p$	$=$ *	$102\ 50'$
$m : m$ (über a)	$= 177\ 11',3$	$177\ 9'$
$m : p$	$= 130\ 35',3$	$130\ 34'$
$c : m$	$= 110\ 34',3$	$110\ 36'$.

Die Symmetrieebene ist die optische Axenebene. Die Axe der gröfsten Elasticität bildet darin mit der Querfläche einen Winkel von beiläufig $28^{\circ}\ 22'$, in der Lage wie Fig. 15, Taf. V zeigt und ist die erste Mittellinie. Doppelbrechung stark und negativ; Dispersion der Axen $\varrho < v$. Der spitze scheinbare Winkel der optischen Axen in Luft wurde approximativ zu 58° bestimmt.

Wenn alle Verbindungen von Aldehyden mit aromatischen Kohlenwasserstoffen, die bis jetzt dargestellt worden sind, in so gut mefsbaren Krystallen erhalten werden könnten, wie die vorliegend beschriebenen Körper, so würden unzweifelhaft durch das Studium derselben unsere bisherigen Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen Krystallform und chemischer Constitution nicht unerheblich gefördert werden, indem zwischen den einzelnen Verbindungen die mannigfaltigsten Beziehungen und Verwandtschaften stattfinden. So aber sind die obigen Untersuchungen wenig mehr als ein Beitrag zu dem umfangreichen Material zahlreicher Detailbestimmungen, die allein die Grundlage zur weiteren Erkenntnifs auf diesem ebenso interessanten, als noch wenig erforschten Felde bilden können. Indefs soll im Folgenden noch auf die krystallographischen Gesetzmäfsigkeiten hingewiesen werden, die sich bei den oben beschriebenen Verbindungen zeigen.

Zunächst finden wir Beispiele von gesetzmäfsigen krystallographischen Relationen, wie sie bereits von Groth

an Benzolderivaten [1]), und von mir an Naphtalinderivaten [2]) nachgewiesen worden sind.

Das Diphenyldibromaethan und das Diphenyltribromaethan unterscheiden sich in ihrer chemischen Constitution nur dadurch, dafs das eine im Aldehydrest ein Wasserstoffatom mehr, als das andere durch ein Bromatom ersetzt enthält. Beide Körper sind monoklinisch und wenn man ihre Formen mit einander vergleicht:

	$a : b :$	c	ac	$p : p$ [3])
$CBr_2HCH(C_6H_5)_2$	$= 1{,}2221 : 1 :$	$0{,}42465$	$105°\,21',7$	$80°\,38'$
$CBr_2\ CH(C_6H_5)_2$	$= 1{,}2146 : 1 :$	$0{,}60483$	$100\ 31',0$	$79\ 54',3$

so sieht man, dafs die Winkel der Prismenzone bei dem Eintritt eines weiteren Bromatoms unverändert geblieben sind. In der Weise ausgedrückt, wie es Groth gelegentlich seiner Untersuchungen über die Benzolderivate eingeführt hat: es ist die Krystallform des Diphenyltribromethans das Resultat einer morphotropischen Wirkung auf das Diphenyldibromethan durch den wasserstoffsubstituirenden Eintritt eines Bromatoms; und zwar sehen wir, dafs die morphotropische Einwirkung des Broms sich nur auf gewisse krystallographische Richtungen erstreckt hat, während die Winkel einer Krystallzone ganz nahe gleich geblieben sind, ganz analog wie bei den Benzol- und Naphtalinderivaten.

Das Dimonochlorphenyldichloraethylen und das Dimonobromphenyldichloraethylen sind beide rhombisch und isomorph, wie ein Blick auf ihre Winkeltabellen lehrt; die Axenverhältnisse sind:

	$a : b :$	c
$CCl_2C(C_6H_4Cl)_2$	$= 0{,}42456 : 1 :$	$0{,}51222$
$CCl_2C(C_6H_4Br)_2$	$= 0{,}42106 : 1 :$	$0{,}52060.$

Da überdiefs bei beiden Körpern dieselben selteneren Parameterverhältnisse vorkommen, so unterliegt ihre Iso-

1) Mon.-Ber. der Berliner Akad. der Wiss. 1870, 247. Pogg. Ann. Bd. CXLI, S. 31

2) Pogg. Ann. Ergänzungsbd. VI.

3) Der vordere Kantenwinkel des primären Prismas.

morphie keinem Zweifel. Beide Verbindungen sind entstanden zu denken aus Diphenyldichloraethylen, durch den wasserstoffsubstituirenden Eintritt je eines Chlor- resp. Bromatomes in die Phenylgruppen. Die morphotropische Wirkung der Salzbildner ist hier augenscheinlich eine complicirtere, indem aus dem monoklinen Diphenyldichloraethylen rhombische Körper entstehen, die mit dem ersteren in der Ausbildung, wie sie die zur Untersuchung vorliegenden Krystalle besafsen, keine homologen Krystallwinkel mehr aufweisen. Jedenfalls aber sehen wir, dafs Chlor und Brom gleiche morphotropische Wirkung ausüben, indem isomorphe Verbindungen entstehen, Chlor und Brom sind also isomorphotrop in Bezug auf Diphenyldichloraethylen.

Leider waren nur in diesem einen Fall der Chlor- und der entsprechende Bromkörper beide gut mefsbar, sonst nur einer von beiden. Es ist aber nach der Isomorphie der eben angeführten Körper auch die Isomorphie zwischen Diphenyltrichloraethan und Diphenyltribromaethan anzunehmen, wofür aufserdem die unvollständigen Messungen des Diphenyltrichloraethans (siehe oben) sprechen.

Die morphotropische Wirkung des Broms auf das Diphenyltrichloraethan durch Wasserstoffsubstitution im Benzolrest ist eine solche, dafs ein rhombischer Körper, das Dimonobromphenyltrichloraethan, entsteht, ohne Erhaltung auffallender Aehnlichkeiten der Krystallwinkel zwischen dem neuen und dem Grundkörper.

Fassen wir die an den untersuchten Verbindungen auftretenden Beziehungen zusammen, so zeigt sich folgendes:

Bei Verbindungen von Aldehyden mit aromatischen Kohlenwasserstoffen entstehen immer monokline Körper, wenn die aromatische Kohlenwasserstoffgruppe die ursprünglichen Wasserstoffatome ohne Substitution enthält, während im Aldehyd beliebig viel Wasserstoffatome durch Chlor- oder Bromatome ersetzt seyn können, wobei zwischen zwei Körpern, von denen der eine ein Wasserstoffatom mehr als der andere durch einen Salzbildener substituirt enthält,

morphotropische Beziehungen stattfinden. Enthält dagegen die aromatische Kohlenwasserstoffgruppe Wasserstoffatome durch Chlor- oder Bromatome ersetzt, so resultiren rhombische Körper. Bei analogen Chlor- und Bromverbindungen treten Chlor und Brom an derselben Stelle im Molecül ein, es entstehen isomorphe Verbindungen, Chlor und Brom sind also isomorphotrop in Bezug auf jene Verbindungen.

4. Ueber eine Zwillingsverwachsung des Willemit; von Dr. A. Arzruni aus Tiflis.

Auf einer, vom Altenberge bei Aachen herstammenden Willemitstufe, welche sich in der Sammlung des Bergraths Hrn. Max Braun, nunmehr im Besitz der Straſsburger Universität befindet, fand ich mehrere Zwillinge, von denen einer herabgenommen und gemessen wurde

Legt man mit Des Cloizeaux und Dana für den Willemit das Axenverhältniſs $a : c = 1 : 0{,}67378$ zu Grunde, welches sich auf das vorherrschende Rhomboëder des Troostit von New-Jersey bezieht, so sind die Formen, welche an den Altenberger Krystallen auftreten, bekanntlich ∞R und $\frac{3}{4}R$, die sich auch an den in Rede stehenden Zwillingen durch Messung constatiren lieſsen. Ferner ergab sich, daſs die Zwillingsebene eine Fläche der Pyramide zweiter Ordnung $\frac{3}{5}P2$, und die Verwachsungsebene die zu jener normale Ebene sey. Zwei mit einander einen ausspringenden Winkel bildende Prismenflächen sind unter 73° 11′ gegen einander geneigt (gemessen 73° 19′), während je zwei in eine Ebene fallen. Die Zwillingskrystalle waren mit dem Ende des ausspringenden Winkels, resp. der Zwillingsfläche aufgewachsen.

5. Optische Untersuchung des Terpentinölhydrates; von Dr. A. Arzruni.

Literatur: Rammelsberg, krystallogr. Chemie, S. 406 und Suppl. S. 227.
Grailich und von Lang, Sitzungsber. der Wien. Akad. Bd. 27, S. 64.
Des Cloizeaux, *Nouv. Recherches*, S. 100.

Schöne wasserhelle Krystalle, aus der Sammlung des Hrn. Prof. Groth, wurden zu einer vollständigen Bestimmung der optischen Constanten und zu einigen neuen Messungen der Kantenwinkel benutzt. Die Krystalle hatten den gewöhnlichen Habitus und zeigten folgende Flächen:

$$m = \infty P, \quad p = P, \quad b = \infty \breve{P} \infty, \quad q = \breve{P} \infty .$$

Die Messungen ergaben, verglichen mit den berechneten Zahlen des Hrn. Rammelsberg:

	ber. Rammelsb.	ber. Arzruni.	beob. Arzruni.
$m : m$ an a	$= 102^\circ\ 23'$	—	$*102^\circ\ 10'\ 40''$
$m : m$ an b	$= 77\ 37$	—	$77\ 49\ 20$
$m : p$	$= 126\ 58$	$127^\circ\ 10'\ 45''$	$127\ 10\ 20$
$p : p$ (Basisk.)	$= 73\ 56$	—	$*74\ 21\ 30$
$p : p$ (makr. Polk.)	$= 124\ 7$	$123\ 55\ 0$	$123\ 51\ 30$
$p : p$ (brach. „)	$= 135\ 43$	$135\ 23\ 10$	$135\ 21\ 30$
$p : q$	$= 152\ 3\frac{1}{2}$	$151\ 57\ 30$	$151\ 58\ 30.$

Aus den mit * bezeichneten Messungen leitet sich das Axenverhältnifs ab

$$a : b : c = 0{,}80722 : 1 : 0{,}47640.$$

Die Uebereinstimmung der daraus berechneten Winkel mit den gemessenen beweist, dafs dasselbe genauer ist, als das von Hrn. Rammelsberg angenommene

$$a : b : c = 0{,}8042 : 1 : 0{,}4717,$$

welches sich auf die Messungen $m : m = 77^\circ\ 37'$ und $o : m = 126^\circ\ 58'$ (die einzigen, welche er anführt) stützt.

Die optische Axenebene ist nach den Angaben von Des Cloizeaux, Grailich und von Lang die Fläche $\infty \breve{P} \infty$, die Axe a die erste Mittellinie.

Die optische Untersuchung erstreckte sich auf die Bestimmung des Hauptbrechungsindexes und auf eine neue Messung der optischen Axen in Oel. Die erstere ergab:

	$\alpha =$	$\beta =$	$\gamma =$
Li-Licht	1,5024	1,5093	1,5211
Na- „	1,5049	1,5124	1,5243
Tl- „	1,5073	1,5148	1,5272.

Aus diesen Daten folgt der Winkel der optischen Axen:

für Li-Licht $= 76^{\circ}\ 8'$
„ Na „ $= 77\ 28$
„ Tl „ $= 76\ 12.$

Es wurden ferner directe Bestimmungen des wahren Axenwinkels ausgeführt, indem eine Platte, senkrecht zur ersten Mittellinie und eine solche, senkrecht zur Halbirenden des stumpfen Winkels der Axen, geschliffen und beide Axenwinkel in Oel gemessen wurden. Dabei ergab sich, in Uebereinstimmung mit Hrn. Des Cloizeaux's Angaben, $\varrho > v$; Hr. von Lang nimmt irrthümlich $\varrho < v$ an. Die Dispersion der Axen ist indefs, wie man aus den folgenden Messungen ersieht, aufserordentlich gering. Der Charakter der Doppelbrechung ist positiv. Es wurde beobachtet:

	Spitz. Axenw. i. Oel	Stumpf. Axenw. i. Oel
für Li:	$80^{\circ}\ 20'$	$106^{\circ}\ 39'$
„ Na:	$80\ 12\frac{1}{2}$	$106\ 53$
„ Tl :	$80\ 5$	$107\ 8.$

Daraus folgt der *wahre Axenwinkel*:

für Li: $77^{\circ}\ 37'$
„ Na: $77\ 27$
„ Tl : $77\ 18.$

Vergleicht man diese letzteren Werthe mit den aus den Brechungsopponenten berechneten, welche bekanntlich viel weniger genau sind [1]), so sieht man, dafs die Bestimmungen

1) Die gleiche Genauigkeit wurde eine solche der Bestimmung der Brechungsquotienten bis auf einige Einheiten der 5. Decimale erfordert haben, während nach Maafsgabe der Beschaffenheit der Prismen und der Genauigkeit des benutzten Instrumentes (des kleinen Goniometers am Groth'schen Apparat) bereits die 4. Decimale mit einem wahrscheinlichen Fehler von 1 bis 2 Einheiten behaftet ist.

für Natriumlicht fast absolut übereinstimmen, während die für Lithium und Thallium beträchtlich abweichen. Dieſs erklärt sich daraus, daſs die Einstellung des Spaltbildes beim Messen der Brechungsindices, in letzteren Fällen wegen des schnellen Verlöschens der gefärbten Flammen, bedingt durch die gröſsere Flüchtigkeit der betreffenden Salze, weit weniger genau vorgenommen werden kann, als bei der sehr constant leuchtenden gelben Natriumflamme möglich ist.

6. Krystallographische und optische Untersuchung einiger harnstoffartiger Körper; von Dr. A. Arzruni.

Phenylharnstoff $= CO\begin{cases} NH(C_6H_5) \\ NH_2 \end{cases}$

Krystalle von Hrn. A. W. Hofmann.

Krystallsystem: *monoklinisch.*

Beobachtete Flächen:

$a = \infty P\infty$, $c = 0P$, $d = -P\infty$, $m = \infty P$, $n = \infty P2$.

Die Krystalle, Fig. 16, Taf. V, sind tafelartig ausgebildet durch Vorherrschen von *a* und nach derselben Fläche sehr vollkommen spaltbar.

Axenverhältniſs (*a* = Klinod., *c* = Verticalaxe):

$a : b : c = 1{,}291 : 1 : 0{,}368$

$\beta = 94° 20'$

Kantenw.	beobacht.	berechn.
$a : m$	$= *127° 52'$	—
$m : m$	$= 104\ 1$	$104° 16'$
$a : d$	$= *109\ 45$	—
$a : c$	$= *94\ 20$	—
$c : d$	$= 164\ 51$	$164\ 35$
$n : n$	$= 137\ 23$	$137\ 30$
$n : m$	$= 163\ 48$	$163\ 23$
$n : d$	$= 111\ 39$	$111\ 15.$

Optisches Verhalten: Ebene der optischen Axen senkrecht zur Symmetrieebene; ihre erste Mittellinie (das Diagramm nach der Symmetrieebene Fig. 17, Taf. V zeigt ihre Lage *M*) bildet mit der Normalen zu $\infty P\infty(a)$ 12° (rothes

Glas) und 11° (blaues Glas). Damit übereinstimmend sind die Erscheinungen der horizontalen Dispersion ziemlich schwach; diejenige der Axen ist stärker und zwar $\varrho > v$.

Scheinbarer Axenwinkel in Luft:

für Li-Licht $= 76° 29'$
„ Na- „ $= 75\ 26.$

Amylsulfoharnstoff $= CS \begin{cases} NH(C_5H_{11}) \\ NH^2 \end{cases}$

Krystalle von Hrn. A. W. Hofmann.

Krystallsystem: *monoklinisch.*

Beobachtete Flächen:

$c = 0P$, $m = \infty P$, $p = -P$, $o = \frac{1}{3}\breve{P}\infty$.

Habitus flach tafelartig nach $0P$ Fig. 18, Taf. V mit vollkommener Spaltbarkeit nach derselben Fläche, wenig vollkommen nach ∞P.

Axenverhältnifs:

$a : b : c = 1{,}1443 : 1 : 0{,}8421$
$\beta = 116° 24' 40''.$

Kantenw.	beobach.	berechn.
$c : p$	$= 130° 56'$	—
$m : c$	$= *108\ 6$	—
$p : p$	$= *110\ 41$	—
$p : m$	$= 156\ 58$	$157° 9'$
$m : m$ vorn	$= 88\ 31$	$88\ 37$
$o : c$	$= 125\ 45$	$125\ 28$
$o : o$ über c	$= 71\ 30$	$70\ 57.$

Die Ebene der optischen Axen ist die Symmetrieebene; durch die Platten, parallel der Basis, sowohl in Luft, als in Oel, nur *eine* optische Axe sichtbar, die andere demnach nahezu in der Ebene der Platte.

Melanilin $= C_{13}H_{13}N_3$.

Krystalle von Hrn. A. W. Hofmann.

Krystallsystem: *monoklinisch.*

Beobachtete Flächen:

$a = \infty\breve{P}\infty$, $b = \infty\breve{P}\infty$, $d = -\breve{P}\infty$, $e = +\breve{P}\infty$,
$m = \infty P$.

Die Krystalle sind lang säulenförmig (s. Fig. 19, Taf. V) nach der Vertikalaxe ausgebildet, ohne deutliche Spaltbarkeit.

Axenverhältnifs:

$$a : b : c = 1{,}724 : 1 : 1{,}417$$
$$\beta = 97^\circ\, 8\tfrac{1}{2}'.$$

Kantenw.	beobacht.	berechn.
$a : e$	$= *125^\circ\, 55'$	—
$e : d$	$= 100\ 21$	$100^\circ\, 25'$
$a : d$	$= *133\ 42$	—
$n : b$	$= 149\ 42$	$149\ 42$
$m : a$	$= 120\ 22$	$120\ 9$
$m : m$	$= *60\ 37$	—

Eine nähere optische Untersuchung war nicht möglich, weil durch das, allein etwas gröfser ausgebildete, Flächenpaar *b* keine Axe sichtbar war und die grofse Brüchigkeit der Substanz einen Schliff nach anderen Richtungen nicht gestattete.

7. Ueber zwei isomorphe Benzolderivate; von Dr. A. Arzruni.

Die Krystalle der im Folgenden beschriebenen beiden Verbindungen, welche theils ihrer Krystallform, theils ihrer optischen Eigenschaften wegen, einiges Interesse in Anspruch nehmen, wurden dem mineralogischen Institut durch Hrn. Kekulé freundlichst zur Untersuchung überlassen und rühren aus der bekannten Körner'schen Präparatensammlung (im chemischen Institut in Bonn befindlich) her.

Bibromorthonitrophenol $= CH_2(NO_2)(HO)Br_2$.

Von Brunk durch Behandeln von Orthonitrophenol mit Brom erhalten, krystallisirt aus Weingeist in kleinen farblosen Krystallen, die bei 141° schmelzen (Kekulé organ. Chemie, III, 54). Die zur krystallographischen Untersuchung dienenden Krystalle, bereits hellgelb geworden, zeigten den Schmelzpunkt 138°, und waren bis über 10 Mm. hohe und fast ebenso dicke, schön ausgebildete Pyramiden von anscheinend monokliner Form (s. Fig. 20), d. h. einer Combination der zusammengehörigen vordern und hintern

lemipyramide mit der Basis. Für die Annahme des mo-
oklinen Systems sprechen bei der ersten vorläufigen Be-
rachtung auch alle optischen Eigenschaften, da Spaltungs-
latten nach einem Hemidoma beide Ringsysteme im Po-
risationsapparat, etwa gleichweit von der Mitte des Ge-
chtsfeldes, so gelegen zeigten, dafs die optische Axen-
ene als senkrecht zur Symmetrieebene anzunehmen war.
ie genauere Untersuchung zeigte nun aber, dafs die Nei-
ng der Basis gegen die Pyramidenflächen rechts und
ks von der vermeintlichen Symmetrieebene (die durch die
anten *A* und *B* Fig. 20, Taf. V gelegte Ebene) ein wenig
rschieden sey, dafs ferner die optische Axenebene zwar
hezu, aber nicht genau, senkrecht zu jener Ebene, dafs
e 1. Mittellinie nicht in derselben liege, sondern wenig
gen sie geneigt sey, kurz: dafs das Krystallsystem die-
s Körpers *triklinisch* sey, aber mit so grofser Annähe-
ng an das monokline, sowohl in den Winkeln, als in
n optischen Eigenschaften, wie sie wohl bisher noch in
iner anderen Substanz beobachtet worden ist. Wie weit
ese Annäherung geht, ersieht man aus den folgenden
gaben:

Axenverhältnifs (Brachyd. : Makrod. : Vertikale:

$$a : b : c = 0{,}6114 : 1 : 1{,}8241.$$

$$\alpha = 82^\circ\,36\tfrac{1}{2}', \quad \beta = 90^\circ\,45', \quad \gamma = 89^\circ\,21\tfrac{1}{2}'$$

$$A = 82\ 36\tfrac{1}{2}', \quad B = 90\ 20', \quad C = 89\ 15.$$

Diese Winkel der Axen α, β, γ und der Axenebe-
en *A*, *B*, *C* gelten für den rechten oberen Oktanten der
orderen Seite. Die beobachteten Flächen sind:

$$c = oP,\ 'o = {}'P,\ o' = P',\ {}_{,}o = {}_{,}P,\ o_{,} = {}_{,}P.$$

Kantenw.	beobachtet	berechnet
$'o : c$	$= *109^\circ\,51'$	—
$o_{,} : c$	$= 109\ 18$	$109^\circ\,20\tfrac{1}{2}'$
${}_{,}o : c$	$= *102\ 1$	—
$o' : c$	$= *102\ 52\tfrac{1}{2}$	—
${}_{,}o : 'o$	$= 148\ 18\tfrac{1}{2}$	$148\ 8$
$o' : o_{,}$	$= *147\ 43$	—

Kantenw.	beobachtet	berechnet
$'o : o_{,}$	= 107 14	107 0
$_{,}o : o'$	= *112 51	—
$'o : o'$	= 119 38½	119 35
$o_{,} : _{,}o$	= 119 30	119 19
$c : s$ (Spaltungsfl.)	= 111 51	112 6.

Spaltbarkeit nach einem, nicht als Krystallfläche auftretenden, linken oberen Hemidoma $s = 2'P_{,}\infty$; sehr vollkommen.

An einem Krystall wurde eine Zwillingsverwachsung nach oP und Pyramidenflächen mit der Vertikalaxe $\frac{1}{2}c$ beobachtet; da aber deren Flächen nicht glänzend genug waren, um sehr genaue Messungen anzustellen und da andererseits der ganze Krystall zu dünn tafelartig nach oP ausgebildet war, um gespalten und optisch untersucht werden zu können, so mufsten die Oktanten, in denen die Tetartopyramiden $\frac{1}{3}P$ auftreten, unbestimmt gelassen werden.

Optische Untersuchung: Dieselbe erstreckte sich lediglich auf Spaltungsplatten nach s, da Schliffe nach anderer Richtung wegen der geringen Härte und der vollkommenen Spaltbarkeit nicht ausführbar waren. Denkt man sich eine Spaltungsplatte nach s mit dieser Fläche dem Beobachter zugekehrt, so dafs oben vorn die *stumpfe* Kante $c:s$ horizontal liegt, so ist die Lage der optischen Axenebene folgende: sie steht, bis auf c, $\frac{1}{2}^0$ genau, senkrecht auf s; ihr Durchschnitt mit letzterer ist nicht parallel der Kante $c:s$, sondern bildet mit derselben einen Winkel von $6\frac{1}{3}^0$ derart, dafs beide nach links convergiren. Die erste Mittellinie der optischen Axen, für verschiedene Farben wenig differirend, steht nicht genau senkrecht zur Platte, sondern $3\frac{1}{3}^0$ nach links geneigt. Die Axen zeigen eine sehr starke Dispersion $\varrho < v$ und aufserdem deutlich gekreuzte Dispersion der Axenebenen. Die Axenwinkel in Oel wurden mittelst solcher gespaltenen Platten bestimmt zu:

Li:	46° 40′
Na:	50 57
Tl:	55 0.

Bijodorthonitrophenol = $CH_2(NO_2)(HO)J_2$.

Von Hrn. Körner dargestellt durch Einwirkung von und Jodsäure auf Orthonitrophenol in alkalischer Lö-. Krystallisirt aus Aether in farblosen Prismen, die ler Luft schwefelgelb werden (Kekulé, organ. Che- III, 56). Der Schmelzpunkt der mir zur Untersu- g übergebenen Krystalle wurde zu 152° bestimmt.

Diese Verbindung zeigt einen krystallographischen Ha-, welcher mit dem der vorher beschriebenen und ganz g zusammengesetzten so vollkommen übereinstimmt, beide als *isomorph* betrachtet werden müssen. Es n an den Krystallen aufser den beiden Tetartopyra- n *'o* und *o,* und der Basis *c* (vergl. Fig. 19, Taf. V), he Flächen ganz ähnliche Winkel einschliefsen, als dem Bromkörper, an der Stelle von *o* und *o'* flachere rtopyramiden $\frac{1}{3}P$ und $\frac{1}{5}P$ auf, wie sie auch an jenem, seltener, vorkommen; diese Flächen sind indefs matt unvollkommen ausgebildet, so dafs keine einiger- en genaue Messungen derselben möglich waren. Zur immung der krystallographischen Constanten, welche wegen der Beschaffenheit der Flächen weniger genau als bei der analogen Bromverbindung, konnten nur , *c* und die Spaltungsfläche dienen. Die Krystalle en nämlich, wie das Bibromorthonitrophenol, eine kommne Spaltbarkeit nach einer Fläche *s*; aber wäh- bei letzterem *s* mit *c* einen Winkel von 111° 51' oben) einschliefst, demnach als ein Hemidoma $2'P'\infty$ achtet werden mufste, steht hier *s* fast senkrecht zu *c*; man daher die Formen des Bijodorthonitrophenol's ein Axenverhältnifs beziehen, welches demjenigen des orphen Bromkörpers ähnlich ist, so mufs man *s* nicht Hemidoma, sondern als Brachypinakoïd $\infty\breve{P}\infty$ be- hten. Alsdann ergiebt sich:

$$a : b : c = 0{,}6155 : 1 : 1{,}6825$$

$$\alpha = 86^\circ 43' \qquad \beta = 90^\circ 29' \qquad \gamma = 92^\circ 47'$$

$$A = 86\ 45 \qquad B = 90\ 20 \qquad C = 92\ 55.$$

Die Winkel, aus welchen diese Daten berechnet sind, wurden folgendermafsen gefunden:

$c : s = 93^{\circ}\ 15'$
$c : {}'o = 109\ 23$
$c : o_{,} = 108\ 8$
${}'o : o_{,} = 106\ 30$
$o_{,} : s = 123\ 26.$

Die Substanz ist kaum härter als Talk, so dafs trotz ihrer vollkommnen Spaltbarkeit die Herstellung der Spaltungsflächen *s* durch die grofse Weichheit erheblich erschwert wird.

Die optische Untersuchung wurde auch hier, wie bei dem vorigen Körper, nur mit Spaltungslamellen nach *s* angestellt, und zeigte, dafs auch in optischer Beziehung grofse Aehnlichkeit zwischen den beiden Verbindungen existirte. Bei der zuerst beschriebenen waren die Axenebenen für verschiedene Farben um nicht unbeträchtliche Winkel gegeneinander gedreht, daher das deutliche Auftreten der gekreuzten Dispersion; bei dem Bijodorthonitrophenol sind nun jene Winkel so bedeutend, dafs dasselbe wohl den höchsten, bis jetzt beobachteten, Grad der gekreuzten Dispersion zeigen dürfte. Zur Bestimmung derselben wurde eine Spaltungsplatte in derjenigen Stellung wie sie beim Bromkörper beschrieben wurde, so dafs die stumpfe Kante *c* : *s* oben horizontal lag, in homogenem Licht von verschiedener Farbe im verticalen Polarisationsinstrument betrachtet, die Lage beider Axenbilder im Gesichtsfeld mittelst eines Strichmikrometers, dessen Winkelwerth bekannt, bestimmt, in ein Coordinatensystem eingetragen, und daraus graphisch die Lage der optischen Axenebenen und der Halbirenden der optischen Axen abgeleitet.

Hierbei ergaben sich folgende Zahlen, wobei Col. I den Winkel enthält, welche der Durchschnitt der optischen Axenebene und der Spaltungsfläche, mit der Kante *s* : (also der Brachydiagonalen) bildet; Col. II den scheinbaren Winkel der optischen Axen in Luft und Col. III de

kel, um welchen die Mittellinie der Axen, in einer ıe, welche sehr nahe senkrecht zur Kante $c:s$ steht, unten geneigt ist gegen die Normale zur Krystallplatte.

	I.	II.	III.
Roth (Li):	$45\frac{1}{2}^0$	$59\frac{1}{2}^0$	7^0
Gelb (Na):	37	$55\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}^0$
Grün (Tl):	23	52	8.

lieraus zu schliefsen, würde die Axenebene für das rste Roth des Spectrums mit derjenigen für das äufserste ıtt einen Winkel von nahe 70° einschliefsen; eine Dison der Axenebenen, wie sie wohl noch nicht bekannt Sie hat die eigenthümliche Erscheinung zur Folge, dafs Spaltungsplatte von Bijodorthonitrophenol, im paralweifsen polarisirten Licht zwischen gekreuzten Nicols ıchtet und in ihrer eigenen Ebene gedreht, bei keiner ung dunkel wird, sondern stets eine Interferenzfarbe , welche gerade so wechselt, wie die Farbe einer lar-polarisirenden Platte beim Drehen eines Nicols.

. *Ueber den Aggregatzustand der Sonnenflecke; von F. Zöllner.*

Folgende ist ein wortgetreuer Abdruck der von mir am 7. Novem- 1873 in der Königl. Sächs. Gesellsch. d. Wiss. vorgetragenen Abdlung, auf welche sich Hr. Prof. Reye in seiner letzten Publica- — diese Ann. Bd. CLI, S. 172 — gelegentlich bezieht. Einer Ererung derselben sowie überhaupt einer Fortsetzung der Controverse Hrn. Reye halte ich mich auf Grund der am Schlusse meiner en Erwiderung abgegebenen Erklärung für überhoben.)

§. 1.

chhoff spricht in den „Untersuchungen über das enspectrum und die Spectren der chemischen Ele- " [1]) seine Anschauung von der physischen Beschaffenler Sonne in folgenden Worten aus:

›handl. d. Kgl. Akad. d. W. zu Berlin 1861, S. 83.

„Die wahrscheinlichste Annahme, die man machen kann, ist die, dafs die Sonne aus einem festen oder tropfbarflüssigen, in der höchsten Glühhitze befindlichen Kern besteht, der umgeben ist von einer Atmosphäre von etwas niedrigerer Temperatur".

„Bei der Sonnenatmosphäre sind es Schichten, die in gewisser Höhe über der Oberfläche des Kernes sich befinden, die das Meiste zur Bildung der dunklen Linien des Spectrums beitragen; ***die untersten Schichten nämlich, die nahe dieselbe Temperatur als der Kern besitzen, verändern das Licht dieses wenig, da sie jedem Lichtstrahle den Verlust an Intensität, den sie durch Absorption herbeiführen, durch ihr eigenes Glühen nahe ersetzen***".

Diese Sätze, welche allen meinen bisherigen Untersuchungen über die physische Beschaffenheit der Sonne zu Grunde liegen, sollen auch den Ausgangspunkt der folgenden Entwickelungen bilden.

Die nächste wahrscheinliche Folgerung, welche sich aus jenen Kirchhoff'schen Sätzen ergiebt, besteht darin, dafs die über der glühendflüssigen Oberfläche befindliche Atmosphäre in ihren unteren Schichten im Allgemeinen mit einer Nebel- und Wolkendecke erfüllt ist, welche in einer gewissen Höhe über dem glühendflüssigen Meere schwebt.

In der That gewährt die leuchtende Sonnenoberfläche in starken Fernröhren und unter günstigen Luftverhältnissen den Anblick eines Aggregates cumulusartiger Gebilde von leuchtenden Wolken [1]).

1) „*En effet, nous avons dit que la matière lumineuse du Soleil est analogue aux brouillards ou aux nuages; dès lors, il est bien naturel d'admettre que les grains sont les sommets des mamelons arrondis terminant ces masses vaporeuses qui flottent comme nos cumuli, dans l'atmosphère solaire. Rien n'est plus commun, même sur la Terre, que de voir le sommet d'une montagne, des brouillards et des nuages produire un effet semblable; les dimensions énormes de ces corps solaires, présentant une étendue de plusieurs centaines de kilomètres, ne peuvent que rendre cette explication plus plausible.*" *P. Secchi, Le Soleil p.* 37.

Die *Erkennbarkeit* dieser Wolken ist bedingt durch ıren Helligkeitsunterschied von denjenigen Stellen, welche, on Wolken befreit, uns den Anblick tieferer Schichten der des glühendflüssigen Kernes gestatten. Jener Helligːeitsunterschied aber, von welchem die Sichtbarkeit der ɡlühenden Wolkengebilde abhängt, ist offenbar an dieselbe Bedingung geknüpft, welche Kirchhoff oben für die glüıenden Gasschichten der Sonnenatmosphäre überhaupt ausıpricht. Demgemäfs läfst sich folgender, für das Verständıifs der Vorgänge an der Sonnenoberfläche wichtige Satz llgemein aufstellen:

Wolken in der Sonnenatmosphäre, „die nahe dieselbe Temperatur als der Kern besitzen, verändern das Licht dieses wenig, da sie jedem Lichtstrahle den Verlust an Intensität, den sie durch Absorption herbeiführen, durch ihr eigenes Glühen nahe ersetzen“.

Aus diesem Satze ergiebt sich:

Erstens, dafs die Wolken in den tieferen Schichten der ɔonnenatmosphäre sehr schwer wahrnehmbare Gebilde seyn nüssen, da die Wahrnehmbarkeit eines Gegenstandes nur lurch Helligkeitsdifferenzen zwischen ihm und seiner Umːebung ermöglicht wird;

Zweitens, dafs die Annahme wolkenartiger Verdichtungsroducte und der Nachweis ihrer Entstehung zur Erklärıng der Sonnenflecke und ihrer geringeren Helligkeit *allein* icht ausreichend ist; es mufs gleichzeitig eine Ursache achgewiesen werden, durch welche das betreffende Wolːngebilde dergestalt eine dauernde Temperaturerniedrigung rleidet, dafs sich dasselbe durch Verminderung des Emisionsvermögens für Licht und Wärme wochen- und moatelang als *dunkler* Fleck von seiner Umgebung untercheidet.

§. 2.

Im Allgemeinen sind nur zwei Ursachen denkbar, durch elche ein glühender Körper eine Temperaturerniedrigung eiden kann, nämlich:

1. durch Leitung bei Berührung mit einem kühleren Körper,

2. durch Ausstrahlung.

Da in der Sonnenatmosphäre die äufseren Schichten die kühleren, die tieferen die heifseren sind, so wäre die erste Art einer localen Abkühlung der leuchtenden Wolkendecke nur dadurch möglich, dafs an der betreffenden Stelle durch einen *absteigenden* Luftstrom, kühlere Gasmassen aus höheren Schichten mit den heifseren Wolken in tieferen Schichten in Berührung kämen.

Indessen selbst die Annahme eines solchen permanenten, absteigenden Luftstromes — ganz abgesehen von der Frage nach seiner Ursache — würde, wie mir scheint, *allein* nicht ausreichend seyn, die fragliche Temperaturerniedrigung und dadurch eine hinreichende Verminderung der Lichtemission an der betreffenden Stelle zu erklären. Denn durch jene kühleren und höheren Schichten der Sonnenatmosphäre blicken wir, da sie durchsichtig sind, auf die heifsere und tiefere Wolkenschicht. Soll also die Temperatur der letzteren durch Berührung mit den ersteren erniedrigt werden, so kann dieſs doch nur wieder auf Kosten einer entsprechenden Temperaturerhöhung der herabströmenden kälteren Gastheile geschehen, die ohnedieſs durch Compression beim Herabsteigen in dichtere Schichten eine Temperaturerhöhung erleiden müfsten. Hierdurch würde aber die Lichtemission der herabgeströmten Gastheile wieder erhöht, wodurch jedenfalls ein Theil des Lichtverlustes, den sie durch Abkühlung an der tiefer gelegenen Wolkenschicht erzeugen, wieder durch Zunahme ihrer eigenen Lichtentwickelung ersetzt wird. Es dürfte daher auch für diese, in tiefere Schichten herabsteigenden Luftmassen *mutatis mutandis* dasselbe gelten, was oben in den Kirchhoff'schen Sätzen für die unteren Schichten der Sonnenatmosphäre allgemein ausgesprochen wurde; *sie verändern das Licht nur wenig, da sie jedem Lichtstrahle den Verlust an Intensität, den sie durch Abkühlung herbeiführen, durch ihr eigenes Glühen nahe ersetzen.*

Aus diesen Betrachtungen ergiebt sich der folgende Satz:

Zur Erklärung einer localen Abkühlung von längerer Dauer an der Sonnenoberfläche mufs die Temperaturerniedrigung durch Leitung bei Berührung mit einem kälteren Körper ausgeschlossen werden [1]).

Denn gesetzt, man leugnete die Richtigkeit dieses Satzes, und wollte die in der That über den Sonnenflecken beobachteten absteigenden Ströme (*down-rush*) als Ursache der lokalen Temperaturerniedrigung betrachten, so wäre man doch wiederum gezwungen, eine bestimmte Ursache anzugeben, durch welche gerade an dieser Stelle wochen- und monatelang absteigende Ströme erzeugt werden.

Verzichtet man hierbei auf die Annahme unbekannter, *extrasolarer* Ursachen, so bleibt nur die Annahme einer Temperaturerniedrigung in den tiefer als das allgemeine Niveau der leuchtenden Wolkendecke gelegenen Schichten

1) Es ist selbstverständlich, dafs eine locale Abkühlung in der leuchtenden Wolkendecke der Sonne noch weniger durch einen aufsteigenden und daher *heifseren* Luftstrom erzeugt werden kann. Stellen, an denen solche aufsteigenden Ströme mit besonderer Heftigkeit stattfinden, werden vielmehr durch die höhere Temperatur der dabei gebildeten wolkenartigen Verdichtungsproducte als *helle*, etwas über dem allgemeinen Niveau der Sonnenoberfläche *erhöhte* Stellen erscheinen, wie die sogenannten *Fackeln*, nicht aber als *dunkle*, *vertiefte* Stellen, wie die Flecken. Bereits Liais bemerkt in einer schönen und sorgfältigen Arbeit vom Jahre 1867: „*Par conséquent dans les points où la photosphère s'élève au-dessus de son niveau général, on devra voir des facules*". (*Mém. de Cherbourg* 1867, *p.* 334.)

Ich würde es für überflüssig gehalten haben, diese einfachen Folgerungen besonders hervorzuheben, wenn nicht neuerdings Hr. Prof. Reye versucht hätte, die Sonnenflecke durch aufsteigende Ströme „an einer besonders heifsen Stelle der Sonnenoberfläche" als „*wolkenartige Verdichtungsproducte in den tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre, welche sich ähnlich wie die grofsen Wolkenschichten der irdischen Cyclonen von unten her erneuern*" zu erklären. (Vergl. Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen in der Erdatmosphäre mit Berücksichtigung der Stürme in der Sonnen-Atmosphäre dargestellt und wissenschaftlich erklärt von Dr. Th. Reye, ordentl. Professor an der Universität Strafsburg. Hannover 1872, *p.* 178.)

der Sonnenatmosphäre übrig. Denn eine solche locale Erniedrigung der Temperatur ist allein im Stande nach uns bekannten Analogien in der irdischen Atmosphäre dauernd absteigende Ströme zu erzeugen.

Da jedoch diese Temperaturerniedrigung auf der Sonne *nicht* durch Leitung bei Berührung mit einem kühleren Körper erzeugt werden kann, so bleibt nur die Annahme einer intensiveren *Ausstrahlung* von Wärme als Ursache jener localen Abkühlung übrig. Die Aufgabe der weiteren Erklärung kann also nur darin bestehen, die Ursachen nachzuweisen:

Erstens, durch welche in den unterhalb des Niveaus der leuchtenden Wolkenschicht gelegenen Theilen der Sonne an einer bestimmten Stelle eine stärkere Wärmeausstrahlung stattfinden kann als an anderen Stellen.

Zweitens, durch welche die so erzeugte Temperaturerniedrigung und folglich alle durch sie bedingten Erscheinungen (Dunkelheit, absteigende Ströme) längere Zeit hindurch localisirt bleiben können.

§. 3.

Die Beantwortung der ersten Frage habe ich bereits vor drei Jahren in meiner Abhandlung „Ueber die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecke [1]) durch folgende auf die Sonnenatmosphäre bezüglichen Erläuterungen zu geben versucht.

„Die Beschaffenheit dieser Atmosphäre mufs die Intensität der Wärmeausstrahlung der von ihr eingehüllten Sonnenoberfläche in ähnlicher Weise beeinflussen, wie die Beschaffenheit der irdischen Atmosphäre die Wärmeausstrahlung der erwärmten Erdoberfläche beeinflufst. Ist nämlich die Atmosphäre unserer Erde *ruhig* und *wolkenfrei*, so ist die durch nächtliche Ausstrahlung erzeugte Temperaturerniedrigung am stärksten und als Resultate dieser Ausstrahlung bilden sich je nach der Temperatur Thau oder Reif. — In analoger Weise mufs die Tempe-

1) Berichte der K. S. Ges. d. W. 12. Dec. 1870, S. 339.

raturerniedrigung der glühendflüssigen Sonnenoberfläche durch Ausstrahlung an denjenigen Stellen am bedeutendsten seyn, wo die darüber befindliche Atmosphäre möglichst *ruhig* und *klar* ist. An solchen Stellen wird sich die eingetretene Temperaturerniedrigung bei hinreichender Gröfse auch durch eine Verminderung der Leuchtkraft bemerkbar machen und hierdurch einem entfernten Beobachter die Erscheinung eines dunklen Fleckes darbieten müssen".

Wenn aber die leuchtende Wolkendecke der Sonne in Folge der angegebenen Bedingungen an einzelnen Stellen sich lichtet und uns so den Blick auf die tiefer gelegenen Schichten der Atmosphäre oder auf die Oberfläche des glühendflüssigen Kernes gestattet, so darf man nicht erwarten, dafs dieses Phänomen sich unmittelbar auch *optisch* für unsere Wahrnehmung in auffallender Weise bemerklich machen wird, etwa wie die Aufhellung der Wolkendecke eines von der Sonne beleuchteten Planeten. Denn „Wolken in der Sonnenatmosphäre, die nahe dieselbe Temperatur als der Kern besitzen, verändern das Licht dieses wenig, da sie jedem Lichtstrahle den Verlust an Intensität, den sie durch Absorption herbeiführen, durch ihr eigenes Glühen nahe ersetzen".

Mit Berücksichtigung der Lichtabsorption in der Sonnenatmosphäre selber und des Einflusses, den die verschiedene Tiefe der darin befindlichen leuchtenden Objecte unter sonst gleichen Umständen auf ihre Helligkeit äufsern mufs, ist es sogar nicht einmal möglich *a priori* den Sinn der Helligkeitsänderung zu bestimmen, welcher bei einer solchen Aufhellung in der Sonnenatmosphäre eintritt. Denn die gröfsere Helligkeit der tiefer gelegenen und deshalb heifseren Objecte könnte durch jene Absorption compensirt oder sogar vermindert werden. Indessen scheinen öfter hellere Stellen (Fackeln) an denjenigen Orten der Sonnenoberfläche beobachtet zu werden, wo einige Tage später die Entwickelung eines Fleckes stattfindet [1]).

1) Secchi, *Le Soleil p.* 38. Wenn man mit dem Namen „Fackeln"

Es handelt sich jetzt um die Discussion der zweiten Frage, *durch welche Umstände können Temperaturunterschiede, die durch Ausstrahlung an der Oberfläche eines Körpers entstanden sind, möglichst lange Zeit localisirt bleiben?*

Um unsere Betrachtungen an bestimmte Vorstellungen zu knüpfen, denken wir uns drei heifse Körper in Form von Kugeln, die sich bis auf ihren Aggregatzustand (fest, flüssig, gasförmig) durch *Nichts* von einander unterscheiden. Einer jeden dieser Kugeln sey an einer gleich grofsen Stelle dieselbe Wärmequantität entzogen und hierdurch bei allen eine gleiche, locale Temperaturerniedrigung erzeugt. Welche Kugel wird zur Ausgleichung der entstandenen Temperaturdifferenz an ihrer Oberfläche die längste Zeit erfordern? Offenbar die *feste,* denn bei ihr kann die Ausgleichung nur durch *Leitung* der Wärme geschehen, während bei den beiden andern Kugeln diese Ausgleichung auch noch durch die Bewegungen der verschieden erwärmten Körpertheile beschleunigt wird und zwar um so mehr, je gröfser unter übrigens gleichen Umständen die Beweglichkeit des Stoffes ist. Es wird also auch an der Oberfläche der flüssigen Kugel eine entstandene Temperaturdifferenz länger verharren müssen als an der Oberfläche der gasförmigen.

Man kann also allgemein den folgenden Satz aussprechen:

allgemein nur hellere Stellen auf der Sonnenoberfläche bezeichnet, so könnte man vielleicht, falls obige Annahme richtig ist, bezüglich der Ursache ihrer Entstehung zwei Arten von Fackeln unterscheiden:

1. solche, welche, wie die oben erwähnten, durch Aufhellung der leuchtenden Wolkendecke entstehen. Dieselben würden am Rande der Sonne verschwinden und nur in den centralen Theilen der Sonnenscheibe sichtbar seyn.
2. solche, welche wie die um den äufseren Rand der Penumbra befindlichen durch aufsteigende heifsere Luftströme erzeugt werden. Diese Fackeln treten am Rande deutlicher hervor, wie dies schon Liais in seiner oben erwähnten Arbeit durch die Absorption der äufseren, kühleren Schichten der Sonnenatmosphäre erklärt hat.

Eine locale Temperaturerniedrigung an der Oberfläche eines Körpers erfordert eine um so längere Zeit zu ihrer Ausgleichung, je weniger beweglich unter übrigens gleichen Umständen die Theile des Körpers sind. Folglich mufs der feste Aggregatzustand eines Körpers am besten geeignet seyn, einen, durch irgend welche Umstände entstandenen, Wärmeverlust an seiner Oberfläche längere Zeit zu fixiren.

Da nun die Sonnenflecke Stellen localer Temperaturerniedrigung an der Oberfläche eines glühenden Körpers sind, die sich zuweilen mehrere Monate hindurch erhalten können, so ist die Annahme eines festen Aggregatzustandes der Kerne der Flecken die *wahrscheinlichste* Annahme, welche zur Erklärung ihrer längeren Dauer gemacht werden kann. Demgemäfs treffen die Einwendungen, welche man im Hinblick auf die hohe Temperatur der Sonne gegen das längere Bestehen schlackenartiger Abkühlungsproducte erhoben hat, in noch viel höherem Maafse die wolkenförmigen Verdichtungsproducte.

Gleichzeitig folgt aber auch aus den Bewegungen der Flecke, sowohl in Länge als Breite, dafs die Oberfläche, auf welcher jene Schlacken schwimmen, eine flüssige seyn mufs.

§. 4.

Faſst man die wesentlichen Momente der für den *festen* Aggregatzustand der Sonnenflecke gegebenen Deduction kurz zusammen, so ergiebt sich Folgendes:

Die geringere Helligkeit der Sonnenflecken kann nur die Folge einer localen Temperaturerniedrigung seyn. Diese kann nicht durch Leitung bei Berührung mit einem kühleren Körper erzeugt werden; noch weniger durch aufsteigende Ströme aus tieferen und deshalb heifseren Schichten [1]); sie mufs deshalb durch *Ausstrahlung* an solchen

1) Die beim Aufsteigen einer erhitzten Luftmasse durch ihre Ausdehnung eintretende Abkühlung bezieht sich selbstverständlich auf diejenige Temperatur, welche die Luftmasse selber in tieferen Schich-

Stellen entstanden seyn, wo die hierzu günstigen Bedingungen der Atmosphäre realisirt waren. Zur längeren Localisirung des hierdurch entstandenen Wärmeverlustes ist der *feste* Aggregatzustand der *günstigste*, weil bei diesem die Ausgleichung der Temperaturerniedrigung nur durch Leitung möglich ist und nicht wie bei Körpern im flüssigen oder gasförmigen Zustande noch durch Gleichgewichtsstörungen beschleunigt wird.

Demgemäfs ist meine Vorstellung von der physischen Beschaffenheit der Sonne, entsprechend den bisher von mir vertretenen Anschauungen, kurz folgende:

Die Sonne ist ein glühendflüssiger Körper, umgeben von einer glühenden Atmosphäre; in der letzteren schwebt eine fortdauernd sich erneuernde Decke von leuchtenden cumulusartigen Wolkengebilden in einem gewissen Abstande über der flüssigen Oberfläche. An solchen Stellen, wo die Wolkendecke sich vermindert oder auflöst, entstehen durch kräftige Ausstrahlung auf der glühendflüssigen Oberfläche schlackenartige Abkühlungsproducte. Dieselben liegen folglich tiefer als das allgemeine Niveau der leuchtenden Wolkendecke und bilden die Kerne der Sonnenflecke. Ueber diesen abgekühlten Stellen entstehen absteigende Luftströme (*down-rush*), welche um die Küsten der Schlackeninseln eine Circulation der Atmosphäre einleiten, der die Penumbren ihren Ursprung verdanken. Die innerhalb dieses Circulationsgebietes gebildeten wolkenartigen Abkühlungsproducte werden hinsichtlich ihrer *Gestalt* und *Temperatur* durch die Natur der strömenden Bewegung bestimmt. Sie müssen uns daher in Folge ihrer Temperaturerniedrigung *weniger*

ten besafs, nicht auf die Temperatur derjenigen höheren Schicht, in welcher sie zu Ruhe kommt. Denn unter die Temperatur dieser Schicht kann diejenige der emporgestiegenen Masse nicht sinken. Da nun die Kerne der Flecken tiefer als das Niveau der leuchtenden Wolkendecke liegen, so müfsten sie als Wolken eines aufsteigenden Stromes eine höhere Temperatur als letztere besitzen und daher *hellere*, nicht *dunklere* Stellen der Sonnenoberfläche seyn.

leuchtend als die übrige Wolkendecke der Sonnenoberfläche und ***trichterartig vertieft*** durch ihre absteigenden Bewegungen über dem Fleck erscheinen [1]).

§. 5.

Obschon diese Darstellung und Begründung meiner Anschauungen von der physischen Beschaffenheit der Sonne für vorurtheilsfreie Leser ausreichend seyn dürfte, die we-

1) Der *äufsere* Rand der Penumbra liegt folglich *im Niveau der leuchtenden Wolkendecke*, durch welche im Allgemeinen die Gränzen der Sonnenscheibe für unsere Wahrnehmung bestimmt ist. Diese Bemerkung wird ausreichen, um einen Einwand zu beseitigen, welchen kürzlich Hr. Faye als Consequenz meiner Anschauung von der Penumbra ausgesprochen hat. Hr. Faye bemerkt nämlich gelegentlich einer Reproduction meiner Theorie, man müfste zufolge derselben beim Verschwinden eines Fleckes am Sonnenrande jenes trichterförmig vertiefte Wolkengebilde frei schwebend auf der Chromosphäre projicirt erblicken. (... *quand la tache arrive au bord, ce tore, ce bourrelet ou cette espèce dentonnoir devra se dessiner en saillie sur la chromosphère ... mais je ne le vois pas: s'il existait on l'aurait vu cent fois, on l'aurait dessiné.* Vergl. *Comptes rendus* 25. *Août* 1873, *p.* 503.) Es konnte diese Folgerung des Hrn. Faye nur aus einer irrthümlichen Auffassung meiner Theorie entspringen; ich habe niemals behauptet, dafs wir direct auf die Oberfläche des glühendflüssigen Kernes der Sonne blicken, sondern stets besonders darauf aufmerksam gemacht, dafs dieselbe mit Dämpfen, Nebeln und Wolken bedeckt ist, auf welche zunächst unsere Blicke treffen.

Es scheint, als ob man diesen Umstand bei der Beurtheilung meiner Schlackentheorie und den gegen dieselbe erhobenen Einwendungen gänzlich übersehen hat. Ich könnte mir sonst wenigstens nicht erklären, wie man den so deutlich ausgesprochenen wolkenartigen Charakter der Penumbra und den schnellen Wechsel ihrer inneren und äufseren Contouren als Argument gegen die schlackenartige Natur des Kernfleckes hat anführen können. Selbst die Oberfläche jener Schlakkenmassen wird mit nebel- und wolkenartigen Condensationsproducten bedeckt seyn müssen, wie ich diefs in meiner letzten Abhandlung (diese Ber. 21. Febr. 1873) ausdrücklich durch folgende Bemerkung zu erläutern versuchte: „Bei der dampfreichen Atmosphäre der Sonne und der immer noch sehr hohen Temperatur abgekühlter Schlacken wird man es als unzweifelhaft betrachten dürfen, dafs unsere Blicke nicht direct auf die feste Masse des Kernfleckes, sondern auf die über demselben condensirten Dämpfe fallen."

sentlichsten Einwendungen zu beseitigen, welche derselben bisher von ihren Gegnern gemacht worden sind, so halte ich es dennoch den letzteren gegenüber nicht für überflüssig, am Schlusse dieser Arbeit noch etwas specieller auf jene Einwendungen einzugehen.

Soweit mir bekannt, sind es besonders zwei Argumente, die der Annahme schlackenartiger Abkühlungsproducte für die Sonnenflecke entgegengestellt wurden:

Erstens die schnelle Veränderlichkeit ihrer Gränzen und die vielfach daran beobachteten wolkenartigen Neubildungen.

Zweitens die hohe Temperatur und Wärmestrahlung der Sonne, welche solche Schlackenmassen schnell wieder schmelzen und auflösen müfste, wenn auch nur ein geringer Theil der ausgestrahlten Wärme von ihnen absorbirt würde.

Zur Widerlegung des ersten Einwandes genügt es, sich zu vergegenwärtigen, wie gerade durch die von mir vertretenen Anschauungen von der Entstehung der Penumbra ein grofser Reichthum solcher Bewegungen und Wolkenbildungen erzeugt werden mufs, wie sie den erwähnten Beobachtungen entspricht. Wenn man daher meiner Theorie nicht fälschlich die Folgerung unterschiebt, man müfste direct auf die glühendflüssige Oberfläche des Sonnenkörpers blicken und dort die Schlacken, ähnlich denjenigen auf der glühendflüssigen Masse eines Schmelzofens, herumschwimmen sehen, so verliert der erste Einwand jede Berechtigung.

Die Nothwendigkeit einer hell leuchtenden Wolkendecke, welche die glühendflüssige Sonnenoberfläche allseitig umhüllt, habe ich übrigens bei jeder sich darbietenden Gelegenheit in meinen Arbeiten hervorgehoben. Denn meine ganze Theorie der Periodicität und heliographischen Verbreitung der Sonnenflecke hat jene Wolkendecke zu einer ihrer wesentlichen Voraussetzungen und ich habe in der betreffenden Abhandlung vor drei Jahren über die Tem-

peratur und Sichtbarkeit dieser Wolken Folgendes bemerkt[1]):

„Diese Wolken brauchen indessen durchaus nicht eine so niedrige Temperatur zu besitzen, dafs sie uns als dunkle Stellen erscheinen, vielmehr können sie mit Berücksichtigung der hohen Temperatur der Sonne nur aus Stoffen in glühendem Zustande bestehen, so dafs sich derartige Condensationserscheinungen auf der leuchtenden Sonnenscheibe nur wenig oder gar nicht bemerklich machen werden".

Es folgt hieraus, sowie namentlich aus den oben mehrfach wiederholten Sätzen Kirchhoff's, dafs weder die Auflösung noch die Bildung wolkenartiger Trübungen in der Sonnenatmosphäre optisch leicht wahrnehmbare Erscheinungen seyn können, etwa ähnlich den Trübungen in unserer Atmosphäre oder in derjenigen eines mit *reflectirtem* Lichte leuchtenden Planeten.

Mit Berücksichtigung dieses Umstandes hielt ich mich für berechtigt, die Ursache der geringeren Häufigkeit der Sonnenflecke in der Polar- und Aequatorialzone durch die hier, in Folge der allgemeinen Circulation der Sonnenatmosphäre, vorwiegend vorhandenen atmosphärischen Trübungen zu erklären, indem durch diese der Sonnenatmosphäre gerade diejenigen Bedingungen geraubt werden, welche allein eine kräftige Temperaturerniedrigung tiefer gelegener Stellen durch *Ausstrahlung* ermöglichen.

Ich drückte dieses Argument a. a. O. mit folgenden Worten aus:

„Wir haben folglich in der Aequatorialzone und in den Regionen höherer Breiten auf der Sonnenoberfläche Gebiete vorwiegender atmosphärischer Trübungen, wogegen zwischen beiden Gebieten, analog den irdischen Passatzonen, die Orte relativer Klarheit liegen. Die Bedingungen zur Wärmeausstrahlung der *glühendflüssigen Oberfläche* müssen demgemäfs an diesen Stellen im Durchschnitt günstiger, als an anderen seyn und folglich auch

1) Vergl. diese Berichte, 12. Dec. 1870, S. 349.

die Entwickelung der Sonnenflecken, als Resultate dieser Ausstrahlung hier begünstigen".

Ich glaube, dafs es bei gehöriger Berücksichtigung dieser Verhältnisse keiner weiteren Erörterungen bedarf, um Einwendungen, wie die folgenden, zu widerlegen.:

„Wären die Flecke *schlackenartige* Abkühlungsproducte, die wie Schollen auf einer flüssigen Oberfläche schwimmen, so müfsten sie nach unserer Meinung gerade an den kälteren Sonnenpolen am häufigsten sich zeigen" [1]), oder

„*Si elles étaient de simples scories dues au refroidissement, ce ne serait pas sans doute dans les régions les plus chaudes, qu'on les verrait se former; or c'est, au contraire, dans les zones voisines de l'équateur, qu'elles apparaissent et jamais aux pôles*" [2]).

Unsere Kenntnifs von der verschiedenen Wärmestrahlung der Polar- und Aequatorialgegenden der Sonne beruht auf Beobachtungen P. Secchi's mit Hülfe einer Thermosäule [3]). Der hierbei beobachtete Unterschied der Wärmestrahlung betrug etwa $\frac{1}{10}$. Diesem Unterschiede der *Ausstrahlung* mufs jedoch ein *viel geringerer* Unterschied der *Temperaturen* entsprechen, wie ich dies in meiner letzten Abhandlung [4]) theils durch Beobachtungen, theils durch Erörterungen über die Kirchhoff'sche Function zu begründen versuchte. Es verliert also durch diesen Umstand der obige Einwand noch mehr an Bedeutung, indem der Temperaturunterschied zwischen den Polen und dem Aequator, zufolge dessen „an den kälteren Sonnenpolen" sich die Schlacken am häufigsten zeigen sollten, bis zu einer unvorläufig noch unbekannten Gröfse herabgesetzt wird.

Schliefslich sey noch erwähnt, dafs auch an der Erdoberfläche durch Ausstrahlung der Wärme in ruhigen un-

1) Reye, Wirbelstürme, S. 183.

2) Faye, *Compt. rendus* 25. *Août.* 1873.

3) Secchi, *Le soleil*, *p.* 133.

4) Diese Berichte. Sitzung am 21. Febr. 1873.

kenlosen Nächten die gröfsten Temperatur-Differenzen kürzester Zeit hervorgerufen werden können.

„Am auffälligsten tritt die nächtliche Wirkung der Wärmestrahlung des Bodens im Gebiet des quer durch die Alte Welt streichenden, die Wüsten umfassenden Gürtels auf .... Selbst in der eigentlichen afrikanischen Wüste sinkt die Temperatur des Nachts so anhaltend und tief unter den Gefrierpunkt, dafs das Wasser in den Schläuchen gefriert, während sich am Mittag die Hitze bis über 40° C. erhebt“ [1]).

„Das Schliefsen der Eisdecke über Flüsse hängt vorzüglich von dem Wärmeverlust ab, den die Oberfläche durch kräftige nächtliche Ausstrahlung erleidet“.

Dafür bringt Arago [2]) folgende Belege bei.

„Im December 1762 war die Seine gänzlich zugefroren in Folge eines sechstägigen Frostes, bei dem die Temperatur im Mittel — 3,9 Grad Celsius war und im Maximo nicht — 9,7 Grad überstieg. Dagegen flofs im Jahre 1748 der Strom noch, nachdem 8 Tage lang eine mittlere Temperatur von — 4,5 Grad geherrscht und die Kälte sogar ein Maximum von — 12 Grad erreicht hatte. Die Wasserhöhe, von der die Stromgeschwindigkeit bedingt wird, war zu beiden Zeiten gleich. Allein 1762 war der Himmel vor dem gänzlichen Zufrieren völlig heiter, während er 1748 entweder bewölkt oder ganz bedeckt war. — Im Jahre 1773 am 6. Febr. ging die Seine mit Eis nach fünftägigem Frost, der im Mittel — 6 Grad betragen hatte und im Maximo bis — 10,6 Grad gestiegen war. — Im Jahre 1776 erschien das Treibeis erst am 19. Jan., obgleich es schon seit dem 9. fror und vom 15. bis zum 19. Jan. die Temperatur im Mittel — 8,3 Grad gewesen und im Maximo auf — 13,1 Grad gesunken war. Der Wasserstand erklärt diese Erscheinung nicht; denn er betrug 1776 4,5 Fufs, 1773 dage-

[1]) A. v. Humboldt, Ueber die Hauptursachen der Temperatur-Verschiedenheit auf dem Erdkörper. Pogg. Ann. Bd. 11, S. 7.

[2]) *Annuaire pour l'an* 1828 und Pogg. Ann. Bd. 14, S. 293.

gen 8 Fuſs. Allein vom 3. bis 6. Februar 1773 war der Himmel völlig heiter, während er sich vom 9. bis 19. Jan. 1776 nur auf wenige Augenblicke aufklärte. — Eine der stärksten Kälten, welche man zu Paris seit dem Gebrauche des Thermometers beobachtet hat, ist die vom Jahre 1709; aber gerade in diesem Jahre blieb die Seine bei Temperaturen von — 23° C. in der Mitte beständig offen" [1]).

Diese Thatsachen werden zur Genüge beweisen, daſs auch an der Erdoberfläche die Ausstrahlung der Wärme bei der localen Temperaturerniedrigung einer Wasseroberfläche die wirkliche Ursache ist und daſs selbst die Eisbildung unter übrigens gleichen Umständen bei beträchtlich höherer Lufttemperatur und günstigen Bedingungen zur Ausstrahlung eintreten kann, als bei Verhinderung der letzteren durch eine Wolkendecke.

§. 6.

Ich gehe jetzt zur Discussion des zweiten Einwandes gegen die Schlackentheorie der Sonnenflecken über, nämlich zur Widerlegung der Behauptung, es könnten jene Schlacken bei der hohen Temperatur der Sonne nicht längere Zeit auf der glühendflüssigen Oberfläche, ohne zu schmelzen, verharren.

Hr. Prof. Reye hat in seinem Buche über Wirbelstürme S. 177 jener Behauptung in folgenden Worten Ausdruck verliehen:

„Die von der Sonne ausgestrahlte Wärmemenge ist, Pouillet's Messungen zufolge, so ungeheuer groſs, daſs sie hinreichen würde, um an der Sonnenoberfläche in jeder Minute eine Eisschicht von 10 bis 11 Meter Dicke zu schmelzen. Wenn nun von den Flecken auch nur der fünfte Theil dieser Wärmemenge absorbirt wird, wie ist es alsdann denkbar, daſs dieselben wochen-, ja monatelang sich als Schlacken oder Wolken erhalten, ohne zu schmelzen oder sich zu verflüchtigen? Das in einem

1) Schmid, Meteorologie, S. 137 und 187.

Monate absorbirte Fünftel wäre ja im Stande, eine Eisschicht von etwa 90000 Meter oder 12 geogr. Meilen Dicke zu schmelzen!“

In ganz ähnlicher Weise spricht sich Hr. Faye in den *Comptes rendus* vom 25. August 1873 S. 505 aus, indem er bemerkt:

„*Si M. Zöllner a repris en sous-oeuvre cette idée (c. a. d. des scories), c'est qu'il a cru y trouver une explication simple et rationelle du noir des taches, laquelle manque aux éruptions privées du noyau obscur; mais il n'y parvient qu'en attribuant tacitement auxdites nappes de scories la propriété de résister à la chaleur solaire pendant des semaines et des mois. Or celle-ci n'eut-elle que sa seule radiation, suffirait pour fondre une enveloppe de fer forgé à raison d'un kilomètre d'épaisseur par jour. Que serait-ce si l'on tenait compte de la chaleur communiquée par contact? Cette enveloppe disparaîtrait sans doute en quelques instants. Evidemment ceux qui ont mis les premiers cette notion de scories en avant ne se faisaient pas la moindre idée de la puissance d'un pareil foyer.*“

Diese Argumente könnten im Hinblick auf die früher angestellten Betrachtungen durch die einfache Bemerkung entkräftet werden, dafs sie offenbar mit noch viel gröfserer Berechtigung gegen eine wolkenartige als schlackenartige Natur der Sonnenflecke anwendbar sind, wenn nicht eine permanente Ursache zur fortdauernden Erzeugung jener Wolke angenommen wird. Es wurde aber bereits oben gezeigt, dafs eine solche Ursache nur in einer relativ starken Temperaturerniedrigung der *unteren* Schichten der Sonnenatmosphäre gesucht werden mufs. Will man daher nicht, allen physikalischen Gesetzen zum Trotz, eine solche Abkühlung „in den *tieferen* Regionen der Sonnenatmosphäre“, „an einer *besonders heifsen Stelle* der Sonnenoberfläche“ dadurch entstehen lassen, dafs „die dort befindlichen untersten Schichten von Metalldämpfen und Gasen durch

Ueberhitzung zum Emporsteigen gezwungen werden“ [1]), so bleibt als *günstigste* und deshalb *wahrscheinlichste* Annahme nur die Bildung schlackenartiger Abkühlungsproducte übrig, welche dann gleichzeitig die über den Sonnenflecken beobachteten *absteigenden* Ströme (*down-rush*) nothwendig zur Folge haben.

Indessen ganz abgesehen von diesen Bemerkungen, liegt den obigen Argumentationen gegen den festen Aggregratzustand der Sonnenflecke eine stillschweigend gemachte Voraussetzung zu Grunde, welche auf einem Irrthum beruht, nämlich auf einer Verwechselung der Zeit als Maafs der Wärmestrahlung, mit derjenigen Zeit, welche zur Verwandlung der ausgestrahlten Wärmemenge in eine ihr äquivalente Arbeit erfordert wird.

1) Reye, Wirbelstürme, S. 178 und 179. Hr. Prof. Reye schildert seine Vorstellung von der Ursache und Entstehung eines Sonnenfleckens wörtlich folgendermafsen (l. c. S. 179):

„An einer besonders heifsen Stelle der Sonnenoberfläche, die gleich den Fackeln heller erscheinen wird als ihre Umgebung, mögen also die dort befindlichen untersten Schichten von Metalldämpfen und Gasen durch Ueberhitzung zum Emporsteigen gezwungen werden. Sie dehnen sich dabei aus und erkalten, nachdem sie vielleicht 100 oder 200 geographische Meilen gestiegen sind, so stark, dafs die Metalldämpfe sich theilweise verdichten; ihre frei werdende latente Wärme vergröfsert zugleich den Auftrieb der übrigen Dampf- und Gasmassen. Eine Wolke bildet sich als dunkler Fleck über der hellen Stelle, rasch wachsend von dem nachströmenden Dampfe . . .“

Das Aufsteigen von Metalldämpfen und eine hierbei eintretende Verdichtung zu Wolken findet an allen Stellen der Sonnenoberfläche statt; die mittlere Höhe der hierdurch gebildeten, leuchtenden Wolkendecke ist das Niveau der sogenannten Photosphäre. Wenn nun „an einer besonders heifsen Stelle der Sonnenoberfläche“ ein aufsteigender Strom von Gasen und Dämpfen entsteht, so mufs derselbe seine wolkenförmigen Condensationsproducte auch in *gröfserer* Höhe als in dem allgemeinen Niveau der leuchtenden Wolkendecke absetzen, also eine Wolke in den *höheren*, nicht „*tieferen* Regionen der Sonnenatmosphäre“ bilden, wie es die Beobachtungen für die Kernflecken verlangen. Am Sonnenrande müfste eine solche Wolke sich als eine leuchtende Erhöhung und nicht als eine dunkle Vertiefung der Scheibe projiciren, wie letzteres gleichfalls bei gröfseren Flecken beobachtet wird (vergl. Secchi, *Le soleil*, *p.* 62).

Wenn man das Maafs der Wärmeeinheit durch die Gröfse einer ihr äquivalenten molecularen Arbeit definirt — mag dieselbe im Schmelzen oder in einer bestimmten Temperaturerhöhung der Gewichtseinheit eines gegebenen Stoffes bestehen — so ist man natürlich im Stande, *theoretisch* jede beliebige in der Zeiteinheit producirte Wärmequantität durch jene Arbeit auszudrücken. *Empirisch* berechtigt jedoch Nichts zu der Annahme, dafs die Zeit, innerhalb welcher eine bestimmte Wärmemenge *producirt* wird, dieselbe seyn mufs, welche zur Verwandlung dieser producirten Wärme in eine ihr äquivalente Arbeit erforderlich ist. Diese Zeit hängt vielmehr theils von der Beschaffenheit der zu leistenden Arbeit, theils von den besonderen Eigenschaften und Anordnungen der Körper ab, an denen sich der Proceſs des Wärmeumsatzes vollzieht.

Wird z. B. die Quantität der in der Zeiteinheit von einer glühenden Oberfläche ausgestrahlten Wärme durch eine bestimmte Temperaturerhöhung der Gewichtseinheit eines *festen* Körpers gemessen, so hängt die Schnelligkeit, mit welcher diese Temperaturerhöhung in Wirklichkeit stattfindet, von der specifischen Wärme und Leitungsfähigkeit des betreffenden Körpers ab, also von Verhältnissen, die mit der Schnelligkeit der Wärmeproduction der glühenden Oberfläche gar nichts zu schaffen haben.

Aehnliches gilt, wenn die Quantität der Wärme durch Schmelzungsarbeit gemessen wird. Wenn z. B. ein Cubikmeter Eisen von 0° durch Berührung einer seiner quadratischen Flächen mit einer glühendflüssigen Oberfläche geschmolzen werden soll, welche *bei Abwesenheit* der Eisenmasse in einer Secunde so viel Wärme ausstrahlt, dafs damit in derselben Zeit 10 Cubikmeter Eisen geschmolzen werden könnten, so ist klar, dafs die Zeit, welche in Wirklichkeit zur Schmelzung der Eisenmasse erforderlich ist, eine viel gröfsere seyn wird. Denn diese Zeit hängt unter Anderem ab, erstens: von der Leitungsfähigkeit des Eisens. Je gröfser dieselbe ist, desto schneller mufs sich die zur Schmelzung erforderliche Wärme mittheilen und verbreiten.

Zweitens: von der Schnelligkeit, mit welcher sich die geschmolzenen Theile entfernen können, um nicht durch ihre Temperaturerhöhung der noch nicht geschmolzenen Masse einen Theil der producirten Wärme zu entziehen. Da nun allgemein in der Wirklichkeit von der durch eine glühendflüssige Oberfläche ausgestrahlten Wärme nur *ein Theil* zur Schmelzung darauf schwimmender Körper verwandt werden kann, ein anderer Theil dagegen zur Temperaturerhöhung, Bewegung und Ausdehnung der geschmolzenen Substanz verbraucht wird, so darf nicht, wie es in den oben angeführten Argumentationen der HH. Faye und Reye geschieht, die Zeit, in welcher von einer glühenden Oberfläche eine bestimmte Quantität Wärme ausgestrahlt wird, mit derjenigen Zeit identificirt werden, welche diese Wärmequantität gebraucht, um sich *vollständig* in eine ihr äquivalente Arbeit des Schmelzens zu verwandeln. Die letztere Zeit hängt von der besonderen Beschaffenheit der physikalischen Verhältnisse und von der Natur des schmelzenden Körpers ab.

Aus der Gesammtheit der in vorstehender Abhandlung angestellten Betrachtungen ergiebt sich daher, wie mir scheint, dafs die Voraussetzung schlackenartiger, durch Ausstrahlung an der glühendflüssigen Oberfläche der Sonne entstandener Abkühlungsproducte die einzige Annahme zur Erklärung der Sonnenflecke ist, welche nicht zu Widersprüchen mit physikalischen Gesetzen und sicher verbürgten Beobachtungen führt.

V. *Ueber das Ozon; von Th. Andrews.*

(Vorgetragen in der *Roy. Society of Edinburgh* und mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus der „*Nature*“ *Vol. VIII, p.* 347 *et* 364.)

Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts beobachtete Van Marum beim Experimentiren mit seiner mächtigen Elektrisirmaschine, daſs Sauerstoffgas, durch welches er elektrische Funken geleitet hatte, einen eigenthümlichen Geruch, so wie die Eigenschaft das Quecksilber anzugreifen, bekam. Mehr als fünfzig Jahre nach Veröffentlichung der Van Marum'schen Beobachtung blieb diese Erscheinung unbeachtet.

Die Entdeckung des Ozons wurde von Schönbein gemacht und in einer der Münchener Akademie 1840 übersandten Abhandlung beschrieben. In dieser wichtigen Mittheilung giebt er an, daſs dem bei Elektrolyse des Wassers am positiven Pol entwickelten Sauerstoff eine riechende Substanz begleite, welche sich in gut verschlossenen Gefäſsen lange aufbewahren lasse und deren Erzeugung abhänge von der Natur des als positiven Pol dienenden Metalls, von den chemischen Eigenschaften der elektrolytischen Flüssigkeit und von der Temperatur sowohl dieser Flüssigkeit als der Elektrode. Er fand auch, daſs derselbe Körper gebildet werde, wenn er einen Gold- oder Platinstreif dem Knopf des ersten Conductors einer gut wirkenden Elektrisirmaschine nahe hielt. Mit groſsem Scharfsinn erkannte er die Identität des eigenthümlichen Geruchs, welcher den Blitz begleitet, mit dem der neuen Substanz. In dieser Abhandlung nimmt Schönbein an, die riechende Substanz, für welche er in einer Note am Schluſs den Namen *Ozon* vorschlägt, sey ein neues elektronegatives Element von derselben Klasse, wie Chlor und Brom; allein in einem kurz darauf erschienenen Aufsatz äuſsert er, das Ozon möge ein Bestandtheil des Stickstoffs seyn.

Späterhin entdeckte Schönbein, dafs Ozon gebildet wird, wenn Phosphor sich langsam in feuchter Luft oder feuchtem Sauerstoff oxydirt.

Im folgenden Jahr kam er auf den Gegenstand zurück. Theils durch eigene Beobachtungen, theils durch ihm von De la Rive und Marignac mitgetheilte Versuche, entsagte er seiner früheren Ansicht von der Natur des Ozons und schlofs, es sey ein Wasserstoffoxyd, verschieden von Thénard's Wasserstoffhyperoxd.

Viele der von Schönbein beschriebenen Eigenschaften des Ozons wurden später von Marignac bestätigt, welcher auch fand, was schon Schönbein beobachtete, dafs wenn Luft oder Sauerstoff über Phosphor geleitet wird, nur bei Gegenwart von Feuchtigkeit Ozon entsteht und dafs kein Ozon aus Luft gebildet wird, selbst wenn sie feucht ist, sobald man sie von ihrem Sauerstoff befreit hat. Er bestätigte auch die Beobachtungen Schönbein's, dafs die besonderen Eigenschaften des Ozons verschwinden, wenn man es bis zu einer Temperatur von 300° bis 400° C. erhitzt und dafs es weder von Wasser, noch von Schwefelsäure absorbirt wird.

In einer folgenden Untersuchung (1845), welche Marignac gemeinschaftlich mit De la Rive unternahm, wurde die wichtige Thatsache festgestellt, dafs Ozon auch beim Durchgang elektrischer Funken durch reines und trocknes Sauerstoffgas gebildet wird. Frémy und Becquerel zeigten ferner, dafs reiner Sauerstoff, der in einer über Jodkaliumlösung umgestülpten Röhre enthalten ist, vollständig von dieser Flüssigkeit absorbirt wird, wenn man elektrische Funken hinlänglich lange durch das Gas streichen läfst.

Die letzte Hypothese von Schönbein, gemäfs welcher das Ozon ein Wasserstoffoxyd seyn soll, ist offenbar unverträglich mit der Erzeugung dieses Körpers beim Durchgang elektrischer Funken durch reinen trocknen Sauerstoff. Anderseits erhielt sie seine Stütze durch einige experimentelle Untersuchungen, die um diese Zeit erschienen, besonders von einer, die Baumert im Heidelberger Labo-

ratorium anstellte und in Poggendorff's Annalen für 1853 veröffentlichte. Baumert behauptete, dafs immer Wasser gebildet werde, wenn man trocknes durch Elektrolyse gebildetes Ozon durch Hitze zerstöre oder zersetze; und überdiefs bemühte er sich die Zusammensetzung desselben nachzuweisen durch die Gewichtszunahme einer Jodkaliumlösung, die Ozon zersetzte. Als das Resultat seiner Untersuchung stellte er hin, dafs zwei verschiedene Körper unter dem Namen Ozon mit einander verwechselt seyen 1) Allotropischer Sauerstoff, gebildet vom Durchgang des elektrischen Funkens durch Sauerstoff; und 2. ein Teroxyd des Wasserstoffs, gebildet bei der Elektrolyse des Wassers. Die Versuche und Schlüsse Baumert's erregten zur Zeit ihrer Veröffentlichung grofses Aufsehen und fanden sehr allgemeinen Beifall.

Bald nach ihrer Veröffentlichung wiederholte ich die Versuche Baumert's, bei welchen ein durch Elektrolyse dargestelltes Ozon durch Hitze zerstört ward, und da ich bei vielen Versuchen niemals die geringste Spur von Wasser erhalten konnte, so hielt ich es für wichtig, darüber eine sorgfältige Untersuchung anzustellen, die ich 1853 der *Royal Society* in London mittheilte. Bei Anwendung einer gesäuerten Lösung von Jodkalium fand ich, dafs, wenn sie durch Ozon zersetzt ward, ihre Gewichtszunahme genau übereinstimmte mit dem Gewicht des Ozons, welches als allotropischer Sauerstoff aus dem abgeschiedenen Jod berechnet worden war. Die aus fünf sorgfältigen Versuchen abgeleiteten Zahlen waren: 0,1179 Grm. Gewichtszunahme der Lösung und 0,1178 Grm. berechnetes Gewicht des Sauerstoffs. In Betreff der vermeintlichen Bildung von Wasser bei der Zerstörung des Ozons durch Hitze, mag es hinreichend seyn, die Resultate zweier mit grofser Sorgfalt ausgeführten Versuche anzugeben, bei welchem einem 6,8 Liter elektrolytischen Sauerstoffs, die 27 Milligrm. Ozon enthielten, und dem andere 9,6 Liter desselben Gases 38 Milligrm. Ozon einschlossen, der Wirkung der Hitze ausgesetzt wurden, um alle Ozon-Reac-

tionen zu zerstören, und nicht eine Spur von Wasser erhalten wurde. Die Gewichtszunahme des trocknenden Apparats betrug im ersten Fall nur ein Drittel Milligrm. und im zweiten ein halbes. Wären Baumert's Versuche richtig, so hätten sich bei den meinigen 24 Milligrm. Wasser bilden müssen. Die allgemeinen Schlüsse, zu welchen ich gelangte, waren:

„Dafs bei der Elektrolyse des Wassers keine Verbindung von der Zusammensetzung des Wasserstoffhyperoxyds gebildet wird, und dafs *das Ozon, aus welcher Quelle es auch herstammen mag, ein und derselbe Körper ist, der identische Eigenschaften und einerlei Zusammensetzung besitzt, kein zusammengesetzter Körper ist, sondern Sauerstoff in einem veränderten oder allotropischen Zustand* (*Phil. Trans. ff.* 1856, *p.* 13)[1])".

Die nächste Stufe in der Untersuchung dieses sonderbaren Körpers war die Entdeckung, dafs der Sauerstoff bei Verwandlung in Ozon sein Volum verringert oder dichter wird und sein ursprüngliches Volum wieder annimmt, wenn er durch Erhitzung oder sonst wie aus dem Zustand des Ozons in den des Sauerstoffs zurück versetzt wird. Diese Relation zwischen gewöhnlichem Sauerstoff und Ozon wurde zuerst von mir und Prof. Tait im J. 1860 der *Royal Society* in London mitgetheilt. Sauerstoff, in reinem und trocknem Zustande, wurde in eine Röhre gebracht, die an einem Ende zugeschmolzen und an dem anderen, zu einem feinen und, wie Fig. 21, Taf. V zeigt, gebogenen, eine kurze Säule Schwefelsäure enthaltenden, Röhrchen auslief. In die Seiten des weiteren Rohres waren zwei Platindrähte hermetisch eingeschmolzen, deren Entfernung von den Enden in der Röhre etwa 20 Mm. betrug.

Als eine elektrische Entladung ohne sichtbare Funken zwischen den Enden der Platindrähte überging, stieg die Schwefelsäure in dem benachbarten Schenkel der U-Röhre und aus der Niveau-Veränderung konnte der Betrag der Condensation oder der Volumverringerung, welche der

1) Vergl. Ann. Bd. 98, S. 435.

Sauerstoff erlitten hatte, leicht berechnet werden. Nun wurde der Apparat hermetisch zugeschmolzen und der Behälter bis 270° C. erhitzt, um das Ozon zu zerstören. Nachdem man den Apparat hatte erkalten gelassen, wurde das zugeschmolzene Ende der U-Röhre geöffnet, worauf das Gas wieder zu seinem früheren Volum zurückkehrte. Starke elektrische Funken gaben kaum ein Viertel von der Verdichtung, die bei stiller Entladung eintrat, und wenn Funken durch das Gas gingen, nachdem es durch die stille Entladung seine volle Contraction erfahren hatte, wurde diese Contraction auf diejenige reducirt, welche die Funken allein in dem ursprünglichen Gase hervorgebracht haben würden. In demselben Aufsatz wurde gezeigt, dafs keine fernere Volumverringerung eintrat, wenn das contrahirte Gas mit einer Lösung von Jodkalium geschüttelt wurde, um das Ozon zu absorbiren. Ein ähnliches Resultat wurde erhalten, als man das verdichtete Gas mit Jod schüttelte. In allen diesen Fällen verschwanden die Ozon-Reactionen, allein ohne Veränderung im Volum des Gases. Mit Silber und Quecksilber trat nicht nur keine Contraction ein, sondern eine Expansion, welche man durch die Annahme erklärte, dafs das zuerst gebildete Oxyd eine katalytische Wirkung auf einen Theil des Ozons ausübte und es in den Zustand des gewöhnlichen Sauerstoffs überführte. Aehnliche Resultate wurden mit elektrolytischem Sauerstoff erhalten. Drei Jahre später wurden diese Versuche über die Verdichtung des Sauerstoffs bei Verwandlung in Ozon und die Wirkung von Ozon auf eine Lösung von Jodkalium wiederholt und bestätigt von v. Babo und von Claus.

Wir versuchten nicht eine absolute Erklärung dieser Thatsachen zu geben, sondern erörterten sie unter verschiedenen Gesichtspunkten. Wir zeigten, dafs nach der allotropischen Ansicht von der Constitution des Ozons die Dichte desselben eine ungeheure seyn müfste, wenn man nicht annehmen wolle, „dafs, wenn Ozon mit solchen Substanzen, wie Jod oder Jodkalium, in Contact kommt, ein Theil des-

selben, welcher Gasform behält, wieder in gewöhnlichen Sauerstoff zurückversetzt wird, während der übrige in Verbindung eintritt, und daſs diese in solcher Relation zu einander stehen, daſs die von dem ersteren herrührende Expansion genau gleich sey der aus dem letzteren entspringenden Contraction". Nach dieser Annahme, die wir jedoch nicht als wahrscheinlich betrachteten, bemerkten wir, „unsere Versuche mögen vereinbart werden mit der allotropischen Ansicht und einer gewöhnlichen Dichte, jedoch einer gröſseren als die des Sauerstoffs". Eine ähnliche Erklärung unserer Versuche, jedoch verbunden mit einer eigenthümlichen Ansicht über die moleculare Constitution des Sauerstoffs, wurde 1861 von Dr. Odling ausgesprochen. Betrachten wir, sagt er, Ozon als eine Verbindung von Sauerstoff mit Sauerstoff und die Contraction als eine Folge ihrer Verbindung, so würde, wenn eine Portion dieses verbundenen oder concentrirten Sauerstoff durch das Reagens absorbirt wird, die andere Portion in Freiheit gesetzt werden und könnte durch ihre Entbindung das Volumen zum Ganzen ausdehnen. Nehmen wir z. B. an, es seyen drei Volume Sauerstoff durch ihre gegenseitige Verbindung zu zwei Volumen verdichtet, so würden, wenn ein Drittel dieses verbundenen Sauerstoffs durch Quecksilber absorbirt würde, die übrigen zwei Drittel in Freiheit gesetzt werden und sich folglich zu ihrer normalen Gröſse oder zwei Volumen ausdehnen.

$$\bar{O}\overset{+}{O}\bar{O} + \overset{+}{Hg}^2 = \overset{+}{Hg}^2\bar{O} + \overset{+}{O}\bar{O}.$$

Im J. 1866 machte Soret, beim Experimentiren mit einem durch Elektrolyse erhaltenen Gemisch von Sauerstoff und Ozon, die wichtige Entdeckung, daſs wenn er dieſs Gemisch in Contact mit Terpentinöl oder Zimmtöl brachte, eine Volumverringerung stattfand zwei Mal so groſs wie die Volumvergröſserung, welche das Gemisch erlitten haben würde, wenn das Ozon durch Hitze in gewöhnlichen Sauerstoff verwandelt worden wäre. Mit anderen Worten: Das Volum des Ozons, gemessen durch

die Absorption mittelst des ätherischen Oels, ist doppelt so grofs als der Unterschied zwischen dem Volum desselben Ozons und des Sauerstoffs. Daraus schlofs Soret, die Dichte des Ozons sey anderthalb Mal so grofs wie die des Sauerstoffs.

Die letzten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind die von Meifsner und von Brodie. Der Erstere hat meine früheren Versuche vollständig bestätigt, dafs nämlich die Gewichtszunahme einer Jodkaliumlösung, wenn elektrisches Ozon durch sie geleitet wird, genau dem Gewicht des absorbirten Sauerstoffs entspricht, dieser aus dem entbundenen Jod berechnet. Meifsner fand auch, was ich lange zuvor beobachtete, dafs bei Anwendung einer neutralen Lösung von Jodkalium die Resultate veränderlich und unzuverlässig sind.

Brodie hat die Wirkung des Ozons auf eine Menge Flüssigkeiten untersucht, und dabei meine und Tait's Resultate bestätigt, dafs keine Volumverringerung erfolgt, wenn aus einem Gemisch von Ozon und Sauerstoff das erstere durch Jodkaliumlösung fortgenommen wird. Mit anderen Flüssigkeiten erhielt er volumetrische Resultate, welche er als definitiv betrachtet, obwohl sie von allen früher beobachteten abweichen. Ich bin geneigt, sie eher für complexe Erscheinungen zu halten, welche die schon bekannten volumetrischen Veränderungen in variabeln Verhältnissen einschliefsen. Ueberdiefs scheinen seine experimentellen Resultate, wenn man sie näher prüft, nicht genügend übereinzustimmen, um den scharfen Schlufs, den er aus ihnen zieht, zu rechtfertigen.

Brodie hat für ein durch elektrische Entladung dargestelltes Ozon dieselbe Dichte gefunden (die anderthalbfache des Sauerstoffs), welche Soret früher für ein durch Elektrolyse bereitetes erhielt. Er hielt die von Tait und mir ausgesprochene Vermuthung, dafs der Sauerstoff möglicherweise durch die elektrische Entladung zersetzt werde, nicht durch die von ihm beobachteten Thatsachen unterstützt.

Ich will nun kurz die Darstellungsweisen des Ozons und die Haupteigenschaften desselben anführen.

Das Ozon kann erhalten werden, durch Wirkung des elektrischen Funkens oder der glimmenden oder stillen Entladung auf reinen Sauerstoff. Mit der stillen Entladung bekommt man, wie zuvor erwähnt, wenigstens vier Mal soviel Ozon als mit dem Funken. Was den Antheil des Sauerstoffs betrifft, der unter den günstigsten Umständen in Ozon verwandelt werden kann, so war bisher das höchste Resultat dasjenige, welches von Tait und mir in einem Versuche erhalten wurde, wobei das ursprüngliche Volum des Sauerstoffs eine Contraction von einem Zwölftel oder 8,3 Proc. erlitt; bei anderen Versuchen vermochten wir indessen nicht eine so grofse Volumverringerung zu erlangen. Den Zweifel an der Genauigkeit jenes einzelnen Versuchs bin ich später im Stande gewesen zu entfernen; durch eine geringe Abänderung der Form des Apparats gelang es, gröfsere Contractionen zu erhalten, als je bisher beobachtet wurden.

Da diese Methode gestattet, die Contraction des Sauerstoffs bei Verwandlung in Ozon in einem Vorlesungsversuch zu zeigen, so will ich ihn im Detail beschreiben. Die vortreffliche Inductionsröhre von Siemens, in welcher die elektrische Entladung eines Inductionsapparates auf Luft oder Sauerstoff einwirkt, welche den einige Millimeter betragenden Zwischenraum zweier dünnen Glasröhren durchfliefst, ist bisher angewandt worden, um einen continuirlichen Ozonstrom in einem mehr oder weniger concentrirten Zustand zu erhalten. Allein dieser Apparat kann leicht so modificirt werden, dafs er die bei Verwandlung in Ozon stattfindende Contraction zeigt. Aus Fig. 22, Taf. V ersieht man die Abänderung, die ich zu diesem Zweck der gewöhnlichen Form der Siemens'schen Röhre gegeben habe. Bei *e* endigt sie in einem Haarröhrchen, das hermetisch verschlossen wird, nachdem ein Strom von reinem trocknem Sauerstoff eine hinlängliche Zeit durch den Apparat geleitet ist, um die Luft zu vertreiben. Bei

genauen Versuchen wird gleichzeitig das andere Ende *b* zugeschmolzen und hernach unter Schwefelsäure geöffnet.

Für Vorlesungen wird es hinlänglich seyn, dasselbe schnell in die im Becher *a* (Fig. 23, Taf. V) enthaltene Säure zu tauchen. Auch ist die Inductionsröhre, wie diese Figur zeigt, bis 12 Mm. von ihrer oberen Fläche eingetaucht in Wasser, welches in einem *isolirten* Gefäfse *AA'* enthalten ist. Die innere Höhlung der Inductionsröhre ist ebenfalls gefüllt mit Wasser bis etwa zu demselben Niveau. Mittelst Drähte, die bis auf die unteren Enden *pp'* mit Kautschuk überzogen sind, kann die Entladung eines Inductoriums, das in der Luft Funken von 10 Mm. giebt, durch den Apparat geleitet werden. Das Wasser in *AA'* wird so andauernd wie möglich auf die Temperatur des Zimmers gehalten und jede im Laufe des Versuchs etwa eintretende Veränderung durch ein empfindliches Thermometer *t* angegeben. Die Veränderungen des Barometers werden auch sorgfältig beobachtet. Bei sehr genauen Versuchen mufs die Oberfläche der Inductionsröhre mit Zinnfolie bekleidet und das cylindrische Gefäfs mit Eis gefüllt werden. Vor dem Anfang der Versuche wird es zweckmäfsig seyn, wenn die Temperatur noch nicht die Ajustirung vollzogen hat, etwas Sauerstoff aus der Inductionsröhre zu treiben, so dafs das Niveau der Säure etwas über *b'* zu stehen kommt. Beim Hindurchleiten der elektrischen Entladung wird die Säure anfangs, wegen der abstofsenden Wirkung der Theilchen des elektrisirten Gases, einige Millimeter hinabgedrückt werden, späterhin aber stetig steigen und eine Zeit lang mit solcher Schnelligkeit, dafs das Aufsteigen der sauren Säure leicht mit dem Auge verfolgt werden kann. Wenn der Strom unterbrochen wird, erfolgt ein plötzliches Steigen der sauren Säule, welches gleich ist der ersten Depression beim Schliefsen des Conductoriums, worauf das neue Niveau der Säule fertig ist.

Ein anderes Mittel zur Herstellung des Ozons ist die Elektrolyse des Wassers und gewisser Säuren und Salzlösungen. Die zweckmäfsigste Flüssigkeit zu diesem Be-

hufe ist ein Gemisch von 1 Thl. Schwefelsäure und 8 Thl. Wasser; je niedriger die Temperatur während der Elektrolyse ist, je gröfser ist die Ausbeute an Ozon. Die einfachste und wirksamste Vorrichtung zur Erlangung des Ozons ist folgende, die ich viele Jahre bei meinen Vorlesungen benutzt habe.

Sie besteht aus einer Glasglocke *a* (Fig. 24, Taf. V) oder einem cylindrischen Glasgefäfs, das unten offen ist und sich oben zu einem Halse verengt; es hängt in einer runden Zelle *bb'* von poröser Thonwaare und läfst einen klaren Raum von zwei Zoll zwischen seinem unteren Rande und dem Boden der porösen Zelle. Das Ganze steht in einer Glasflasche *cc'* von etwas gröfseren Dimensionen als die Zelle. Ein unten an die Glasglocke gehängtes Bündel Platindrähte *p* dient als positiver Pol und ein breiter Platinstreif *nn'*, zwischen der äufseren Glasflasche und der porösen Zelle angebracht, als negativer Pol einer Volta'schen Batterie von drei oder vier Elementen. Ein Entbindungsrohr, das mit dem Hals der Flasche hermetisch verbunden ist, führt das am positiven Pol entwickelte Gemisch von Sauerstoff und Ozon zu einer Trockenröhre *d* mit Schwefelsäure. Aus dieser Trockenröhre geht das Gas durch die Verbindungsröhre *e* und einigen anderen Röhren, um die Eigenschaften des Ozons zu erläutern. So ist in der Figur abgebildet, wie dasselbe eine Röhre von hartem Glase *ff'* durchstreicht, die mit einem Drahtgewebe umgeben ist und nahe über der Oberfläche des Quecksilbers in der Flasche *h* mündet. So lange das Gas beim Durchgang durch die Röhren *ff'* mittelst Weingeistlampen *gg'* stark erhitzt wird, verändert sich das Quecksilber nicht im Mindesten; so wie man aber die Lampen entfernt und die Röhre erkalten läfst, wird das Quecksilber rasch angegriffen. Es mufs jedoch bemerkt werden, dafs alle Verbindungen mit trocknen und dicht schliefsenden Korken gemacht seyn müssen und man auch sorgfältig darauf zu achten hat, dafs die Enden der Verbindungsröhren ein wenig aus den Korken hervorragen. Bei diesen Vorsichtsmafsregeln

er Verlust an Ozon durch seine Wirkung auf die
:e ganz unbedeutend.
Ian kann auch Ozon erhalten durch langsame Oxy-
n des Phosphors, gewisser Aetherarten und ätherischer
bei Gegenwart von Feuchtigkeit.
:inige der Eigenschaften des Ozons sind bereits ange-
. Bei gewöhnlicher Temperatur der Luft und wenn
ocken ist, kann es in zugeschmolzenen Röhren sehr
: aufbewahrt werden, allein allmählich kehrt es in den
and des gewöhnlichen Sauerstoffs zurück. Diese Um-
llung geht um so rascher vor sich, je höher die Tem-
tur ist und bei 237° C. ist sie fast instantan (*Pilosoph. sact. f.* 1856, *p.* 12). Die gleichzeitig eintretende Vo-
eränderung ist schon hinreichend beschrieben. Aehn-
wie die Wärme wirken verschiedene Oxyde, z. B.
:roxyd oder Manganhyperoxyd, welche durch Contact
, wie man es nennt, katalytisch das Ozon augenblick-
in gewöhnlichen Sauerstoff verwandeln. Das Ozon,
nders wenn es in einem sehr verdünnten Zustande ist,
auch durch Schütteln mit Wasser zersetzt.
ıllein die interessanteste Thatsache dieser Art ist eine,
ich neuerlich beobachtete. Trocknes Ozon nämlich,
t wenn es in solcher Menge vorhanden ist, dafs es
:aliumpapier schnell röthet, wird durch starkes Schüt-
mit feinen Glasstücken leicht zersetzt, obwohl es, wie
gesehen haben, in zugeschmolzenen Glasröhren fast
stimmt lange gut aufbewahrt werden kann. Dieser
uch scheint mir ein neues und engeres als je beobach-
Glied zwischen rein mechanischer Action und che-
her Veränderung zu seyn.
)as Ozon ist ein mächtig oxydirendes Agens. Es greift
:ksilber und Silber mit grofser Energie an und ver-
lelt sie in Oxyde. Der Versuch mit Quecksilber ist
auffallend und ein empfindliches Reagens, es mag
:en oder feucht seyn. Einige wenige Blasen Sauer-
, die nicht mehr als $\frac{1}{500}$ an Ozon enthalten, sind hin-
end, um die physikalischen Kennzeichen von mehren

Pfunden gänzlich zu verändern, indem sie der Metallfläche den Glanz und die Convexität rauben und ein Anhaften derselben an die Wände des Glasgefäſses bewirken. Leitet man Ozon in verdünntem Zustand langsam durch eine mit Blattsilber gefüllte Röhre, so wird das Metall bis zu einem Abstand von 2 oder 3 Mm. oxydirt, allein die Oxydation schreitet nicht weiter fort, obgleich die Ozon-Reactionen gänzlich zerstört werden. Dieſs auffallende Resultat entspringt aus einer katalytischen Wirkung der anfänglich gebildeten Portionen des Oxyds. Der Betrag des hiebei gebildeten Oxyds ist so gering, daſs die Gewichtszunahme eines Glasrohrs, durch welches mehre Liter von elektrolytischem Ozon geleitet wurden, in Folge der Bildung von Oxyd einen kaum wahrnehmbaren Bruchtheil eines Milligramms betrug.

Das Ozon wird von Terpentinöl, Citronenöl und anderen ätherischen Oelen absorbirt. Diese Oele haben auch, wie der Phosphor, das Vermögen den Sauerstoff in Ozon zu verwandeln, während sie sich langsam oxydiren; wenn Terpentinöl eine Zeit lang in einer mit Luft oder Sauerstoff gefüllten Flasche geschüttelt wird, so erlangt es die Eigenschaften des Ozons.

Ozon zersetzt eine Lösung von Jodkalium und scheidet Jod aus, welches man ar seiner rothen Farbe oder seiner blauen Verbindung mit Stärkmehl erkennt. Wird die Wirkung hinreichend lange fortgesetzt, so verschwindet das freie Jod, indem sich jodsaures Kali bildet und die Lösung farblos wird. Geröthetes Lackmuspapier, befeuchtet mit Jodkaliumlösung, wird, der Wirkung des Ozons ausgesetzt, wieder blau, weil sich durch die Zersetzung des Salzes ätzendes Kali gebildet hat. Bei Anwendung dieses Reagens erweist es sich oft nützlich, das freie Jod durch Waschen des Papiers mit starkem Alkohol fortzunehmen. Diese Form des Jodkalium-Reagens ist von Houzeau vorgeschlagen zur Entdeckung des Ozons in der Atmosphäre. Ozon erzeugt auch andere Reactionen von ähnlichem Charakter, die ich hier bloſs namhaft machen will. Papier,

befeuchtet mit schwefelsaurem Mangan, wird durch Wirkung dieses Reagens braun, durch Bildung von Manganhyperoxydhydrat. Lösungen von Thalliumoxyd werden gleichfalls in braunes Hyperoxyd verwandelt, das schwarze Schwefelblei in weifses Sulfat und das gelbe Cyaneisenkalium in rothes. Die Wirkung des Ozons auf Guajaktinctur, welche dadurch blau wird, war Gegenstand speciellen Studiums von Schönbein.

Das Bleichvermögen des Ozons ist höchst charakteristisch und hat deshalb besondere Aufmerksamkeit erregt. Es raubt dem Indigo seine blaue Farbe und verwandelt es in Isatin. Es bleicht das Lackmus und andere vegetabilische Farben mit Leichtigkeit. Es sind Versuche gemacht, diese Eigenschaft des Ozons in den Künsten anzuwenden, besonders zum Raffiniren des Zuckers und zum Bleichen der Leinwand. Es ist angegeben worden, diese und andere Anwendungen des Ozons als entfärbendes oder bleichendes Mittel wären erfolgreich gewesen; allein mit Bedauern mufs ich sagen, dafs die Resultate meiner Versuche in dieser Hinsicht ungünstig waren. Zur Bereitung des Ozons im Grofsen aus gewöhnlicher Luft ist von Beanes eine Abänderung der Siemens'schen Röhre vorgeschlagen, die sehr wirksam und kräftig ist.

Ich will die Gesellschaft nicht aufhalten mit der Geschichte des sonderbaren Körpers, dem Schönbein den Namen *Antozon* gegeben hat. Er betrachtet diesen Körper als Ozon, welches permanent positive Eigenschaften besitzt, während er das Ozon für negativen Sauerstoff hält. Gewöhnlicher oder inactiver Sauerstoff ist nach ihm eine Verbindung von Ozon und Antozon. Diese Ansichten werden nicht durch neuere Untersuchungen unterstützt; vielmehr lassen diese wenig daran zweifeln, dafs das Schönbein'sche Antozon identisch ist mit Thénard's Wasserstoffhyperoxyd. Diefs letztere kann durch seine Löslichkeit in Wasser leicht vom Ozon unterschieden werden.

Bald nach der Entdeckung des Ozons beobachtete Schönbein, dafs die Luft im Freien häufig ein empfind-

liches Ozonreagenspapier in derselben Weise wie Ozon selbst färbe und daraus schloſs er, das Ozon sey ein normaler Bestandtheil unserer Atmosphäre. Er folgerte weiter, daſs die Menge dieses Körpers an verschiedenen Orten verschieden sey und an demselben Ort zu verschiedenen Zeiten. Und mit groſser Kühnheit versuchte er die An- oder Abwesenheit desselben mit der Häufigkeit oder Seltenheit gewisser katarrhalischer Affectionen in Verbindung zu setzen. Dadurch öffnete er ein neues Untersuchungsfeld, welches seitdem durch eine groſse und eifrige Zahl von Beobachtern emsig kultivirt worden ist. Bevor ich jedoch deren Arbeiten anführe, wird es nöthig seyn, einen Blick zu werfen auf den gegenwärtigen Zustand unserer Kenntniſs in Betreff des Daseyns von Ozon in unserer Atmosphäre.

Schönbein behauptete stets, das Ozon sey ein Bestandtheil der atmosphärischen Luft und seine mannigfachen Aufsätze über diesen Gegenstand würden, wenn man sie sammelte, einen dicken Band bilden. In seiner letzten Abhandlung bemerkt er, die active Substanz in der Atmosphäre wirke in paralleler Weise auf Jodkalium- und Thalliumsuboxyd-Papier, obwohl langsamer auf das letztere; und das Thalliumpapier, welches durch die Luft braun gefärbt worden, verhalte sich gegen Reagentien eben so wie das, welches dem künstlichen Ozon ausgesetzt wurde. Aus diesen Thatsachen schlieſst er, daſs die active Substanz in der Atmosphäre weder Stickstoffoxyd noch Schwefelwasserstoff sey. Ferner behauptet er, daſs die Atmosphäre niemals freie Salpetersäure enthalte, obwohl salpetersaures Ammoniak häufig in kleinen Mengen vorhanden sey und daſs weder Chlor noch Brom im freien Zustande, wegen ihrer Affinität, in der Luft zugegen seyn können.

Houzeau behauptete ebenfalls, daſs die Existenz des Ozons in der Luft durch die alkalische Reaction des Jodkaliumpapier erwiesen sey, welches durch Aussetzung an die Luft zersetzt worden. Obwohl Experimente und Argumente dieser Art hinreichend waren, die Ansicht wahr-

scheinlich zu machen, dafs die active Substanz, welche in der Atmosphäre diese Reactionen hervorbringt, Ozon sey, so waren sie doch keineswegs schlufsfest und daher betrachteten viele der ausgezeichnetsten Chemiker Europas die Frage noch als zweifelhaft, während andere die beobachteten Effecte oxydirenden, vom Ozon ganz verschiedenen Agentien zuschrieben. Ich will in dieser Beziehung nur Frémy nennen, der gemeinschaftlich mit Becquerel die schon angeführte Untersuchung machte und 1865 in einer Sitzung der Pariser Akademie sagte: „Ohne die Wichtigkeit der in dem Aufsatze von Schönbein oder dem von Houzeau gegebenen Andeutungen läugnen zu wollen, finde ich doch nicht, dafs diese Reactionen die Existenz des atmosphärischen Ozons mit hinlänglicher Sicherheit beweisen. Ich bin der Meinung, dafs das Daseyn des Ozons in der Atmosphäre aufs Neue durch unwiderlegliche Versuche festgestellt werden müfste".

Im J. 1867 machte ich eine Reihe Versuche, die ich einige Jahre zuvor erdacht hatte, um die wichtige Frage endgültig zu entscheiden. Die von mir erdachte Methode bestand darin, zu ermitteln, ob die active Substanz in der Atmosphäre, aufser der Fähigkeit die Lösungen von Jodkalium und anderen Salzen zu zersetzen, auch die übrigen, so ausgezeichneten Eigenschaften des Ozons besitze. Die Untersuchung war eine mifsliche wegen der äufserst geringen Menge, die selbst unter den günstigsten Umständen von der activen Substanz in der Atmosphäre vorhanden war. Die Resultate dieser Untersuchung sind in den *Proceedings of the Royal Society for* 1867 veröffentlicht:

1. Leitet man einen Strom von atmosphärischer Luft, welche die gewöhnliche Reaction auf Jodkaliumpapier giebt, in einer U-Röhre einige Stunden lang über Quecksilber, so wird dieses deutlich oxydirt.

2. Die Ozon-Reactionen verschwinden, wenn man die Luft durch eine Röhre leitet, die einige Stückchen von trocknem Manganoxyd enthält. Der Versuch wurde fortgesetzt bis 30 Liter Luft durch die Mangan-Röhre ge-

gangen waren, ohne die geringste Entfärbung eines empfindlichen Reagenspapiers zu bewirken.

3. Allein das *Experimentum crucis* bestand darin, daſs ich zu ermitteln suchte, ob der active Stoff in der Atmosphäre, wie das Ozon, seine charakteristischen Eigenschaften durch Erhitzung bis 237° C. verliere. Um dieſs zu bestimmen, wurde ein Strom von atmosphärischer Luft, welche starke Ozon-Reactionen gab, durch ein mit Drahtgewebe bekleidetes, kugelförmiges Glasgefäſs von 5 Liter geleitet (Fig. 25, Taf. V) und dann noch durch eine U-Röhre von 1 Meter Länge, deren Innenwand mit Wasser befeuchtet war, während sie selbst durch Eintauchen in ein Gefäſs mit kaltem Wasser kalt gehalten wurde. Nach Durchstreichung des kugelförmigen Gefäſses und der angefeuchteten Röhre wurde die Luft auf einen Streifen empfindlichen Reagenspapiers geblasen, um die An- oder Abwesenheit von Ozon zu ermitteln. Als die atmosphärische Luft mittelst eines durch ein Uhrwerk gehobenen Aspirators gleichmäſsig durch diesen Apparat gesogen wurde, wurde das Jodkaliumpapier nach 2 oder 3 Minuten deutlich geröthet, sobald man die Glaskugel nicht erhitzt hatte. Als aber die Luft beim Durchgang durch die Kugel bis 260° C. erhitzt wurde, konnte nicht die geringste Einwirkung auf das Papier entdeckt werden, wie lange man auch den Luftstrom unterhielt. Anderseits, als Luft, die frei war von Ozon, aber Spuren von Chlor oder den höheren Stickstoffoxyden enthielt, durch den Apparat gezogen ward, wurden die Reagenspapiere gleichmäſsig angegriffen, die Kugel mochte heiſs oder kalt seyn. Diese Versuche wurden seitdem von Hrn Dr. C. Fox mit Erfolg wiederholt.

Die Identität des activen Stoffes in der Atmosphäre mit dem Ozon kann jetzt ohne Widerrede als festgestellt betrachtet werden, eben so, wie die Richtigkeit der Ansichten Schönbein's über diesen Gegenstand vollkommen bestätigt sind. Den Betrag des Ozons in der Atmosphäre zu bestimmen, ist jedoch ein Problem von unübersteiglicher Schwierigkeit, wegen der äuſserst geringen Menge,

welcher es selbst im Maximo vorkommt. Dagegen kann eine Anwesenheit leicht durch jedes gewöhnliche jodirte tärkmehlpapier nachgewiesen werden und selbst noch eichter durch weifses Löschpapier, das man mit einer verünnten Lösung von Jodkalium befeuchtet und darauf im unkeln freiwillig trocknen gelassen hat. Wird ein Streifen on diesem Papier nur fünf Minuten lang einem Luftstrom usgesetzt, wie er oft vom Winde geliefert wird oder durch asches Gehen erzeugt werden kann, so findet man, dafs r eine schöne rothe Farbe angenommen hat, selbst wenn zon in den kleinsten Mengen vorhanden ist. Die Farbe ird am besten wahrgenommen, wenn man den der Luft usgesetzten Streif mit einem ihr nicht ausgesetzten verleicht. Die Wirkung des gewöhnlichen Tageslicht ist ach kurzer Zeit selten wahrnehmbar und diese Fehleruelle kann durch Einschliefsen des Papiers in eine Holzüchse leicht vermieden werden.

Obgleich wir mit den jetzt bekannten experimentellen ülfsmitteln schwerlich hoffen dürfen, den zu einer Zeit der Atmosphäre vorhandenen Betrag von Ozon zu betimmen, so wäre es doch möglich, wie Schönbein vor nger Zeit vorgeschlagen hat, durch Anlegung einer chroatischen Scale zu den Angaben der Probepapiere die elative Menge desselben an verschiedenen Orten und deren eränderungen an einem und demselben Ort angenähert uszumitteln. Solche Schätzungen müssen indefs sehr uncher bleiben, da die auf den Probepapieren erzeugten arbenstufen schwerlich eine genaue Bestimmung durch ahlen zulassen; und in diesem speciellen Fall sind sie ner besonderen Fehlerquelle ausgesetzt, als es wenig zu ezweifeln ist, dafs ein grofser, aber unbekannter Theil es in der Luft vorhandenen Ozons, welcher mit dem Paier in Berührung kommt, katalytisch zerstört wird und urchaus keinen Effect hervorbringt. Indefs giebt das zonometer, besonders in Verbindung mit einem Aspirar, ohne Widerrede werthvolle Angaben in Betreff der zonzustände in der Atmosphäre, und bis genauere Me-

thoden erdacht worden sind, dürften diese Beobachtungen sicher fortzusetzen seyn.

Ozon findet sich selten in der Luft grofser Städte, es sey denn in Vorstädten, wenn der Wind vom Lande bläst; und nur sehr selten und sehr ausnahmsweise ist es in der Luft der gröfsten und best ventilirten Zimmer vorhanden. In der That wird es in Räumlichkeiten, wo grofse Menschenmassen wohnen, durch Rauch und andere Unreinigkeiten schnell zerstört; diese zerstörende Wirkung habe ich oft zwei bis drei engl. Meilen entfernt von einer Fabrikstadt wahrgenommen, selbst beim schönsten und hellsten Wetter.

Dagegen fehlt das Ozon selten, wenn je, bei schönem Wetter in der Luft auf dem Lande, und ist im Ganzen reichlicher auf Bergen als in der Ebene vorhanden. Man sagt auch, es finde sich an der See in gröfserer Menge als landein. Es ist auch nach Gewittern in ungewöhnlicher Menge gefunden worden, eine Thatsache, welche der Ansicht günstig ist, dafs die Gegenwart des Ozons in der Atmosphäre herrührt von der Wirkung der freien Elektricität auf die Luft oder deren Sauerstoff. Einigen Beobachtern zufolge ist die Menge des Ozons im Winter gröfser, als im Sommer, im Frühling gröfser als im Herbst; nach Anderen ist sie im Frühling und Sommer gröfser als im Herbst und Winter. In Betreff des Einflusses von Tag und Nacht sprechen sich die Beobachter verschieden aus. Gewöhnlich hat man Ozon reichlicher bei Nacht als bei Tage in der Luft gefunden, doch haben einige sorgfältige Beobachter das Gegentheil beobachtet.

Schönbein war der Erste, welcher versuchte, die Functionen des atmosphärischen Ozons zu verknüpfen mit dem Vorwalten oder der Abwesenheit epidemischer Krankheiten; und seitdem sind viele Beobachtungen in verschiedenen Ländern gemacht, in der Absicht zu ermitteln, ob wirklich ein Zusammenhang existire zwischen den Angaben des Ozonometers und dem Gesundheitszustand einer Gegend. Es ist z. B. behauptet worden, es sey das Resultat der

Erfahrung, dafs ein Ausbruch der Cholera begleitet sey von einer merklichen Verminderung des atmosphärischen Ozons; allein diese Angabe ist durch spätere und glaubwürdigere Beobachtungen widerlegt. Im Ganzen glaube ich kann mit Grund behauptet werden, dafs bis jetzt kein Zusammenhang erwiesen ist zwischen der Ozonmenge in der Atmosphäre und dem Auftreten von Epidemien oder andern Krankheitsformen.

Die permanente Abwesenheit des Ozons in der Luft eines Orts kann jedoch als ein Beweis angesehen werden, dafs wir, wenn ich so sagen darf, verdorbene Luft einathmen. Seine Abwesenheit in der Luft von Städten, grofsen Räumlichkeiten und selbst in der Landluft, ist wahrscheinlich die Hauptursache des Unterschiedes, welchen Jeder fühlt, der, nachdem er die Luft der Stadt oder eines noch so geräumigen Zimmers eingeathmet hat, in die frische oder ozonhaltige Landluft kommt. Es ist in der That höchst wahrscheinlich, dafs viele der wichtigsten Actionen, durch welche die Producte der vegetabilischen und animalischen Abfälle durch Oxydation aus der Luft fortgeschafft werden, ihr Werk des Ozons sind und nicht des gewöhnlichen oder inactiven Sauerstoffs. Wenn die Ozonmenge zu klein erscheinen sollte, um so grofse Resultate hervorzubringen, so mufs man sich erinnern, dafs das Ozon wegen seiner kräftigen Verwandtschaft fortwährend verbraucht wird, und deshalb beständig erneut werden mufs.

Die physiologische Wirkung des Ozons auf das animalische System ist ein Gegenstand von Interesse und ich bin im Stande, die allgemeinen Resultate zweier unabhängigen Untersuchungen anzuführen. Die eine ist vor einigen Jahren von Dr. Redfern, am Queen's College in Belfast, angestellt, die andere neuerlich dieser Gesellschaft (der Edinburger) von Hrn. Dewar und Dr. Mac-Kendrick mitgetheilt. Dr. Redfern hat seine Versuche nicht veröffentlicht, mir aber gütigst folgende Note darüber mitgetheilt: „Die allgemeinen Resultate", sagt er, „habe ich durch etwa 40 Versuche erhalten, die ich vom Mai bis

September 1857 anstellte, um die Wirkung von Sauerstoff und Ozon auf Thiere zu finden. Die Einathmung von Sauerstoff, der $\frac{1}{240}$ Ozon enthält, auch nur sehr kurze Zeit, ist sicher allen Thieren tödtlich. Dasselbe Gas ist, nachdem es über Manganhyperoxyd geleitet und vom Ozon befreit worden, verhältnifsmäfsig harmlos, selbst wenn es lange Zeit eingeathmet wird. Die Einathmung eines solchen Gemisches von Ozon, nur 30 Secunden lang, tödtet kleine Thiere; einige sterben schon nach 15 Secunden, während ähnliche Thiere Monate lang in guter Gesundheit lebten, nachdem sie 37 Stunden Sauerstoff allein geathmet hatten, wobei die Kohlensäure fortgeschafft worden. Der Tod erfolgt nicht durch das Schliefsen der Glottis, denn er erfolgt auch, wenn eine grofse Oeffnung in der Trachea gemacht ist. Das Ozon verursacht den Tod durch Erzeugung einer intensiven Compression der Lunge mit Emphysema und Distention der rechten Seite des Herzens mit flüssigem oder coagulirtem Blut, begleitet von Convulsionen. Wird das Ozon in verdünnter Form eingeathmet, so werden die Thiere schläfrig und sterben ruhig am Coma, der Zustand der Lungen und des Herzens ist derselbe, ausgenommen, dafs die Emphysema weniger ausgebildet ist. Thiere, welche mehr als 12 Stunden lang Sauerstoff eingeathmet haben, sterben darauf zuweilen plötzlich durch Bildung von Coagulation im Herzen, selbst wenn sie tagelang bei guter Gesundheit zu seyn schienen".

Folgendes sind die Schlüsse des Hrn. Dewar und Dr. Mc. Kendrick aus ihren Versuchen. Das Einathmen einer stark mit Ozon beladenen Luft verringert die Anzahl der Athemzüge per Minute und verringert die Stärke der Herzpulsationen, zugleich sinkt die Temperatur des Thiers um 3° bis 5° C. Nach dem Tode findet sich das Blut in einem venösen Zustande. Weder die Capillar-Circulation, noch die Reflexthätigkeit des Rückgrats ist merklich afficirt. Dasselbe gilt von der Contractilität und Arbeitskraft der Muskeln. Das Ozon wirkt auf die farbigen und farblosen Körperchen des Frosches, wie die Kohlensäure.

Die thermischen Veränderungen, welche die Reactionen des Ozons begleiten, sind sehr markirt und die Untersuchung derselben, welche Hr. Dewar unternommen hat, verspricht unserer thermo-chemischen Kenntnifs einen werthvollen Zuwachs.

VI. *Studien über erd-magnetische Messungen; von Dr. Karl Braun, S. J. in Kalksburg bei Wien.*

Da ich um das Jahr 1870 längere Zeit in Rom magnetische Messungen ausführte, habe ich die dabei gesammelten zahlreichen Notizen verwendet, um darüber Studien anzustellen, welche vielleicht von einigem Interesse seyn dürften, sowohl für die Theorie als für die Praxis solcher Messungen.

Die nächste Veranlassung dazu bot mir die Vortrefflichkeit des von P. Secchi mir zur Verfügung gestellten Inklinatoriums. Es ist diefs eines von denen, welche auf englischen magnetischen Stationen gebräuchlich sind, von Barrow construirt, und unterscheidet sich von den in Deutschland gebräuchlichen im äufseren hauptsächlich nur durch seine geringeren Dimensionen, besonders in Betreff der Nadeln, wie auch dadurch, dafs der Verticalkreis einen verhältnifsmäfsig gröfseren Abstand von der Nadel hat, was bekanntlich von grofsem Vortheil ist.

Die Messungen mit diesem Instrument gaben mir Resultate von einer solchen Genauigkeit, wie ich sie vorher für gänzlich unerreichbar gehalten hatte. Während die Inklinationsmessungen mit den seither üblichen Instrumenten höchstens als bis auf etwa 8 Minuten genau angesehen werden konnten, selbst bei denen, welche von den ausgezeichnetsten Künstlern Deutschlands construirt worden

waren, fand ich — und ich werde es im Folgenden beweisen — bei meinen Messungen einen mittleren Fehler von nur 20 Secunden.

Dafs es den Mechanikern Englands gelungen ist, Inklinatorien von dieser Vollkommenheit herzustellen, ist eine Errungenschaft, welche vieles in den seither üblichen Messungsmethoden gänzlich umzugestalten geeignet ist. Es handelt sich jetzt um die theoretische Erörterung und die practische Eliminirung von Instrumental-Fehlern, welche früher als gänzlich unnütz und illusorisch erschienen seyn würden und die deshalb auch noch nicht ernstlich besprochen worden sind. Es wird demnach wohl von einigem Interesse seyn, wenn ich im Folgenden die Bestimmung der magnetischen Elemente hauptsächlich von dieser Seite bespreche. Vielleicht könnte ich etwas beitragen, dafs die Genauigkeit dieser Messungen in Theorie und Praxis zu dem Grad ausgebildet würde, welchen die technische Vollkommenheit dieser neueren Instrumente zu erreichen gestattet.

Die ausnehmende Genauigkeit der Inklinations-Messungen hat aber noch eine andere, wie mir scheint ziemlich wichtige Errungenschaft zur Folge. Der Gedanke liegt sehr nahe, das Inklinatorium auch zu Deklinationsbestimmungen zu benutzen. In dieser Richtung habe ich Versuche gemacht, um zu sehen, ob auch noch hierin ein hinreichender Grad von Genauigkeit erreicht werden könne. Der Erfolg hat meinen Hoffnungen vollständig entsprochen, wie ich des näheren zeigen werde.

Ist das nun schon an sich von einigem Interesse, so wird es um so wichtiger, als dadurch das Inklinatorium ein *magnetisches Universal-Instrument* wird, mittelst dessen man *alle* magnetischen Elemente mit einer Genauigkeit bestimmen kann, welche auch bei dem heutigen Standpunkt der Wissenschaft als hinreichend angesehen werden kann. Dieser Vortheil ist besonders bei Messungen auf Reisen hoch anzuschlagen; denn in einem Kästchen von 8, 8½, 11 rhein. Zoll ist absolut *Alles* enthalten, was man für mag-

ische Expeditionen bedarf, während die sonst gebräuchlichen Instrumente unverhältnifsmäfsig gröfser, schwerer und theurer sind. Ueberdiefs kommen auch dabei keine Fehler vor, welche reifsen oder durch Torsion nie vollständig zu beseitigende Fehler veranlassen könnten, sondern Alles ist von festem soliden Metall.

Ich werde im Folgenden die Bestimmung der drei magnetischen Elemente im einzelnen besprechen, dabei aber vorzugsweise nur solche Bemerkungen ausführen, welche einer grösseren Genauigkeit der zu erzielenden Resultate oder auch zu gröfserer Leichtigkeit der Operationen beigetragen können, ohne mich bei allgemein bekanntem aufzuhalten. Den Grad der zu erreichenden Genauigkeit werde besonders gut zu erhärten und auch namentlich bei der Intensität theoretisch zu erörtern, bemüht seyn.

Manches von dem zu sagenden habe ich zwar schon vorläufig in einer nicht sehr bekannten italienischen Zeitschrift (*bullettino meteorologico del Coll. Rom, vol. X*) veröffentlicht. Indessen war das mehr ein Umrifs. Die dortigen Theorien sind sehr unvollkommen, die Fehlerbestimmungen für die Messungen geschehen nur nach einer ganz rationellen Schätzung, die feineren Instrumentalfehler der Inklinatorien werden gar nicht besprochen, auch nicht die Lloyd'sche Inklinationsbestimmung mittelst Erd-Inductor, welche bis in die neueste Zeit als die genaueste galt. Zu Folgendem denke ich alles dieſs hinreichend zu erörtern; überdem werde ich noch eine theoretisch und practisch begründete Vergleichung zwischen der Lloyd'schen Intensitäts-Bestimmung und den Magnetometermessungen geben, und dabei überall die Fehlerbestimmung nach der Methode der kleinsten Quadrate angeben. Manches von dem vorläufig Veröffentlichten mufste ich auch wieder einflechten, weil sonst die weiteren einlässigeren Bemerkungen unklar oder weniger verständlich geworden wären. Zudem glaubte ich auch meinen, dafs eben die zu besprechenden Methoden zu wenig gekannt oder geübt werden und dafs es im Interesse der Wissenschaft liegen dürfte, dafs die-

selben einem mehr allgemeinen Eingang empfohlen würden, selbst auf die Gefahr hin, dafs manches gesagt werde, was vielleicht schon mehr weniger bekannt ist.

A. Inklinations-Messungen.

Dafs sehr genaue Inklination-Messungen sehr schwierig sind, ist bekannt. Desto mehr aber sollte man bei denselben allgemeine Vorsichtsmafsregeln nicht aufser Acht lassen. So sollte man stets nach dem Magnetisiren und vor dem Auflegen der Nadel diese sowohl als auch die Agat-Kanten mit einem weichen Pinsel oder Läppchen sorgfältig reinigen. Die Nadel selbst und noch vielmehr die Zapfen sollte man nie mit bloſsen Fingern berühren. Auch sollte vor jeder Ablesung einer Stellung der Nadel diese selbst erst mehrmals gehoben werden bis sie eine constante Stellung im Mikroskop beibehält. Geschieht die Hebung im geeigneten Moment, wo nämlich die Nadel gerade die Mitte einer Oscillation passirt, so erreicht man dieses meist nach 2 oder 3 Hebungen. Bisweilen aber bedarf es deren 12 bis 20.

Um etwas mehr auf das Einzelne einzugehen, werde ich die acht verschiedenen Stellungen der Nadel, welche man beobachtet, eigens bezeichnen. Nennt man i_1 den Winkel, welchen man abliest, wenn ein (gewöhnlich mit *A* bezeichnetes) Ende der Nadel Südpol ist, diese Schrift gegen das Glasthürchen gekehrt ist und die Beobachtung von Westen her geschieht, so erhält man i_2 durch Drehung des Instrumentes um 180°. Legt man dann die Nadel um, so entsteht i_3, und durch Zurückführung des Instrumentes i_4. Dann werden die Pole gewechselt und man erhält i_5, i_6, i_7, i_8 auf ganz gleiche Weise. Nennt man dann *N* den Alhidaden- oder Index-Fehler des Kreises, *O* den durch Nicht-Horizontalität der Agatkanten, *G* den durch Excentricität des Schwerpunktes der Nadel bewirkten, und *C* den Collimations-Fehler derselben, d. h. den Winkel zwischen der magnetischen und geometrischen Axe, so ist

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= i+N+O+C'+G \\ i_2 &= i-N-O-C'+G' \end{aligned}\right\} J_1 \qquad \left.\begin{aligned} i_5 &= i+N+O'+C'-G'' \\ i_6 &= i-N-O'-C'-G''' \end{aligned}\right\} J_2$$

$$\left.\begin{aligned} i_3 &= i-N-O+C'+G' \\ i_4 &= i+N+O-C'+G \end{aligned}\right\} J_2 \qquad \left.\begin{aligned} i_7 &= i-N-O'+C'-G''' \\ i_8 &= i+N+O'-C'-G'' \end{aligned}\right\} J_4.$$

Nimmt man das Mittel, so erhält man die wahre Inklination i, und die genannten Fehler verschwinden sämmtlich, wenn man annehmen kann, dafs $G = G''$, $G' = G'''$ ist.

Diefs findet statt, wenn das magnetische Moment der Nadel bei beiden Hälften der Operation gleich ist. Hieraus ergiebt sich schon eine für diese neueren Instrumente unerläfsliche *Vorsichtsmafsregel*:

Man soll die Nadel nicht blofs nach Vollendung der ersten Hälfte der Messungen *ummagnetisiren*, sondern auch am Anfang; und zwar jedesmal mit derselben Anzahl Striche und angenähert bis zum Maximum, wozu etwa 6 bis 8 Striche auf jeder Seitenfläche hinreichen. Dadurch bewirkt man, dafs die oben genannten Fehler gleich werden und sich aufheben, während die Fehler der ersten Gruppe stets gröfser seyn werden, wenn man diese Messungen mit einer Nadel macht, welche schon viele Tage seit ihrer Magnetisirung im Kasten gelegen hat. Aufserdem sind dieselben Fehler auch absolut kleiner, wenn die Nadel bis nahe zum Maximum magnetisirt ist.

Eine weitere Vorsicht besteht darin, dafs man sucht, wo möglich wenige aber desto genauere Partial-Messungen und -Ablesungen zu machen. Je gröfser die Zahl der Ablesungen ist, desto geringer wird die Sorgfalt bei den einzelnen seyn; und die Zahl ersetzt bei weitem nicht die gröfsere Sorgfalt. Man wird deshalb alle Ablesungen nur mit *einem Nonius* machen anstatt mit beiden. Die Fehler, welche dabei begangen werden, heben sich von selbst auf, sobald einer jeden Ablesung eine andere entspricht, welche im entgegengesetzten Quadranten, sey es mit demselben oder mit dem andern Nonius, entspricht. Dieser Bedingung kann auf verschiedene Weise genügt werden; es ist aber rathsam, in der Praxis eine bestimmte Methode

einzuhalten; also z. B. 1. Man kann einen Nonius ganz bedecken, muſs aber dann für die zweite Hälfte der Messungen die Mikroskope umwenden, so daſs derselbe Nonius im unteren Halbkreis sich bewegt, welcher vorher im oberen stand — was übrigens ohnehin zu geschehen pflegt. 2. Man kann die Nonien abwechselnd ablesen mit der überaus einfachen Regel, daſs man stets nur denjenigen Nonius abliest, welcher zur Seite des Mikroskopes sich befindet, mit dem man auf die Nadel eingestellt hat. 3. Man kann auch alle Ablesungen bloſs mit dem *oberen* Nonius machen, was in Anbetracht der Beleuchtung und Bequemlichkeit von Nutzen ist; muſs aber dann am Resultat die Excentricitäts-Constante als Correction anbringen. Diese kann man für den betreffenden Winkel leicht ermitteln, indem man ein- für allemal (auch ohne Inklinations-Messungen zu machen) die Angaben des oberen Nonius mit dem Mittel aus beiden vergleicht.

Diese Vereinfachung setzt voraus, daſs das Instrument sehr gut gearbeitet sey, daſs namentlich die Axe in der Büchse nicht schlottere. Um mich dessen bei meinem Instrument zu vergewissern, habe ich bei dreien meiner Messungen beide Nonien abgelesen und separat notirt. Darauf fand ich [1])

den 9. Mai 1870.

58° 47′,316	Inklination	mit beiden Nonien			
47′,365	„	nach Meth.	1	Fehler	= 0′,05
47′,303	„	„ „	2	„	= 0′,01
47′,756	„	„ „	3 ohne Correction		
47′,196	„	„ „	3 mit Corr = 0,44;	„	= 0,12

den 10. August 1870.

58° 51′,606	„	mit beiden Nonien.			
51′,737	„	nach Meth.	1	Fehler	= 0,13
51′,612	„	„ „	2	„	= 0,00
51′,615	„	„ „	3 mit Corr. = 0,44;	„	= 0,00

1) Von allen anzuführenden Messungen bewahre ich die Original-Aufzeichnungen.

den 22. Januar 1871

:9',387 Inklination mit beiden Nonien
19',472 „ nach Meth. 1 Fehler = 0,085
19',347 „ „ „ 2 „ = 0,040
19',499 „ „ „ 1 mit Corr. = 0,44; „ = 0,112.

Diese Zahlen beweisen hinreichend erstens, daſs man diesem Inklinatorium durch Ablesung von nur einem ıius vollkommen gute Resultate erhält; überdieſs auch itens, daſs man mit Nonien, welche direct nur einzelne ınten angeben, noch recht gut die Zehntel-Minuten im tel mit ziemlicher Sicherheit durch Schätzung ablesen n.

Eine andere Regel bezieht sich auf die Anordnung der ɛelnen Messungen in *Gruppen* behufs der Rechnung. ch Gauſs pflegt man die acht Messungen so in vier ıppen zu theilen, daſs die Werthe i_1 und i_4, i_2 und i_3 ınd i_8, i_6 und i_7, in je eine zusammengefaſst werden. ist aber weit vortheilhafter, sie in der durch obiges ıema angegebenen Weise zu den vier *Partialwerthen* J_1, J_3 und J_4 zu gruppiren, so daſs jede Gruppe alle Abıngen umfaſst, welche man mit einer einmaligen Einıng der Nadel ausführt, ohne dieselbe umzulegen. Dieſs den Vortheil, daſs jeder der vier Werthe $J_1 = \frac{1}{2}(i_1 + i_2) = \frac{1}{2}(i_3 + i_4)$, ... von dem wahren Werth i nur um ſsen $= \frac{1}{2}(g + g')$ ... abweicht, welche bei constanter r Maximal-Magnetisirung bloſs von der Excentricität des werpunktes abhängen, somit constant sind (für längere : wenigstens). Durch einige gute Messungen kann man n diese Fehler bestimmen und erhält sonach aus jedem vier angegebenen Werthe eine unabhängige Bestimıg der Inklination. Daraus ergaben sich mehrere *Vorle*:

1. Wenn bei einer Ablesung ein Versehen um einen ilstrich d. h. um $\frac{1}{2}^0$, oder wenn nachher ein Rechener von 1^0 unterlaufen sollte — was wohl vorkommt — vird man sogleich darauf aufmerksam gemacht, insofern betreffende Partialwerth von den drei übrigen um $\frac{1}{4}^0$

oder $\frac{1}{2}^{0}$ abweicht. Eventuell kann man dann aus den Beobachtungsnotizen noch mehr Gewifsheit erlangen, indem die den beiden Nadelspitzen entsprechenden Ablesungen eine andere Differenz zeigen werden, als sie sonst bei dieser Stellung der Nadel fast constant stattfindet. Bei meinen 34 Inklinationsmessungen ist indefs der Fall nur einmal vorgekommen, was durch die Partialwerthe 58°46',16; 47',17; 58',50 (statt 43',50) und 45',74 alsbald bemerkbar gemacht wurde. — 2. Im Falle grofser Eile kann man die Inklination aus einem einzigen der vier Werthe, somit aus dem vierten Theil der gewöhnlich erforderlichen Messungen ermitteln. — 3. Die Uebereinstimmung der vier Partialwerthe giebt einigermafsen ein Maafs ab für die Genauigkeit der Messungen und für die Fehlergränze des schliefslichen Resultates. Bei der Gaufsi'schen Gruppirungsweise ist jeder einzelne Werth von der Collimation, d. h. einer sehr wandelbaren Gröfse abhängig und man erhält nur einen einzigen Werth für die Inklination am Schlufs der Rechnung; die Messung hat aber in sich keine Controle für dessen Richtigkeit.

Zur Prüfung dieser Betrachtungen machte ich die Rechnung über meine sämmtlichen Messungen des Jahres 1870 und fand die Correctionen für das erste halbe Jahr bei der Nadel *A*. 1 = — 19',71; — 18,35; + 18,97; + 19,09; bei *A*. 2 = — 13,01; — 10,18; + 9,69; + 13,49; im zweiten halben Jahr die entsprechenden bei *A*. 1 = — 17,70; — 12,82; + 16,96; + 13,57; bei *A*. 2 = — 16,40; — 10,20; + 9,76; + 16,84. Auch berechnete ich die *Fehler*, welche ich begangen haben würde, wenn ich die Inklination nur aus *einem Partialwerth* bestimmt hätte. Derselbe ist bei der Nadel *A*. I im Mittel = 1',39; und 2',20 bei *A*. III. Die *Maximal*-Abweichungen der einzelnen Werthe von ihrem Mittel sind resp. = 3',58 und 6',34.

Die Zahlenangaben für die Correctionen zeigen einige Abweichungen von den obigen Formeln; und es lag deshalb die Vermuthung nahe, dafs aufser den oben berücksichtigten Instrumental-Fehlern wohl noch andere vorhanden

seyen, deren Einfluſs auf das Resultat bei so empfindlichen Inklinatorien weit über die Gränze der Beobachtungsfehler hinausgehe. Man kann in der That wohl noch ein Dutzend solcher Instrumentalfehler finden, wie z. B., daſs die zwei Zapfen der Nadel nicht in gerader Linie stehen, daſs die Agatkanten gegen die Horizontale eine ungleiche Neigung haben, daſs die Mikroskope nicht senkrecht zum Vertikalkreis stehen und die Nadel nicht senkrecht zu ihrer Drehungsaxe, daſs diese nicht mit der Axe des Vertikalkreises zusammenfalle, daſs die Nadel ungleich weit abstehe von den Aufliegepunkten ihrer Zapfen usw. Diese Fehler jedoch und noch andere verschwinden sämmtlich von selbst in dem Mittel aus den einzelnen Messungen; die meisten schon in jedem der vier Partialwerthe.

Es giebt jedoch einige Fehler, welche in dem Mittel aller einzelnen Messungen nicht verschwinden; und deren genaue Bestimmung und Eliminirung viel schwieriger ist. Die wichtigsten dürften folgende seyn:

1) Der *Mangel an Rundheit der Zapfen* ist wohl von allen Fehlern derjenige, welcher am meisten die Sicherheit des Resultates beeinträchtigt. Man hat um ihn zu beseitigen, Nadeln mit drehbaren Axen in Anwendung gebracht, jedoch sind dadurch bis jetzt noch keine günstigen Resultate erzielt worden, zum Theil wohl aus dem oben angedeuteten Grund, weil die Anzahl der zu machenden Ablesungen und Operationen dermaſsen dadurch vermehrt wird, daſs die nothwendige Aufmerksamkeit und Geduld bei den einzelnen verringert wird. Die einzige sichere Methode, diesen Fehler zu beseitigen, besteht wohl darin, daſs man ihn numerisch bestimmt[1]). Zu dem Zweck wird

1) Anm. Vielleicht könnte es indeſs noch gelingen, diesen Fehler im Instrument selbst vollständig zu beseitigen, mittelst eines mechanischen Kunstgriffes, welcher wahrscheinlich ganz *vollkommen runde Zapfen* herzustellen gestattet. Ich weiſs nicht, ob der Vorschlag neu ist, oder ob er vielleicht schon versucht wurde und sich nicht bewährte; aber der Zweck scheint mir zu wichtig, als daſs ich das Mittel nicht in Vorschlag bringen sollte. Wohl alle Mechaniker kennen die Eigenthümlichkeit der sogen. Aufraum-Bohrer und Reib-

man das Süd-Ende der Nadel mit einem kleinen Gewichtchen belasten, bis die Inclination im Meridian etwa $= 0$, $= +10^{0}$ bis 20^{0} wird. Diese mifst man, dreht dann das Instrument in die magnetischen Azimuthe a von 15^{0}, 30^{0}, 45^{0} etc. bis 90^{0} und zwar zu beiden Seiten des Meridians, und liest bei jeder Stellung die Neigung 0 der Nadel genau ab. Darauf legt man die Nadel um, und macht dieselben

Ahlen (der Uhrmacher), welche eine *ungerade* Anzahl von Seitenflächen haben. Diese machen nämlich jedes Loch, welches man mit denselben erweitert, augenblicklich vollkommen rund, wenn es auch noch so unregelmäfsig gestaltet war. Dagegen wird das Loch, auch wenn es ziemlich rund war, sehr leicht wieder eckig, wenn der Bohrer eine *gerade* Anzahl von Kanten hat. Ich weifs nicht, ob irgend ein Theoretiker den inneren Grund für diese Erscheinung angeben kann. Aber sicher liegt in dieser ungeraden Zahl 3, 5 ... von Flächen etwas eigenthümliches, wodurch der Bohrer nach der kreisrunden Gestalt strebt, ganz in ähnlicher Weise, wie ein Körper in die Lage stabilen Gleichgewichtes zurückstrebt. Eben deshalb ist aber auch anzunehmen, dafs jene Gestalt mit vollkommenster Genauigkeit erreicht werde.

Nun scheint es aber, dafs nach ganz gleichen Gesetzen dieselbe Wirkung von aufsen gegen innen, wie von innen nach aufsen erreicht werden würde. Man mufste demnach suchen, die Zapfen von drei aequidistanten Stellen gleichzeitig anzugreifen, während z. B. die Uhrmacher dieselben nur auf einer Seite aufliegen lassen und an der entgegengesetzten feilen. Man wird also den Zapfen vorerst auf gewöhnliche Weise so rund machen als es geht. Dann wird man in ein Stück Kupfer einen Einschnitt mit einer scharfen dreikantigen Feile machen, und ein zweites Stück mittelst Schrauben so daran bringen, dafs ein im wesentlichen dreiseitig-prismatischer Raum entsteht. Während nun der Zapfen auf der Drehbank sich dreht, umgiebt man ihn mit diesen Metallstücken, zieht die Schrauben etwas an, so dafs Reibung entsteht und giebt Schmirgel hinein. Indem man die Schrauben allmählich mehr anzieht, und den Schmirgel nachher durch Colkothar ersetzt, wird man einen vollkommen runden polirten Zapfen erhalten. Dabei scheint es aber nothwendig, dafs die zwei Metallstücke durch Schrauben und mit *hartem* Druck, nicht aber mit elastischem etwa durch die Finger gegen einander gepreſst werden. Sollte diese Methode sich bewähren, so wäre es ein wesentlicher Vortheil derselben, dafs zur Herstellung der vortrefflichsten Zapfen auch nicht einmal eine besondere Geschicklichkeit oder Aufmerksamkeit des Arbeiters erfordert würde.

Messungen in rückgängiger Reihenfolge, und nimmt für jedes Azimuth das Mittel aus den vier dazu gehörigen Messungen. Die so erhaltenen Winkel sollten genau der Gleichung $\cot 0 = \cot 0_0 . \cos a$ genügen. Man berechnet demnach den $\angle 0_0$ nach der Methode der kleinsten Quadrate und daraus die einzelnen theoretischen Werthe für die Winkel 0. Vergleicht man diese mit den gemessenen (nachdem diese von den andern Fehlern gereinigt sind), so hat man unmittelbar die durch die Mangelhaftigkeit der Zapfen bewirkten Fehler. Hieraus kann man dann mittelst Interpolation die Fehler berechnen, welche bei jeder andern Neigung und Directionskraft der Nadel aus dieser Ursache entstehen. Darnach müfste man noch ummagnetisiren, oder die Belastung vermehren, bis die Neigung $0_0 = -10^0$ bis 20^0 wird, und die ganze Operation wiederholen, um die Mangelhaftigkeit der Zapfen auf der anderen Seite kennen zu lernen. Das Verfahren wäre wohl mühsam, würde aber den Vortheil bieten, dafs man dadurch im Stande ist, auch mit mittelmäfsigen Zapfen zuverlässige Messungen auszuführen. Ohne ein solches Eliminations-Verfahren anzuwenden, wird man aber nach meinem Dafürhalten auch bei den besten Nadeln den *absoluten* Werth der Inklination kaum bis auf 1 Minute *mit Sicherheit* erhalten.

2. Es können einzelne Theile des Instrumentes ein wenig *eigenen Magnetismus* enthalten, und dadurch die Stellung der Nadel stören. Dieser Fehler jedoch kann nicht bedeutend seyn, weil ja sonst auch alle Declinations- und andere Messungen mit Theodoliten und tragbaren Magnetometern demselben Fehler noch stärker ausgesetzt wären. Derselbe wird möglichst verringert dadurch, dafs die Agatflächen verhältnifsmäfsig recht hoch über dem unteren Plateau, und weit von dem Verticalkreis abstehend angebracht sind. Wollte man indefs absolute Sicherheit haben, so dürfte vielleicht nur ein mühsames Verfahren zum Ziel führen. Man müfste eine Deklinations-Nadel mit Spiegel und Fadensuspension (ähnlich der bei

dem Lamont'schen Theodolit gebräuchlichen) so mit dem horizontal gelegten Inklinatorium umgeben, daſs sie zu demselben die gleiche relative Lage hätte, wie die Inklinations-Nadel, und dann eine etwaige Ablenkung durch ein Ablese-Fernrohr messen.

3) Die *Glasscheibe*, durch welche man mit den Mikroskopen die Nadel einvisirt, wird sicher nicht *planparallel* seyn. Der dadurch veranlaſste Fehler kann bei einer vereinzelten Ablesung einer Nadelspitze wohl auf 1',5 bis 2 Minuten sich belaufen, da gewöhnliches Spiegelglas den Lichtstrahl bis zu 5' und mehr ablenkt. Es ist jedoch anzunehmen, daſs der Mechaniker zu diesen Instrumenten ein weniger fehlerhaftes Glas ausgewählt hat. Ueberdieſs wird bei dem zur Benutzung kommenden kleinen Theil der Scheibe ($3\frac{1}{2}''$ im Durchmesser) die prismatische Neigungsebene der zwei Flächen eine nahezu constante Richtung haben, so daſs die Ablenkungen alle in dieser constanten Richtung erfolgen und deshalb im Mittel sich vollständig aufheben. Wollte man gröſsere Sicherheit, so würde man das Glaskästchen abwechselnd abnehmen und aufsetzen müssen, und die Ablesungen, die man in beiden Fällen erhält (während die Nadel durch die Gabel in verschiedenen Lagen festgehalten wird), mit einander vergleichen. Oder man könnte auch den Ablenkungswinkel der Glasscheibe mittelst eines Theodolitenrohres direct messen und daraus den Einfluſs auf die Nadel-Ablesungen berechnen.

4) Die zwei *Agatkanten*, auf welchen die Nadel mit den Zapfen aufliegt, können in ungleicher Höhe stehen, so daſs die Drehungsaxe der Nadel einen Winkel x mit der Horizontalen bildet. Der dadurch bewirkte Fehler in der Inklination ist ganz analog dem am Schluſs dieses Abschnittes zu besprechenden durch unrichtige Azimuth-Stellung bedingten und kann ganz ähnlich bestimmt werden. Man findet ohne Mühe, wenn i_x die abgelesene, i_0 die wahre Inklination ist, $\operatorname{tg} i_x = i_0 . \cos x$, woraus ($x$ als klein vorausgesetzt) folgt $\Delta i = -\frac{1}{4} \sin 2i . x^2 =$ dem zu bestimmenden Fehler; oder auf Bogenminute als Einheit bezogen

$\Delta i = -0{,}00007272 \cdot \sin 2i \cdot x^2$. Daraus folgt, dafs man den Fehler gänzlich vernachlässigen kann, wenn x nicht über 30′ Minuten grofs ist. Würde aber bei etwa 20 Mm. Distanz ein Agat um $\frac{1}{2}$ Mm. höher stehen als der andere, so würde die Inklination schon um etwa $\frac{1}{2}$ Minute zu klein gefunden werden.

Um den Instrumentalfehler x zu ermitteln, kann man das Glaskistchen abschrauben und ein Stückchen Spiegelglas auf die Agatkanten legen, worauf man eine etwas hochbeinige Libelle stellt. Diese bringt man durch Drehen von einer der passend gerichteten Fufsschrauben zum Einspielen. Dreht man dann das Spiegelglas mit der Libelle um, zur Eliminirung der ihnen anhaftenden Fehler, und stellt wieder ein, so kann aus der Anzahl der Drehungen jener Schraube x leicht berechnet werden. Eine andere Methode, dieses x zu bestimmen, wird im dritten Theil vorkommen, welche viel einfacher ist.

5) und 6) Es kann ferner seyn, dafs die *Ebene des Vertikalkreises* nicht parallel mit der Nadelebene ist, sondern einen Winkel y in horizontalem und z in vertikalem Sinne mit derselben bildet. Dieser Fehler ist dem eben besprochenen ganz analog. Man findet $\cot i_y = \cot i_0 \cdot \cos y$, woraus $\Delta i_y = +\frac{1}{4} \cdot \sin 2i \cdot y^2$; und ebenso $\operatorname{tg} i_z = \operatorname{tg}_0 \cdot \cos z$, somit $\Delta i_z = -\frac{1}{4} \cdot \sin 2i \cdot z^2$.

Die Gesammtcorrection für die drei letzten Fehler ist also Corr. $= +\frac{1}{4} \cdot \sin 2i\,(x^2 - y^2 + z^2)$ oder, wenn alle Fehler in Bogenminuten ausgedrückt werden Corr $= +0{,}00007272 \cdot \sin 2i \cdot (x^2 - y^2 + z^2)$.

Die Bestimmung des Instrumentalfehlers y wird unter *B* eingehender zu behandeln seyn. Der Fehler z kann mittelst eines unter *B* näher zu bezeichnenden Fernröhrchens ganz ebenso bestimmt werden, wie man an einem Theodoliten die Vertikalität des Höhenkreises prüft, indem man eine Mire einmal direct und das anderemal durch Reflexion in einem künstlichen Horizont beobachtet oder durch die Nadirmethode; oder man kann auch in der Mitte der Alhidade an dem messingenen Nadelfutteral ein Stückchen

Spiegel aufkleben und in demselben mittelst eines horizontal gestellten Theodolitenfernrohrs die von rückwärts beleuchteten Fäden reflectirt beobachten und bei zwei um 180° verschiedenen Stellungen messen.

Damit dürften denn wohl die Instrumentalfehler des Inklinatoriums ziemlich erschöpft seyn und es scheint sonach, dafs man dieselben sämmtlich und somit auch alle *systematischen Fehler* der Inklinationsmessungen vollständig eliminiren kann.

Die Frage über den bei diesen Messungen zu erreichenden Grad von *Genauigkeit* reducirt sich also auf die Frage wie weit man die zufälligen Beobachtungsfehler auf ein Minimum bringen kann.

Für diese Frage ist zunächst in der obigen Untersuchung über die vier Partialwerthe der einzelnen Messungen schon einigermafsen eine Antwort enthalten. Der mittlere Fehler [1]) eines solchen wurde (unter den 72 anno 1870 gemessenen Werthen) = etwa 1',80 gefunden und daraus würde nach der Methode der kleinsten Quadrate folgen, dafs der mittlere Fehler einer vollständigen Inklinationsbestimmung = 0',90 oder 54″ wäre, was schon immerhin als eine befriedigende Genauigkeit gelten könnte. In Wirklichkeit ist dieselbe aber bedeutend gröfser, aus dem Grunde, weil die als constant vorausgesetzten Correctionen der Partialwerthe auf ein halbes Jahr nicht genau constant bleiben, wie ein Blick auf die dafür gegebenen Zahlen erkennen läfst. In der That hängen dieselben von der Excentricität des Schwerpunktes ab; diese ist aber allmählichen kleinen Aenderungen ausgesetzt, namentlich durch Rostflecken, welche zeitweilig hygroskopisch Wasser anziehen, seyen dieselben auch fast unmerklich oder dadurch,

1) Anm. Ich werde im folgenden überall den „*mittleren Fehler*“ als Maafsstab der Genauigkeit angeben. Würde ich den „*wahrscheinlichen Fehler*“ (d. h. denjenigen, welcher so oft nicht erreicht als überschritten wird) dafür gesetzt haben, so würden die Zahlen sämmtlich noch kleiner ausgefallen seyn, und zwar im Durchschnitt nur = 0,6 von den hier angegebenen seyn.

dafs beim Magnetisiren durch die scharfkantigen Streichmagnete kleine Stahltheilchen abgerissen werden, welche dann auch sehr leicht an den Kanten der Nadel haften bleiben. Dafs solche Kleinigkeiten einen sehr bemerkbaren Einfluſs haben können, wird aus dem am Schluſs unter *C* zu sagenden evident hervorgehen.

Eine weitere Controle verschaffte ich mir, indem ich unter den 20 Messungen von 1870 solche aussuchte, welche in kurzer Zwischenzeit und mit verschiedenen Nadeln ausgeführt waren. Ich bestimmte dann mittelst des Variationsinstrumentes (magnetische Wage) die Differenz der zugehörigen *wahren* Inklinationen und verglich dieselbe mit der Differenz der *gemessenen*. Dadurch bestimmt sich die Differenz in den Angaben beider Nadeln. So fand ich *A*. I — *A*. II.

zwischen d.	21.	und	25.	Januar	1870	= + 1',260	
„ „	15.	„	21.	Februar	„	= + 1',298	
am	20.	Juni				= + 0',435	
zwischen d.	10.	und	13.	August	„	= + 1',316	
„ „	27.	„	29.	„	„	= + 1',180	
„ „	22.	„	20.	Januar	1871	= + 3',000	mit $\frac{1}{3}$ Gewicht.

Hieraus ergiebt sich im Mittel *A*. I — *A*. II = + 1,217 und als mittlerer Fehler 0',607. Folglich ist der mittlere Fehler *einer* Inklinationsbestimmung = 0',43 oder 25",8. Wird die letzte Bestimmung, welche betreffs *A*. II sehr flüchtig war, ganz vernachlässigt, so folgt im Mittel *A*. I — *A*. II = 1',098 und als *mittlerer Fehler* für die Differenz 0',372 und für *eine Inklinationsmessung* 0',263 oder 15,8". Man kann also wohl mit gutem Grund 20 Secunden annehmen.

Eine dritte von diesen gänzlich unabhängige Bestimmug dieses Fehlers wird unten unter *C* aus den Intensitäts-Messungen abgeleitet werden. Dieselbe ergiebt gleichfalls 20 *Secunden*. Dieser Werth kann also als ziemlich sicher angesehen werden.

Die weiteren 15 Inklinationsmessungen, welche ich im Sommer 1871 machte, lieferten allerdings ein weniger günstiges Resultat. Die Untersuchung der vier Partialwerthe der einzelnen Messungen ergab als mittleren Fehler für eine solche 1',30 bei *A.* I und 1',56 bei *A.* II, im Mittel 86". Die Intensitätsmessungen aber gaben wieder nur 21".

Jedoch ist dazu zu bemerken, daſs das Inklinatorium im Dezember 1870 eine gröſsere Reise nach Sicilien machte, und im Frühjahr 1871 eine noch längere in Ober-Italien und daſs deutliche Spuren sehr heftiger Stöſse bemerkbar waren. Zuletzt entdeckte ich auch noch, daſs der Faden in einem Mikroskop locker geworden war, und es ist wahrscheinlich, daſs dieser Fehler schon längere Zeit unbemerkt bestanden hatte. Dieſs wäre vollkommen hinreichend, den etwas geringeren Grad von Genauigkeit bei den Messungen von 1871 zu erklären.

Es dürfte somit erwiesen seyn, daſs man mit Nadel-Inklinatorien dieser Construction sehr genaue Messungen machen kann, ja sogar eine Genauigkeit erreichen, wie sie kaum von den besten *Deklinatorien* übertroffen wird. Auch spricht nichts dafür, daſs gerade *dieses* Instrument eine ausnahmsweise Vollkommenheit besitze. Die Firma Barrow scheint zwar inzwischen durch den Tod ihres Chefs eingegangen zu seyn; aber Hr. John Dover (*London S. E. 2 Charlton-Villas, Lower Woolwich Road*) liefert Instrumente, welche, den Barrow'schen ganz ähnlich gebaut, dieselben nicht nur an Bequemlichkeit, sondern auch an Genauigkeit (soweit die wenigen bis jetzt mit dem meinigen angestellten Messungen zu beurtheilen gestatten) zu übertreffen scheinen, ohne deshalb theuerer zu seyn.

Man hat nun in neuerer Zeit in Deutschland — wahrscheinlich durch die Unvollkommenheit der Nadel-Inklinatorien bewogen -- angefangen, anstatt derselben „*Erd-Inductoren*" oder „*Inductions-Inklinatorien*" zu verwenden, bei welchen die Inklination aus dem Verhältniſs der Intensitäten von zwei galvanischen Strömen bestimmt wird, welche durch Induction von der horizontalen und der ver-

tikalen Componente des Erdmagnetismus hervorgebracht werden. Diese äufserst sinnreiche und schöne Methode wurde von W. Weber ersonnen, welcher sie in diesen Ann. Bd. 90, S. 209 näher beschreibt und theoretisch erörtert. Dieselbe ist frei von einer Menge von Instrumentalfehlern, denen die Messungen mit Nadel-Inklinatorien ausgesetzt sind und einer beträchtlichen Genauigkeit fähig. Weber selbst sagt, dafs solche Messungen denen mit den besten Inklinatorien gleich kommen. Neuere Gelehrte scheinen denselben sogar eine zweifellose Ueberlegenheit zuzusprechen, so dafs wirklich z. B. im Göttinger Observatorium schon seit vielen Jahren die Inklination nur noch mittelst Erd-Inductoren bestimmt wird.

Ich kann nicht angeben, worin diese nicht zu leugnende auffallende Ueberlegenheit über die in Deutschland bis jetzt gebräuchlichen Inklinatorien ihren Grund haben mag. Gegenüber den englischen Inklinatorien neuerer Construction besteht dieselbe aber ganz gewifs nicht. Wahrscheinlich ist die Gröfse der Nadel die Hauptursache; denn bei deutschen Inklinatorien pflegt die Nadel 10 bis 12 Zoll Länge zu haben, während sie bei den englischen nur 3 bis $3\frac{1}{4}$ Zoll beträgt. Das Gewicht einer deutschen Nadel wird also ungefähr 30 bis 50mal gröfser seyn als das einer englischen; die Zapfen müssen dann auch etwas stärker seyn und durch beide Umstände wird die leichte Beweglichkeit nothwendig sehr beeinträchtigt.

Um unser Urtheil über die Weber'sche Methode zu begründen, wollen wir untersuchen, ob dieselbe nicht vielleicht andern ihr eigenthümlichen Fehlern ausgesetzt ist und dann auch aus den gewonnenen Resultaten zu ermitteln suchen, welchen Grad von Genauigkeit dieselbe zu gewähren im Stande ist.

Principiell könnte man gegen diese Methode von Weber einwenden:

1) Dafs die Drehung der Inductionsspuhle um 180° unmöglich in einem Augenblick vollzogen werden kann. Bei dem von Weber gebrauchten Apparat hat der bewegliche

Theil ein so grofses Trägheitsmoment, dafs die Drehung wegen der sonst zu fürchtenden Stöfse wohl gegen 1 Secunde beanspruchen wird. Es wird also die in der Multiplicatornadel vorhandene Geschwindigkeit mit der durch den neuen Stofs entstehenden in einer anderen Weise sich summiren, als wenn der Impuls instantan wäre, wie die Theorie voraussetzt; auch wird derselbe Impuls eine geringere Geschwindigkeit ertheilen, wenn die Nadel nicht mehr genau in der Ruhelage, d. h. senkrecht zur Axe der Spuhle steht, als wenn sie genau diese Lage hätte. Indessen sind *diese* Fehler ohne Belang, nicht nur weil sie an sich schon nur einen Einfluſs an der 7. Dezimalstelle äufsern würden, sondern auch weil sie bei beiden Ablenkungsbeobachtungen in homologer Weise stattfinden, so dafs das *Verhältnifs* der reducirten Ablenkungen fast absolut nicht alterirt wird.

2) Die Drehung wird nicht genau in dem Augenblick ausgeführt, wenn die Nadel die Mittellage passirt. Besonders wenn die Drehung von einem Gehilfen auf ein Zeichen des Beobachters vollzogen wird, möchten darin Fehler von 1 Secunde unvermeidlich seyn. Die Wirkung dieses Fehlers ist an sich bedeutend gröfser, als die des ersten. Dennoch dürfte sie die Gränze der Beobachtungsfehler schwerlich erreichen, um so mehr, als der Fehler durch die Uebung einigermafsen constant würde und somit in dem *Verhältnifs* beider Ablenkungen eine Störung kaum eintreten könnte.

3) Die Inductionsspuhle mufs — eben um die genannten Fehler vollständig vernachlässigbar zu machen — doch jedenfalls *sehr rasch gedreht* werden. Das scheint aber bei solchen Massen (etwa $\frac{1}{2}$ Centner bei Weber) nicht ohne einen beträchtlichen Druck geschehen zu können. Dadurch wird aber auch bei der solidesten Construction die Axe etwas aus ihrer Lage gebracht werden und der Fehler wird auch nicht augenblicklich wieder sich vollständig ausgleichen. Bei leicht gebauten Reiseinstrumenten dürfte der Fehler noch mehr zu fürchten seyn. Derselbe ist aber

um so bedeutender, als er aus sich mit seinem ganzen Werth in das Resultat übergehen würde. Eine gewisse Unsicherheit wird er jedenfalls veranlassen.

4) Ebenso wird es bei so schneller Drehung so grofser Massen sehr schwer seyn, dafs die Drehung genau um 180° bewerkstelligt werde. Die Arretirung durch einen Anschlagestift, besonders wenn derselbe in Holz steckt, scheint nicht zuverlässig genug. Der Einfluſs eines derartigen Fehlers ist aber genau von derselben Ordnung, wie der einer fehlerhaften azimuthalen Aufstellung bei Inklinatorien. Bei einer Inklination von $63\frac{1}{2}°$ genügt ein Fehler von 39', um das Resultat um 1 Minute fehlerhaft zu machen und der Einfluſs wächst im quadratischen Verhältniſs des Fehlers.

5) Es dürfte ferner schwer seyn, an einer Scala, welche eigentlich nur einen untheilbaren Augenblick in Ruhe ist, mit solcher Sicherheit Ablesungen zu machen, daſs sie den an einem feststehenden Kreis mit Nonien gemachten Ablesungen äquivalent wären, und wie sie seyn müſsten, wenn das Resultat bis auf wenigstens 1 Minute sicher seyn soll. In der That liefern die Zahlenreihen, welche Weber S. 217 und 218 angiebt, einzelne Zahlen, welche durch bloſse Vergleichung mit dem Verlauf der andern Reihen sich sicher als fast um einen ganzen Scalentheil unrichtig erweisen, was bei einer mittleren Ablenkung von 310 Scalentheilen schon ein beträchtlicher Fehler ist. Bei jenen Messungen sind aber doch gewiſs nur die geübtesten Beobachter thätig gewesen.

6) Die theoretische Entwickelung selbst geschieht unter der Annahme, daſs man die Richtungskraft der Nadel als proportional der Elongation ansehen könne, während sie eigentlich deren Sinus proportional ist. So wird namentlich die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Schwingungsweite abgeleitet, worauf hierbei das meiste ankommt. Es dürfte aber zweifelhaft seyn, ob diese Voraussetzung und die darauf sich stützenden Formeln noch für Schwingungen von 9° Total-Amplitude, wie sie dort zur Anwendung kommen, bis zur Gränze der Beobachtungsfehler mit

der Wirklichkeit harmoniren werden. Ebenso wird die ablenkende Kraft als proportional dem Sinus des halben Ausschlagswinkels angenommen. Das ist nun bei freien Schwingungen vollkommen richtig; aber bei Schwingungen mit einer so kräftigen Dämpfung und von 5 bis 6 Grad mittlere Total-Amplitude scheint mir der gleiche Zweifel wohl begründet.

Indessen die Vorzüge oder Mängel einer Methode ergeben sich am sichersten auf experimentellem Wege aus den erhaltenen Resultaten.

Weber giebt dann auch eine Tabelle von 168 nach seiner Methode ausgeführten Inklinationsbestimmungen, und für jedes Resultat auch die Abweichung von dem Mittel aus allen gleichzeitigen Bestimmungen. Nehmen wir an, dafs diese Abweichungen im Mittel die wirklich begangenen Fehler darstellen (während gewöhnlich diese noch etwas gröfser sind), so ergiebt die Zusammenstellung derselben, dafs für eine vollständige Inklinationsbestimmung der *mittlere Fehler* = 1',9 oder 1' 54" ist, während vereinzelte Fehler bis zu 7 Minuten vorkommen. Aus den oben angeführten Bedenken hätte man *a priori* kaum eine so beträchliche Unsicherheit vermuthen können. Und doch ist sicher der Apparat auf dem Göttinger Observatorium so exact gearbeitet und richtig aufgestellt, und ist wohl mit solcher Präcision beobachtet worden, dafs bei anderen Apparaten und namentlich bei solchen, welche für Reisen bestimmt sind, kaum jener Grad von Genauigkeit erreicht werden dürfte.

Vergleichen wir nun diese Resultate mit den früher angegebenen, mittelst eines guten englischen Inklinatoriums erzielten, so ist unverkennbar, dafs die *Ueberlegenheit auf Seite der Nadel-Inklinatorien* ist. Die Genauigkeit, welche Weber bei einer vollständigen Inklinationsbestimmung erreichte, ist ungefähr dieselbe, welche bei meinen Messungen einem jener Partialwerthe zukommt, deren vier zu einer vollsändigen Bestimmung gehören; denn, wie oben angegeben, ist für die Nadel *A*. I unter 40 solchen Par-

tialwerthen der mittlere Fehler = 1',24" und der gröfste = 3',51", für die Nadel *A.* II unter 32 Partialwerthen der mittlere Fehler = 2',12" und der gröfste = 6',21".

Der wirkliche mittlere Fehler für eine vollständige Inklinationsbestimmung ist aber, wie oben bewiesen wurde, nur = 20 Secunden. Die Messungen mit einem im guten Stand befindlichen englischen Inklinatorium übertreffen also an Genauigkeit die mit Erd-Inductoren ausgeführten um das *Fünffache*. Anderseits kann indefs auch kaum geleugnet werden, dafs diese Instrumente ihrerseits die in Deutschland bis jetzt üblichen Inklinatorien eben so viel mal an Genauigkeit übertreffen.

Alles bisher Gesagte bezieht sich auf die Inklination, wie sie in der als magnetischer Meridian angenommenen Ebene stattfindet, in welcher man das Instrument — sey es Inklinatorium oder Erdinductor — aufgestellt hat. Ist diese aber nicht der Meridian, sondern bildet sie mit demselben einen Winkel = a, so entsteht noch ein Fehler, welcher von der Güte des Instrumentes gänzlich unabhängig ist und nur der unrichtigen azimuthalen Aufstellung zuzuschreiben ist.

Die hierfür nothwendige *Correction* findet man bei Messungen mit dem Inklinatorium, indem man aufser der im präsumirten Meridian gefundenen Inklination (i') auch noch die in einer dazu senkrechten Vertikalebene (i'') mifst. Zerlegt man nämlich die erdmagnetische Kraft in drei Componenten nach den drei orthogonalen Axen des Instrumentes (Drehungsaxe der Nadel — vertikale — und horizontale Stellung der Nadel), so ist leicht einzusehen, dafs

$$\cot i'' = \cot i \,.\, \cos a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und

$$\cot i'' = \cot i \,.\, \cos(90 + a) = - \cot i \,.\, \sin a \quad . \quad (2)$$

ist. Man wird also berechnen $\mathrm{tg}\, a = - \cot i'' : \cot i$ und mit dem gefundenen a bestimmen $\cot i = \cot i' : \cos a$.

Bei Messungen mit Erdinductoren ist die Ermittelung von i'' nicht so leicht ausführbar. Bei feststehenden Instrumenten kann allerdings der Winkel a sehr leicht aus

den Angaben des Variations-Deklinatoriums gefunden werden; auf Reisen aber werden noch weitere Messungen erfordert; die nicht ganz einfach sind.

Handelt es sich aber um Messungen, die an einem constanten Ort ausgeführt werden, so wird auch die Correction für Inklinatorien viel einfacher. Es ergiebt sich nämlich aus (1):

$$\frac{\cot i'}{\cot i} = \cos a,$$

somit

$$\frac{\cot i' - \cot i}{\cot i} = \cos a - 1 \text{ oder } \frac{\Delta \cot i}{\cot i} = -2 \,.\, \sin^2 \tfrac{1}{2} a;$$

folglich

$$\frac{\Delta i}{\cot i \,.\, \sin^2 i} = 2 \,.\, \sin^2 \tfrac{1}{2} a = \tfrac{1}{2} a^2 \text{ oder } = \tfrac{1}{2} \Delta a^2,$$

(wenn Δa eben der kleine Azimuthfehler a ist); somit

$$i' - i = \Delta i = \tfrac{1}{2} \cot i \,.\, \sin^2 i \, \Delta a^2 = \tfrac{1}{4} \sin 2i \,.\, \Delta a^2 \quad (3).$$

Setzt man nun $\Delta i'' = i_{,,} = 90^0 - i''$, d. h. gleich der Abweichung von der Vertikalen in der magnetischen Ost-Westebene, so wird (nach (2)) $\operatorname{tg} i_{,,} = -\cot i \,.\, \sin a$; oder wegen der Kleinheit der Winkel

$$i_{,,} = -\cot i \,.\, a \text{ oder } \Delta i'' = -\cot i \,.\, \Delta a \quad ; \quad (4).$$

Wird hieraus Δa in (3) substituirt, so erhält man

$$i' - i = \Delta i = \frac{\sin^2 i}{2 \,.\, \cot i} \,.\, \Delta i''^2; \text{ oder } \Delta i =$$

$$\frac{\sin^2 i}{\cot i} \,.\, 0{,}0001454 \,.\, \Delta i''^2 \quad . \quad (5),$$

wenn Δi und $\Delta i''$ in Minuten als Einheit ausgedrückt werden. Da der Werth von i für diesen Zweck als auf längere Zeit constant betrachtet werden darf, so erhält man die gesuchte zu subtrahirende Correction sehr einfach durch eine bloſse Multiplication, z. B. für Rom durch die Formel

$$\Delta i = 0{,}0001759 \,.\, \Delta i''^2,$$

was namentlich mittelst des sog. Rechenschiebers (*règle à calcul*) in wenigen Secunden ausgeführt ist. Bei Messungen mit Erdinductoren kann man die Correction aus (3) eben so bestimmen.

Man kann auch aus (1) und (2) zuerst ableiten $\cot^2 i' \cot^2 i'' = \cot^2 i$, welche Formel oft auch behufs der di-ten Berechnung des corrigirten i benutzt wird. Hieraus gt sogleich

$$\Delta \cot^2 i = \cot^2 i' - \cot^2 i = -\cot^2 i'',$$

mit

$$\frac{2 \cdot \cot i}{\sin^2 i} \Delta i = \cot^2 i'' = \mathrm{tg}^2 i_{''} = i^2_{''} = \Delta i''^2$$

$$\text{und } \Delta i = \frac{\sin^2 i}{2 \cdot \cot i} \cdot \Delta i''^2$$

e oben.

(Fortsetzung im nächsten Heft)

I. *Ueber die Polarisation des Zodiakallichtes; vom Prof. Arthur W. Wright am Yale College in New-Haven.*

Aus d. *Americ. Journ. of Science etc. Vol. VII*, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

ach den zur Oeffentlichkeit gelangten Beobachtungen r das Zodiakallicht scheint es, dafs bis jetzt wenig rsuche gemacht worden sind, zu ermitteln, ob ein Theil ses Lichtes polarisirt sey oder nicht; die erhaltenen sultate lassen diefs noch unentschieden. Die wenigen, den Zeitschriften zu findenden Angaben neigen zu der sicht, dafs es entweder gar nicht polarisirt sey, oder einem so geringen Theil, dafs es nur mit ungemeiner wierigkeit entdeckt werden könne. Es mufs dabei berkt werden, dafs die meisten der Beobachtungen, welche gative Resultate gaben, mit Savart's Polariskop angelt zu seyn scheinen; allein bei einem Instrument, wels, wie das Savart'sche, einen so grofsen Antheil des htes absorbirt, mufs der Betrag von Polarisation der

zur Sichtbarwerdung von Streifen nothwendig ist, sehr bedeutend wachsen, so wie das Licht schwächer wird, und besonders so wie es sich den Gränzen der Sichtbarkeit nähert. Der Verfasser hat viele Versuche gemacht, mit einem Savart'schen Instrument Spuren von Polarisation zu entdecken, allein nie mit dem geringsten Erfolg, ausgenommen, dafs ihm an einem besonders heiteren Abend, als das Zodiakallicht ungewöhnlich deutlich war, die Streifen bei äufserster Anstrengung der Sehkraft als Schimmer (*glimpses*) erschienen. Die Beobachtung war indefs so unsicher, dafs er sie als werthlos betrachtete.

Beinahe vor einem Jahr begann ich eine Reihe von Beobachtungen, unter Anwendung verschiedener Apparate, mittelst deren die Entdeckung einer Polarisation zu hoffen stand, entweder, wie im Savart, durch Streifen oder anderen Helligkeitsveränderungen im Gesichtsfeld, oder wie beim Nicol oder einer in den Polarisationswinkel gestellten Säule von Glasplatten durch Verringerung der Helligkeit des Gegenstandes selbst. Keins dieser Mittel gab jedoch Resultate von einigem Werth. Als ich einige Monate darauf das Studium dieses Gegenstandes wieder aufnahm, suchte ich eine Combination zu finden, die ein grofses Gesichtsfeld habe und dabei möglichst wenig Licht absorbire, so dafs sie das Daseyn selbst kleiner Antheile von polarisirtem Licht durch hinlängliche Intensitätsvariationen anzeige, auch bei schwächst sichtbarer Beleuchtung.

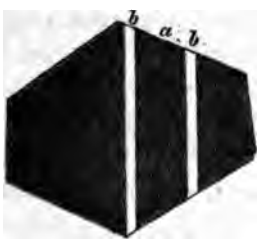
Ein Savart, in welchem der Turmalin durch einen Nicol ersetzt ward, ergab, trotz fast vollkommener Durchsichtigkeit, ein zu kleines Gesichtsfeld und zu schwache Streifen, um irgend von Nutzem zu seyn. Es wurde daher ein anderes Instrument construirt, ähnlich dem, welches Herr Huggins zur Beobachtung des Encke'schen Cometen anwandte [1]), indem man ein grofses doppeltbrechendes Prisma an dem einen Ende eines 18 Zoll langen Rohres anbrachte, dessen anderes Ende eine quadratische Apertur von wenig mehr als einem Zoll im Durchmesser hatte. Der Abstand

1) *Phil. Mag.* 1872, *Vol. XLIII, p.* 382.

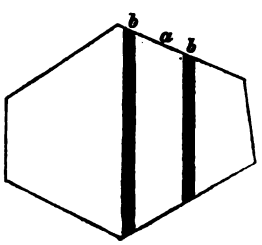
wurde so ajustirt, dafs die beiden Bilder sich eben berührten, ohne einander zu übergreifen. Dieſs schien zweckmäſsig zu seyn, denn beim Gebrauche gewahrte ich Intensitäts-Unterschiede, welche eine Polarisation in einer durch die Sonne gehenden Ebene anzeigten. Zwei Mängel sind jedoch mit dieser Vorrichtung verknüpft, erstens, dafs das Gesichtsfeld nicht durchweg von gleicher Helligkeit ist und man den helleren Theil des einen Bildes neben den matteren des anderen werfen kann, was zu falschen Schlüssen verleitet; und zweitens, dafs die verschiedenen Theile der Netzhaut von ungleicher Empfindlichkeit sind. In Folge dieſs scheint das eine der direct gesehenen Bilder immer als dunkler und das wahre Verhältniſs ihrer Intensitäten kann nur durch indirectes Sehen gefunden werden, dadurch, dafs man das Auge gegen einen Punkt in der Mittellinie beider Bilder richtet. Obgleich dieſs Instrument, wenn es mit Beachtung der nothwendigen Bedingungen gebraucht wird, zuverläſsige Angaben zu liefern vermag, so wurde es doch bald gegen ein besseres verlassen.

Unter den polariskopischen Apparaten des physikalischen Kabinets des *Yale College* fand sich eine winkelrecht gegen die Axe geschnittene Bergkrystallplatte, welche im polarisirten Licht eine ungewöhnliche Farben-Intensität zeigte. Sie ist eine Zwillingsplatte, bestehend aus linksgewandtem Quarz, der etwas aus der Mitte von einem $6^{mm},5$ breiten Bande eines rechts-gewandten durchzogen ist. Dieses Band ist an den Seiten nicht durch scharfe Linien begränzt, sondern durch intermediäre Bänder (*b b* in den Figuren) von etwa zwei Millimeter Breite, welche von verschiedenem

1.



2.



Gefüge sind und anscheinend durch Verwachsung der Schichten beider Individuen an ihren Rändern gebildet sind.

Im Polarisationsapparat gehen diese Bänder einfach vom Hellen ins Dunkle über, ohne merklich Farben zu zeigen. Zwischen zwei Nicols hat die Platte das Ansehen obiger Figur, die in voller Gröfse gezeichnet ist. Wenn die entsprechenden Diagonalen des Nicols ganz oder beinahe parallel sind, sind die Bänder weifs auf tief röthlich purpurfarbenem Grund, wie Fig. 1 zeigt; bei gekreuzten Nicols sind die Bänder dunkel auf hell grünlich gelbem Hintergrunde, wie in Fig. 2 abgebildet ist. Dreht man die Nicols in der einen Richtung um 45°, so sieht man das mittlere Band *a* intensiv blau auf gelbem Grund; dreht man in der anderen Richtung, so erscheint es hellgelb auf dunkelblauem Grund; und intermediäre Lagen geben die gewöhnlich wechselnden Farben. Mit *einem* Nicol und unpolarisirtem Licht untersucht, ist die Platte vollkommen farblos und zeigt keine Spur von heterogener Structur.

Die Bergkrystallplatte wurde an das Ende einer 11 Zoll langen Röhre gebracht, die so weit war, dafs sie dieselbe fast ganz aufnahm. Diese erwies sich besser als eine kürzere, da die Bänder am leichtesten gesehen werden, wenn sie dem Auge nicht näher sind, als die Gränze des deutlichen Sehens. An dem anderen Ende wurde ein gut gestaltetes Nicol angebracht, in einer Fassung, so dafs er leicht gedreht werden konnte. So verbunden bilden Platte und Nicol ein Polariskop von aufserordentlicher Empfindlichkeit, bei schwachem Licht den besten Savart weit übertreffend, und selbst bei starkem Licht ihm etwas überlegen. Das Instrument ist besonders geeignet, geringe Grade von Polarisation zu entdecken und sehr schwache Lichter zu untersuchen. Das Vorkommen schmaler Streifen ist besonders vortheilhaft, da sie bei sehr schwacher Beleuchtung hell auf dunklem Grund oder umgekehrt erscheinen und sie so leichter gesehen werden. Die Wirksamkeit des Instruments wird ferner durch das verhältnifsmäfsig

grofse Gesichtsfeld und die vollkommene Durchsichtigkeit der ganzen Combination erhöht.

Als Beweis von seiner Empfindlichkeit mag erwähnt seyn, dafs wenn man eine Glasplatte auf die Fensterbank legt und das von ihr reflectirte Himmelslicht bei klarer, mondloser Nacht durch das Instrument betrachtet, sowohl helle als dunkle Bänder mit Leichtigkeit gesehen werden, wobei die ersteren überraschend leuchtend im Gegensatz zu dem dunklen Feld erscheinen. Die Polarisationsebene bestimmt sich leicht, weil, wenn die hellen Bänder wie in Fig. 1 erscheinen, die längere Diagonale des Nicols in dieser Ebene liegt; wogegen, wenn die Bänder dunkel sind, die Polarisationsebene parallel ist der kürzeren Diagonale.

Nach Vollendung des Instruments wurde die erste günstige Gelegenheit ergriffen, die Wirksamkeit desselben auf das Zodiakallicht zu prüfen. Es ergab sich fast unmittelbar, dafs es das Daseyn von Licht, polarisirt in einer durch die Sonne gehenden Ebene, anzeigte. Die Bänder waren schwächer als ich erwartet hatte und wurden anfangs von mir übersehen. Eine sorgfältigere Aufmerksamkeit und die Beachtung gehöriger Vorsichtsmafsregeln stellten indefs das Daseyn derselben aufser allem Zweifel. Die Beobachtungen wurden im oberen Stock eines der Gebäude des College gemacht; die Fenster sehen nach Südwesten und haben einen freien Horizont. Das Zimmer empfing während der Beobachtungen nur Licht vom Himmel und dieses reichte hin, die Gegenstände eben sichtbar zu machen. Nachdem das Auge diesem Zwielicht 15 oder 20 Minuten ausgesetzt worden, war es für die Beobachtung hinreichend empfindlich. Diefs war eine sehr nothwendige Vorsicht, da das Auge nur einen Moment einem hellen Lichte ausgesetzt zu werden brauchte, um es für lange Zeit unfähig zu machen, so schwache Lichtintensitäten zu unterscheiden. Der Nicol des Instruments wurde nun rund herumgedreht, so dafs keine vorherige Kenntnifs seiner Lage gegen die Bänder des Bergkrystalls das Urtheil über deren Charakter und Lage beeinflussen möchte. Als ich durch die Röhre

nach dem Zodiakallicht sah, und das ganze Instrument langsam drehte, war es möglich eine Lage zu finden, in welcher die Bänder sichtbar waren und ihre Natur und Richtung bestimmt werden konnte. Durch directes Sehen konnten sie selten anhaltend wahrgenommen werden und auch nur für einige Momente, da die auf diese Anstrengung folgende Ermattung des Auges das ganze Feld in einen confusen Fleck (*blur*) verwandelte. Liefs man das Auge ein Paar Minuten in Ruhe oder drehte es schief und rasch in verschiedene Theile des Gesichtsfeldes und besonders, wenn man es rasch in den Brennpunkt auf die Quarzplatte brachte, waren die Bänder deutlich zu sehen, und ihre Lage konnte mit einem guten Grad von Sicherheit bestimmt werden. In den klarsten Nächten sah ich die hellsten Bänder (*bb* Fig. 1) ohne viele Schwierigkeit, das breite dunkle Band (*a*), welches einer Neigung von 45° des Nicols entspricht, weniger leicht und die dunklen Bänder (*bb* Fig. 2) aufschimmernd (*by glimpses*). Nachdem durch wiederholte Beobachtungen der Winkel bestimmt worden, den jedes dieser Bänder mit einer gewissen festen Linie machte, z. B. mit der Axe des Zodiakallichtes oder einer nahe parallel zu ihm gezogenen Linie zwischen zwei bekannten Sternen, fand sich die Lage oder Ebene der Polarisation mittelst des Lichtes einer Gasflamme, das von einem zweckmäfsig aufgestellten Stück weifsen Papiers reflectirt wurde oder durch Beobachtung der Lage des Nicols. Die Resultate zahlreicher Beobachtungen an verschiedenen Abenden waren vollkommen übereinstimmend und zeigten, dafs die Polarisationsebene durch die Sonne ging, so nahe als es möglich war ihre Richtung zu fixiren. Wenn der Himmel klar genug war, die Bänder sichtbar zu machen, zeigte die durch Beobachtung festgesetzte Lage derselben niemals eine Abweichung von der, welche eine Polarisation in einer durch die Sonne gehenden Ebene erforderte.

Diese Beobachtungen wurden in den dem Neumond vorangehenden zehn Tagen des Januar und Februar dieses Jahres gemacht. Während dieser Zeit gab es eine

ungewöhnliche Zahl von hellen Nächten bei kalter und stiller Atmosphäre. Einige wenige gute Abende im März und April wurden benutzt, um die vorher erhaltenen Resultate zu prüfen. Die Abwesenheit des Mondes und die Entfernung irgend eines der helleren Planeten oder Sterns von dem Gesichtsfeld entfernte jede aus diesen Quellen entspringende Unsicherheit. Da das Instrument auf Punkte gerichtet war, die um 30° bis 40° und mehr von der Sonne abwichen, so konnte die Polarisation nicht von schwachen Spuren der Dämmerung ausgehen. Dafs sie nicht entsprang aus einer Reflexion des Zodiakallichtes an der Atmosphäre und an atmosphärischen Unreinigkeiten ergab sich sowohl aus ihrer Stärke als auch aus der Thatsache, dafs sie in den klarsten Nächten am leichtesten zu erkennen war.

Der nächste Schritt war zu ermitteln, wie viel des Lichtes polarisirt sey. Die Unbrauchbarkeit des gewöhnlichen Apparats hierzu zeigt, dafs der Antheil nicht grofs ist; allein man mufs erwägen, dafs bei so sehr schwachem Lichte viel gröfsere Intensitätsdifferenzen unwahrnehmbar sind als bei stärkerem Lichte. Die Bestimmungen wurden folgendermafsen gemacht. Ein Bündel von vier vortrefflichen Glasplatten wurde vertical aufgestellt in dem Mittelpunkt des horizontalen gestellten Kreises eines Deleuil'schen Goniometers, woran das Fernrohr ersetzt wurde durch das zu den vorigen Versuchen angewandte Polariskop. Das letztere war so gestellt, dafs seine Axe winkelrecht war gegen die Oberfläche des Glasbündels, wenn der Index des Goniometers auf Null stand. Mit dem so ajustirten Instrument waren keine Bänder sichtbar entsprechend der Polarisation in einer verticalen Ebene. Der Betrag des Lichtes, der mittelst Refraction durch vier Glasplatten bei verschiedenen Incidenzen polarisirt wird, ist von Prof. W. G. Adams für Intervalle von 5 Grad, von 10° bis 70° und 72° angegeben [1]). Nimmt man die in seiner Tafel für Kronglas angegebenen Werthe an ($\mu = 1{,}5$),

1) *Monthly Notices of the R. Astron. Soc.*, 10. *March* 1871, *p.* 162.

so lassen sich die für die intermediären Winkel leicht durch Interpolation oder graphische Construction berechnen. Die letztere Methode wurde angewandt und eine Curve gezogen, die alle Werthe der Tafel repräsentirte. Die in der Tafel gegebenen Werthe stimmten sehr gut mit den vom Prof. Pickering erhaltenen [1]). Prof. Pickering verificirte seine Werthe experimentell und zeigte, dafs die Abweichung von der Theorie bei vier Platten erst über 65° wahrnehmbar wird. Er gebrauchte den Werth $\mu = 1{,}55$, daher die Zahlen in seiner Tafel etwas gröfser sind als die bei Construction der Curve aus Prof. Adams's Tafel.

Die Bestimmungen wurden gemacht durch Beobachtung des erforderlichen Procentgehalts, um die Bänder mit derselben Deutlichkeit sichtbar zu machen wie im Zodiakallicht. Eine Reihe von Versuchen wurde mit Licht vom klaren Himmel einer mondlosen Nacht angestellt, wobei das Instrument auf einen der hellsten Punkte der Milchstrafse gerichtet war, wo das Licht, obgleich nicht so hell wie das des Zodiakallichts, doch nicht sehr an Intensität von ihm abwich. Die Glasplatten wurden gedreht bis die Bänder denselben Grad von Deutlichkeit hatten wie bei den vorhergehenden Beobachtungen; das Mittel mehrer Beobachtungen gab als Polarisationswinkel 41°, entsprechend einem Procentgehalt von 20,5. Wegen der geringeren Helligkeit des verglichenen Lichtes ist dieser Werth etwas zu grofs, kann als obere Gränze desselben genommen werden.

Um eine untere Gränze und zugleich einen angenäherten Werth zu finden, wurde Licht, reflectirt von einer fast weifsen Wand mit matter (*dead*) Fläche, angewandt. Der mit dem Instrument beobachtete Punkt war so gewählt, dafs er gleichen Abstand hatte von zwei so gestellten Gasflammen, dafs die durch sie und die Axe des Polariskops gehenden Ebenen unter sich rechtwinklich waren, somit ein ganz von Polarisation freies Licht gaben. Die Flammen wurden nun gleichmäfsig heruntergedreht,

1) *Americ. Journ. of Science Ser. III, vol. VII, p.* 102.

so dafs das Feld, soweit es geschätzt werden konnte, dieselbe Helligkeit hatte wie das Zodiakallicht. Ein kleiner Ritz auf der Quarzplatte, welcher bei dem letzteren Lichte so eben gesehen werden konnte, diente beim Ajustiren der Intensität als ein Mittel der Controle. Die Versuche, wie zuvor ausgeführt, gaben im Mittel aus vielen Bestimmungen den Winkel 36°,6 entsprechend einem Procentgehalt von 16, welcher vermuthlich nicht sehr vom wahren Werthe abweicht. Andere Versuche, bei welchen das Licht wahrnehmbar heller als das Zodiakallicht gemacht wurde, gaben für den Winkel 28°,5 und einen Procentgehalt von 9,4, welcher sicher zu klein ist. Wir können unbedenklich 15 Proc. als dem wahren Werthe nahe betrachten.

Die Thatsache der Polarisation bedingt, dafs das Licht reflectirt sey, entweder gänzlich oder theilweis, und dafs es ursprünglich von der Sonne herstamme. Die letztere Annahme wird durch mannigfache spectroskopische Beobachtungen des Hrn. Liais[1]), des Prof. Piazzi-Smyth[2]) und Anderer vollkommen bestätigt, welche zeigten, dafs das Spectrum continuirlich ist und nicht wahrnehmbar verschieden von dem eines schwachen Sonnenlichts. Ich selbst habe auch viele Beobachtungen mit einem besonders für schwaches Licht eingerichteten Spectroskop gemacht, welches ich späterhin beschreiben werde und das zu demselben Schlusse führte. Es mag ferner erwähnt seyn, dafs ein besonderer Zweck dieser Beobachtungen der war, zu ermitteln, ob irgend helle Linien oder Bänder im Spectrum vorhanden seyen, oder ob irgend ein Zusammenhang zwischen dem Zodiakallicht und dem Nordlicht stattfinde. Die Resultate gaben aber auf diese Fragen eine entschieden negative Antwort. Dieſs ist hier wichtig als es die Möglichkeit ausschliefst, dafs ein entweder freiwilliges oder elektrisches Leuchten von gasförmigen Substanzen die Ursache des Lichtes sey. Die Annahme, dafs das Licht ein von Gasmassen oder von nie-

1) *Compt. rend.* 1872, *T.* 74, *p.* 262.

2) *Monthly Notices of the R. Astron. Soc. June*, 1872, *p.* 277.

dergeschlagenen Dampfkügelchen reflectirtes sey, ist nicht aufrecht zu halten, seit Zöllner gezeigt hat [1]), dafs solche Kügelchen in einem sonst leeren Raum vollständig verdunsten müssen und eine Gasmasse sich ausdehnen würde bis ihre Dichtigkeit so klein geworden, um irgend einen wahrnehmbaren Effect auf die Lichtstrahlen auszuüben.

Wir müssen daher schliefsen, dafs das Licht von Materie in starrer Form reflectirt werde, d. h. von unzählbaren kleinen Körpern, die um die Sonne rotiren in Bahnen, von denen die meisten mehr in der Nähe der Ekliptik liegen als in der Nähe einer anderen durch die Sonne gehenden Ebene. Obgleich ein solcher Zustand oft für das Zodiakallicht als wahrscheinlich angesehen wurde, so ist doch bisher kein genügender Grund dafür aufgefunden worden, und die Feststellung der Thatsache der Polarisation war nothwendig zur Bestätigung dieser Ansicht, da spectroskopische Erscheinungen allein es unentschieden lassen, ob nicht die Materie eine selbstleuchtende sey.

Wenn diese Meteoriten, was nicht zu bezweifeln steht, von ähnlichem Charakter sind wie die, welche oft auf die Erde fallen, so müssen sie entweder aus metallischen Substanzen, hauptsächlich Eisen, oder aus steinigen Massen mit mehr oder weniger krystallinischer Structur und unregelmäfsigen Oberflächen bestehen. Treten wir Zöllner's Schlusse bei, dafs die Gase der Atmosphäre sich durch das ganze Sonnensystem erstrecken, obwohl in einem äufserst verdünnten Zustand, so würde die Oxydation der metallischen Meteorite nur eine Frage der Zeit seyn. Sie würden dann fähig werden, das Licht plan-polarisirt zu reflectiren und derselbe Effect würde jedenfalls von den steinigen Massen ausgeübt werden.

Um zu ermitteln, ob das beobachtete Verhältnifs von polarisirtem Licht einigermafsen bei steinigen oder erdigen Massen von halb-krystallinischem Charakter mit körniger Structur und mehr oder weniger rauhen Oberflächen angetroffen werde, wurde eine grofse Anzahl von so beschaf-

1) Ueber die Natur der Cometen, S. 79.

fenen Substanzen der Untersuchung mit einem Polarimeter unterworfen. Zu dem Ende wurde der schon beschriebene Apparat angewandt und ihm hinzugefügt ein Träger für den Gegenstand und ein horizontaler Kreis zur Bestimmung des Azimuths bei Aufstellung des Gegenstandes und des Lichts. Die untersuchten Substanzen hatten angenähert ebene Flächen, die senkrecht gestellt wurden und zwar so, daſs die Normale des beobachteten Punktes den Winkel halbirte, welchen die von diesem Punkt zu dem Auge und der beleuchtenden Flamme gezogenen Linien mit einander machten. Das so in einer horizontalen Ebene polarisirte Licht wurde depolarisirt d. h. compensirt, indem man die Glasplatten um den erforderlichen Winkel drehte; der ihm entsprechende Procentgehalt wurde sogleich mittelst der Curve gefunden.

Denken wir uns eine Linie gezogen vom Beobachtungsort zu einem Punkt des Zodiakallichts und eine andere gezogen von der Sonne zu diesem an seinem nächsten Punkt, so würden diese beiden Linien einander unter rechtem Winkel treffen und eine Fläche an dem Durchschnittspunkt müſste so gestellt seyn, daſs sie eine Incidenz von 45° hätte, um das reflectirte Licht in das Auge des Beobachters zu senden. Im Allgemeinen können wir annehmen, daſs an der näheren Seite der Linie aus der Sonne eben so viele Meteoriten seyn werden als an der anderen. Die an der entfernteren Seite werden, da sie eine gröſsere beleuchtete Fläche darbieten, das Licht unter einem kleineren Winkel reflectiren, und deshalb einen kleineren Antheil desselben polarisiren. Die an der der Erde zugewandten Seite werden weniger Licht zu der Erde senden, aber einen gröſseren Theil desselben polarisiren. Die Unterschiede werden so nahe complementar zu einander seyn, daſs wir ihren vereinten Effect als aequivalent demjenigen betrachten können, der von einem, an dem zuvor genannten Durchschnittspunkt befindlichen Körper ausginge. Aus diesem Grunde wurden die geprüften Gegenstände so aufgestellt, daſs die Winkel des Einfalls und der Reflexion 45° waren.

Einige der untersuchten Substanzen und der mit ihnen erhaltenen Procentgehalte waren folgende.

Porphyr, glatt geschliffen, aber nicht polirt, 35 Proc. Eine andere Fläche dicht bekleidet mit niedergeschlagenem Staub (*dust*) 15,5 Proc. Dunkelblauer Schiefer 25,7. Syenit grob krystallinisch und rauh 16,4. Gneifs, etwas feinkörnig 8,3. Granit, feinkörnig 11,8. Rother Jaspis, rauhe gebrochene Fläche 23,5. Sandstein 12,1. Ziegel rohes Fragment 8,1. Ziegel, glatte Fläche 11,3. Rothe Wedgewood-Waare, unglasurt 14,2. Verhärteter Thon, hellbraun 11,0, Mörtel weifsgewaschene Fläche 12,1. Ein Stück des grofsen Meteoriten von Pultusk, welches ich der Güte des Hrn. Prof. Mach verdanke, gab auf einer Bruchfläche 11,7, von der geschwärzten Oberfläche 36 Proc. an polarisirtem Licht. Er gehört zur Klasse der Steine und ist von hell bräunlich grauer Farbe.

Die Resultate zeigen, dafs das von Flächen dieser Art reflectirte Licht im Allgemeinen nur einen geringen Grad von Polarisation besitzt, der im Durchschnitt sehr verschieden ist von dem des Zodiakallichts. Obgleich aus Versuchen, wie die obigen, keine sicheren Schlüsse gezogen werden können, so sind sie doch nicht unvereinbar mit der Annahme, in Bezug auf welche sie angestellt wurden, scheinen sie sogar zu bestätigen. Die Resultate dieser Untersuchung lassen sich folgendermafsen zusammenfassen:

1) Das Zodiakallicht ist in einer durch die Sonne gehenden Ebene polarisirt.

2) Der Betrag der Polarisation ist sehr wahrscheinlich 15 Proc., schwerlich 20 Proc.

3) Das Spectrum des Lichts ist, abgesehen von Intensität, nicht wahrnehmbar verschieden von dem des Sonnenlichts.

4) Das Licht stammt aus der Sonne und ist von starrer Substanz reflectirt.

5) Die starre Substanz besteht aus kleinen Körpern (Meteoriten), die die Sonne in Bahnen umkreisen, welche gegen die Ekliptik zusammengedrängt sind.

VIII. *Ueber die Diffusion zwischen trockner und feuchter Luft; von E. Reusch.*

Der Bericht im „Naturforscher VII, No. 26, S. 242“, über die Versuche des Hrn. L. Dufour, betreffend den Diffusionsstrom, welcher durch eine poröse Scheidewand zwischen trockener und feuchter Luft eingeleitet wird, hat mir eine hiehergehörige Beobachtung ins Gedächtniſs zurückgerufen, die ich vor mehreren Jahren an einem Diffusionsrohr mit Hydrophanplatte gemacht, unterdessen zwar Vielen mitgetheilt aber nicht veröffentlicht habe.

Das Rohr wurde durch Einleiten von Wasserstoffgas in einem bis zur Hydrophanplatte reichenden Glasröhrchen mit Gas gefüllt und nachher rasch ins Sperrwasser gesetzt [1]). Das Wasser erhob sich im Rohre bis zu einem Maximum und sank dann nach beendigter Gasdiffusion im Verlauf längerer Zeit wieder zurück. Das Sinken setzte sich aber noch unter das Niveau des Sperrwassers bis zu einer gewissen Gränze fort, so daſs die Depression im Rohre in der trockenen Atmosphäre meines wohlgeheizten Arbeitszimmers 35 Mllm. und mehr betragen konnte, während sie im ungeheizten und feuchten Hörsaal nur etwa 8 Mllm. betrug [2]).

Der Versuch, aus einer gröſseren Anzahl von Beobachtungen den Zusammenhang zwischen der Depression des Wassers im Rohre und dem Wärme- und Feuchtigkeitszustand der umgebenden Luft zu bestimmen, führte zu keinem Resultat, wahrscheinlich wegen der Langsamkeit, mit welcher der Apparat den Aenderungen im Zustand der Atmosphäre folgte. Dieser Umstand verleidete mir weitere Beobachtungen.

Die für einen gegebenen anhaltenden Zustand der Atmosphäre constante Depression des Wassers im Rohre

1) Diese Ann. Bd. 124, S. 434.

2) Bei einem Diffusionsrohr mit Gypspropf sind die Depressionen sehr viel kleiner, aber immerhin merklich.

erklärt sich nun in befriedigender Weise damit, daſs der schwächere Diffusionsstrom der mit Wasserdampf gesättigten inneren Luft nur mit Hülfe eines Ueberdrucks den Gegenstrom der relativ trockneren Luft zu compensiren vermag. Es kommt aber noch ein Umstand in Betracht, der die Erscheinung weiter complicirt. Die äuſsere trocknere Luft communicirt mit der inneren feuchteren auch durch das Sperrwasser und man wird annehmen dürfen, daſs die Luft auch durch das Wasser von Auſsen nach Innen diffundire. Die Stärke dieses Stroms wird unter Anderem wohl auch von der durchmessenen Wasserstrecke, welche sich in Folge der Verdunstung ändert, abhängen und somit die Depression eine sehr complicirte Function des augenblicklichen Zustands der umgebenden Atmosphäre und sonstiger Umstände seyn. Auſserdem schien es mir, als ob das Diffusionsvermögen einer Hydrophanplatte, welche lange Zeit in einer durch Taback- und sonstige Dämpfe verunreinigten Atmosphäre verweilt hatte, eine allmähliche Aenderung erfahren hätte.

Den anfänglich gehegten Gedanken, auf das Diffusionsrohr mit Hydrophanplatte ein Hygrometer zu gründen, muſste ich daher fallen lassen; dagegen steht zu hoffen, daſs es Hrn. L. Dufour gelingen werde, durch geschicktere Verwendung der von ihm ins Licht gestellten Principien ein solches Instrument zu verwirklichen.

Tübingen, 7. Juli 1874.

Berichtigung in Betreff einer Notiz über Isothermen in Krystallen; von Dr. W. C. Röntgen.

ıer Notiz „über eine Variation der Senarmont'-
[ethode zur Bestimmung der Isothermen in Kry-
in Heft 4 1874 dieser Annalen blieb die Berichti-
ıiger Stellen des Manuscriptes unberücksichtigt, weil
ectur, in welcher diese Berichtigung vorgenommen
ırch eine unliebsame Verspätung in Berlin eintraf,
betreffende Heft schon fertig gedruckt war. Man
' Seite 606, Z. 17 v. o. bis Z. 19 v. o. statt des
„dafs innerhalb meiner Versuchsgränzen . . . . .
ıont'schen Methode" das Folgende: „dafs inner-
iner Versuchsgränzen der besprochene Einfluſs zu
ıungen Anlafs giebt, die viel kleiner sind als die-
der Senarmont'schen Methode"; und schliefslich
u. bis Z. 1 v. u. statt des Satzes: „ich möchte
. . . . widerlegt werden" das Folgende: „Ich halte
einigen gemachten Erfahrungen durchaus nicht für
cheinlich, dafs solche Aenderungen durch die Con-
der Krystalle bedingt seyen, mufs aber die nähere
ng dieser Ansicht unterlassen, weil ich mich ver-
bemühte einen solchen Einfluſs evident nachzu-

Messung der Lichtgeschwindigkeit.

Compt. rend. T. 78, *p.* 1115 schlägt Hr. Burgue
r Messung folgendes Verfahren vor. Betrachten
t er, eine Scheibe D, die sich sehr rasch um eine

Axe drehe und bei jedem Umlauf durch ein intermittirendes, instantanes Licht beleuchtet werde. Ein kleiner schwarzer Strich a auf dieser Scheibe wird, wie die Scheibe selbst, unbeweglich erscheinen. Entfernen wir die intermittirende Lichtquelle, so wird die Zeit, welche das Licht gebraucht, um den Strich a zu beleuchten, gröfser; er wird sich also verschieben, nach a' kommen, mit seiner ersten Lage einen gewissen Winkel aOa' bildend. Dieser Winkel wird die Zeit messen, welche das Licht zum Beleuchten der Scheibe gebraucht. Wenn wir also die Entfernung der Lichtquelle kennen und den Winkel aOa' messen, werden wir alle zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nöthigen Elemente haben.

XI. *Diffractionsgitter für Spectroskope.*

Im *American Journ. of Science Vol. V, p.* 472 bestätigt Hr. Prof. Young, dafs der Künstler Chapman in America Diffractionsgitter von 6480 Linien auf den (engl.) Zoll verfertigt, die, verbunden mit dem Collimator und Fernrohr eines gewöhnlichen Spectroskop ein Spectrum erster Ordnung liefern, in welchem die D-Linien doppelt so weit aus einander stehen als in einem Flintglasprisma von 60°. In der Nähe von C ist die Dispersion nahe dieselbe wie die von vier Prismen. Nach einigen an der Sonne gemachten Beobachtungen schliefst Prof. Y., dafs solche Gitter die Prismen vollkommen ersetzen (ja sogar Vorzüge vor ihnen haben — kann man hinzusetzen —, da sie Einfluſs der Dispersion entfernen, durch den alle prismatischen Spectren immer nur einen individuellen Werth besitzen P.)

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

874. ANNALEN № 7.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLII.

I. *Die Elasticität von Kalkspathstäbchen; von G. Baumgarten.*

Eine Vorlesung des Hrn. Geh.-Rath Neumann in Königsberg über Elasticitätstheorie, in der er u. a. die Aufmerksamkeit auf die Bestimmung der Elasticitätscoëfficienten krystallinischer Körper hinlenkte, veranlafste mich diese Bestimmung zu versuchen.

Während bei unkrystallinischen Medien die Angaben über die Elasticitätsconstanten für denselben Stoff oft weit von einander gehen, durfte man bei krystallinischen von vornherein auf eine bessere Uebereinstimmung der Beobachtungen rechnen, da ja hier das Material so rein und homogen gewählt werden kann, wie nur immer die Wirklichkeit es zu bieten vermag. Dafs trotz dieser wohlbegründeten Vermuthung die Aufgabe nicht schon behandelt worden ist, hat wohl daran gelegen, dafs die erforderliche Bearbeitung krystallinischer Körper für sehr beschwerlich, wenn nicht für unmöglich gehalten wurde. Meines Wissens wenigstens sind directe Beobachtungen über das elastische Verhalten von Krystallen noch nicht vorhanden [1]).

Was die specielle Wahl des Materials anlangt, so entschied ich mich aus doppeltem Grunde für Kalkspath;

[1]) Die Arbeit, wie sie vorliegt, war bereits Weihnachten 1872 fertig; sie wurde zu dieser Zeit der philosophischen Facultät zu Leipzig als Dissertation vorgelegt. Umstände halber konnte sie erst jetzt dem Druck übergeben werden. Unterdefs hat mein Freund Dr. Voigt die Elasticitätsverhältnisse des Steinsalzes untersucht. Siehe dessen Dissertation: „Untersuchung über die Elasticitätsverhältnisse des Steinsalzes." Leipzig.

theils weil gerade er hinsichtlich seiner übrigen physikalischen Eigenschaften besser bekannt ist, als irgend ein anderes Mineral; theils weil ich ihn von Rabenstein bei Chemnitz, einem den Mineralogen nicht unbekannten Fundorte, in gröfseren Quantitäten wohlfeil zu beziehen hoffte. Dieser letztere Grund freilich erwies sich bald als unstichhaltig, da die von dorther bezogenen Stücke durchgängig nicht bruchfrei waren. Statt dessen arbeitete ich nunmehr mit vollständig reinem, bruchfreien Doppelspath aus Island, den ich anfangs vom verstorbenen Dr. Krantz in Bonn, später von einem Kopenhagener Edelsteinhändler S. Henriques in prachtvollen Spaltungsstücken bezog. —

Die Art und Weise der Elasticitätsconstantenbestimmung war durch die Natur des Materials vorgezeichnet. Jedenfalls mufste man absehen von der Dilatation herzustellender Stäbchen in der Längsrichtung und dafür versuchen Kalkspathstäbchen, nach verschiedenen Richtungen geschnitten, zu *biegen*.

Folgenden Plan hatte ich mir für die Untersuchung vorgezeichnet. Nachdem Vorarbeiten die Lösbarkeit der Aufgabe dargethan, sollten die Elasticitätsverhältnisse der Reihe nach in drei zu einander senkrechten Ebenen untersucht, und als erste der Hauptschnitt durch eine Rhomboëderkante (und die kurze Diagonale der gegenüberliegenden Rhomboëderfläche) gewählt werden. Ich glaubte auf Grund dieser Beobachtungen mir ein Bild von der Gestalt der Elasticitätsoberfläche machen zu können. Der eben bezeichnete Hauptschnitt, welcher den Anfang in der Untersuchung machte, möge im Folgenden der Kürze halber Hauptschnitt I genannt werden.

I.

Voruntersuchung. Geeignetste Form für die Stäbchen.

Es galt, wenn überhaupt die Herstellung möglichst langer und dünner Stäbchen, wie die Biegungsversuche sie erfordern, gelungen war, vor Allem diejenigen beiden Fragen

ı beantworten, an deren Entscheidung die Lösbarkeit der ınzen Aufgabe hing: einmal, ob derartige Stäbchen meſs- ıre Biegungen zeigten, und sodann, ob die Unterschiede :r Biegungen bei nach verschiedenen Richtungen hin ge- hnittenen Stäbchen gegen die Beobachtungsfehler be- ächtlich genug wären.

Der einfachste Weg zur Herstellung brauchbarer Stäb- ıen — deren Querschnitt vorerst quadratisch genommen erden sollte — war der, zunächst etwas dickere Säulen ıit Laubsäge und auftröpfelndem Wasser aus dem Spath erauszuschneiden und deren Querschnitt dann durch chleifen zu verkleinern, so weit es eben ging.

Ich schnitt etwa 50^{mm} lange Stäbchen, erst parallel ıner Spaltungsfläche, dann senkrecht in der Richtung ıner Kante; und schliff den quadratischen Querschnitt ıis auf etwa 9$^{\square mm}$ ab. Wie und mit welchen Vorrichtun- ;en ich dabei arbeitete, wird der nächste Abschnitt näher nführen.

Nachdem dieſs gelungen war, prüfte ich ihre Biegbar- ıit. Die Probe wurde mir auſserordentlich erleichtert ırch einen für dergleichen Versuche bereits gebauten ıd mir freundlichst zur Benutzung überlassenen Apparat ːs Neumann'schen Cabinets, denselben, der auch in ːr Folge diente und weiterhin genauer beschrieben ist. n dieser Stelle sey nur kurz erwähnt, daſs das Stäb- ıen auf zwei vertical stehenden, oben scharfkantigen Trä- ɜrn, in Abstand von etwa 47^{mm}, auflag und quer darüber ne Waagschale mit einer Schneide übergehängt war. Nach rfolgter Belastung ward durch ein fest davor angebrach- ːs Mikroskop mit Fadenkreuz und Mikrometerschraube ıe Senkung gemessen.

Das Resultat der ersten Versuche war ein, wenn auch ıicht unbedingt negatives, so doch wenig versprechendes ːu nennen, indem die höchsten möglichen Drucke von venig unter 2 Pfd. [1]) die auſserordentlich geringe Biegung

1) Bei 2 Pfd. war die Elasticitätsgränze erreicht, und das Stäbchen brach nach einer Spaltungsfläche.

von $\frac{15}{815}$ mm (es wurden an der Mikrometerschraube 15 Skalentheile abgelesen) hervorbrachten.

Auf Grund solcher Werthe konnte an eine exacte Behandlung der elastischen Verhältnisse nicht gedacht werden. Daher mufste ich, um gröfsere Biegungen zu erlangen, den Stäbchen eine andere Form geben.

Der quadratische Querschnitt war unter andern um deswillen gewählt worden, weil, wenn man das Stäbchen der Reihe nach auf verschiedene Seiten auflegte, sich bei *gleich grofser* Höhe und Breite am unmittelbarsten feststellen liefs, ob dasselbe Stäbchen nach verschiedenen zur Längsaxe normalen Richtungen hin verschiedene Biegbarkeit zeige oder nicht. Es war dies, wie von vornherein zu erwarten stand, *nicht* der Fall; vielmehr haben später zu erwähnende Versuche bestätigt, dafs, wenn eine Dimension vor den beiden andern durch Gröfse hervorragt, von den vorkommenden Richtungen nur die der gröfsten Dimension auf die Biegbarkeit von Einfluss ist.

War es aber hiernach erlaubt, von dem quadratischen Querschnitt abzugehen, so lag ein Mittel nahe, die Stäbchen biegbarer zu machen, ohne doch ihrer Dauerhaftigkeit Eintrag zu thun. Die Formel nämlich, welche für elastische Stäbe zunächst zwar nur unkrystallinische, gilt, für krystallinische indefs auf alle Fälle eine bedeutende Annäherung liefert, gab dies Mittel an die Hand. Bedeutet s_1 eine bestimmte Senkung, s diejenige bei $l$mal so grofser Länge, $b$facher Breite, $d$facher Dicke, so ist

$$s = \frac{l^3}{b\,d^3}\,s_1.$$

Da die Biegungsgröfse der Dicke in dritter Potenz, der Breite hingegen nur in erster Potenz umgekehrt proportional ist, so hatte ich nur nöthig, während die Breite in etwas vergröfsert ward, dafür andrerseits *die Dicke erheblich zu mindern.*

Eine zweite Verbesserung konnte darin bestehen, dafs ich die Stäbchen*länge* vergröfserte, ein Ausweg, der freilich die Zerbrechlichkeit in nicht geringem Maafse erhöht, und von dem ich deshalb auch später wieder zurückkam.

Mit so verbesserten Stäbchen, die ca. 60^{mm} — 80^{mm} ıng, $4\frac{1}{2}^{mm}$ breit und $1\frac{1}{4}^{mm}$ dick waren, erzielte ich schon ·eit bessere Resultate, denn die Durchbiegung bei der laximalbelastung war bei ihnen auf $\frac{45}{813}^{mm}$ bis $\frac{60}{813}^{mm}$ ge- iegen. Die Möglichkeit exacter Bestimmungen war hier- urch dargethan.

Aber auch die zweite Frage: ob Stäbchen, nach ver- :hiedenen Richtungen geschnitten, meſsbare Unterschiede ırer elastischen Biegungen zeigen würden, konnte bald ıtschieden und zwar bejaht werden. Zwei Stäbchen, die nter Winkeln, von 22° und 74° gegen die Kante eschnitten und die beide mit einiger Vorsicht bis auf ie Dimensionen der oben erwähnten Stäbchen abgeschliffen rorden waren, ergaben Durchbiegungen, die nicht nur ınter einander, sondern auch von denen der Kanten- täbchen abwichen.

II.

Herstellung der Stäbchen.

Sägen. Anfangs, wo es sich für die Voruntersuchung ar um Stäbchen in Richtungen einer *Spaltungsfläche* ındelte, reichte das einfache Mittel, etwas dickere Säulen it Laubsäge und Wasser aus dem Spath herauszuschnei- :n, vollkommen aus.

Das Spaltungsstück wurde mittelst einer Mischung aus achs und Harz (zu gleichen Theilen) auf eine, auch nerhin benutzte Sägevorrichtung festgeklebt. Diese be- eht aus einem 40^{cm} langen, 12^{cm} breiten, unten mit rge versehenen Bret, quer über dessen Mitte ein Holz- gel aufsteigt, bestimmt zur Führung des Sägebügels ie des Blattes, der deshalb in seiner unteren Hälfte hmal, in seiner oberen etwas breiter gespalten ist. Der- lbe ist zwar drehbar, damit auch in nicht vertikalen benen gesägt werden könne, indefs geschah dies *nie.*

Später, wo ich für die eigentliche Hauptuntersuchung täbchen in Richtungen des Hauptschnitt I. schneiden ollte, versagte die Säge den Dienst. Schon die *Her- tellung* des Hauptschnitt I. überzeugte mich davon.

Ich verwendete hierfür ein vollkommen klares, sprungfreies Spaltungsstück von 55^{mm} Höhe und 65^{mm} Breite und Länge und suchte wiederum mit Laubsäge und Wasser den genau vorgezeichneten Schnitt durchzuführen, dabei zeigte sich indessen, daſs überall längs des Randes beim Durchschneiden kleine Stückchen heraussprangen; Beweis genug, daſs die Säge für diesen Schnitt zu grob arbeite. Das Sägeblatt wurde jetzt durch dünnen Kupferdrath ersetzt, der unter fortwährendem Zutröpfeln von Schmirgelwasser freilich langsam (200 $\square^{mm}$ in $1\frac{3}{4}$ Stunde) aber sehr accurat und mit wenigem Bruch schnitt. Dieser Schmirgelsäge (mit einer einmal nöthigen kleinen Abänderung, von der später die Rede seyn wird) bediente ich mich in der Folge durchgehends und sie lieſs nie im Stich.

Um für die weitere Bearbeitung die so erhaltene Hauptschnittfläche horizontal zu haben, goſs ich in einem umgelegten Ramen dem Spath einen Fuſs aus Harzwachsmasse an, deren Niveau dem Hauptschnitt parallel gemacht wird. Danach wenn, parallel zum Hauptschnitt, vertical gesägt werden sollte, ward für jede einzelne Stäbchenrichtung im Hauptschnitt ein neuer Fuſs gegossen.

Die Abtrennung jedes einzelnen Stäbchens im Hauptschnitt erfolgte, nachdem seine Axenrichtung genau vorgezeichnet worden war. Dies geschah nicht unmittelbar auf dem Hauptschnitt durch Vorritzen, sondern durch Construction auf einem Stück Papier, das dann aufgeklebt wird. Die Winkel der Axenrichtungen sind in Folgendem stets von der Hauptaxe aus, links- und rechtsum gerechnet, so daſs z. B. der Winkel der Kante mit + 36° 44′, der der gegenüberliegenden Seitenfläche mit — 45° 20′ bezeichnet ist. Das Stäbchen wurde erst an der Breitseite, dann behutsam an der schmalen abgetrennt.

Eine hierbei auftretende Erscheinung, welche Interesse bieten dürfte, will ich nicht unerwähnt lassen. War nämlich bei gewissen Richtungen die Schmalseite zu zwei Dritteln oder drei Vierteln losgesägt, so brach sie von selbst und zwar *rein muschelig* ab. Besonders leicht und

schön entstand dieser Bruch bei den Stäbchen parallel der Hauptaxe und den unter $-22\frac{1}{2}^{0}$ geneigten, weniger gut bei den $+22\frac{1}{2}^{0}$ = und den 90^{0} = Stäbchen, gar nicht bei den $+45^{0}$ =, -45^{0} =, $+67\frac{1}{2}^{0}$ = und $-67\frac{1}{2}^{0}$ = Stäbchen, was sich wohl aus der Lage der Stäbchenaxe gegen die Spaltungsfläche erklären wird. In noch frappanterer Weise zeigte sich diese Erscheinung, freilich nur in einem einzigen Falle bei einem Breitseitenschnitt. Es sprang, nachdem die Säge etwa 1^{mm} tief eingedrungen war, eine 1^{mm} dünne, $1\frac{1}{2}^{mm}$ breite und 45^{mm} lange Lamelle ($\frac{3}{4}$ Stäbchenlänge) als ein einziges Stück los mit einer zum Hauptschnitt muschligen Bruchfläche. Ich erwartete, derselbe Bruch würde an Stäbchen der einen oder anderen Richtung des Hauptschnitts sich später beim Zerbrechen während des Biegens (das zu beobachten ich sattsam Gelegenheit hatte) einstellen; doch war dies nie der Fall. Vielleicht gelingt es trotzdem noch, die Umstände festzustellen, unter denen er immer herbeigeführt werden kann.

In der Herstellungsart machte eine Abweichung sich bei den Stäbchen senkreckt zur Hauptaxe nöthig; Kupferdrath und Schmirgel rissen hier lauter kleine dreiseitige Pyramidchen aus dem Spath heraus und arbeiteten in Folge dessen so ruck- und stofsweise, dafs mit ihnen gar keine Säule unversehrt herausgeschnitten werden konnte. Eingespannter Eisendrath (Claviersaitendrath) bot in diesem Falle brauchbaren Ersatz. In allen anderen Richtungen reichte die Kupfersäge aus.

Schleifen. Als Schleifmittel diente anfangs Wasser und Streusand, der vorher mit Glasplatte auf Glas möglichst fein und gleichmäfsig zerrieben worden war. Der häufige Bruch der Stäbchen beim Schleifen veranlasste mich indessen, andere Mittel als Quarz zu probiren, lange ohne Erfolg. Schmirgel, weit härter als der freilich sehr ungleichmäfsige Streusand, erschien mir zu scharf. Spät erst wurde ich (von Herrn Prof. Zirkel) wiederholt auf Schmirgel hingewiesen. Ich zerrieb nunmehr feinsten

Schmirgel vor der Benutzung möglichst gleichmäſsig und war jetzt in der That in Stand gesetzt, schneller und besser zu schleifen als vorher.

Es ist mir auf diese Weise gelungen, die Stäbchen bis auf fast $\frac{1}{2}^{mm}$ Dicke abzuschleifen.

Das Schleifen geschah in der Weise, daſs ich mehrere rohe Stäbchen, wie sie die Drathsäge geliefert hatte, mit dickflüssigem Terpentin zu einer Platte zusammenklebte und diese dann mit der oben erwähnten Harzwachsmasse auf eine Glasplatte als Handhabe befestigte. So wurden der Reihe nach alle Seiten jedes Stäbchens mit Wasser und Schleifmittel auf einer Spiegeltafel so lange abgeschliffen bis die gewünschte Kleinheit des Querschnitts erreicht war.

Sehr störend war hierbei eine Erfahrung, die ich während der Hauptuntersuchung beim Abschleifen der Stäbchen *gewisser* Richtungen machen musste. Wie in früheren Fällen klebte ich zum Abschleifen der Schmalseite die Stäbchen zu je 6 zu einer Platte zusammen, mit den Breitseiten an einander, und schliff 4—6 solche Platten — ihrerseits wieder auf einer Glasplatte befestigt — gleichzeitig. Diesen Schliff, bei dem die Stäbchenbreite von 5^{mm} auf 4^{mm} gemindert werden sollte, hielten die Stäbchen zweier Richtungen, — 45° und — $22\frac{1}{2}$° nicht aus, sondern zersprangen trotz feinen Schleifmaterials in lauter kleine Stücke. Nach wenig Schleifzügen waren alle — 45° = und — $22\frac{1}{2}$° = Stäbchen ein Aggregat von kurzen Spaltungslamellen. Ich half mir so, daſs ich parallel dem Hauptschnitt eine breitere Platte heraussägte, sie bis auf ca. 4^{mm} Dicke abschliff, polirte*) und nun erst in einzelne Stäbchen zersägte. Das ging leicht bei den — 45° Stäbchen von Statten, deren Breitseite einer Spaltungsfläche parallel ist, weniger gut bei den — $22\frac{1}{2}$° = Stäbchen, indem diese, sowie der Schnitt 3^{mm} tief eingedrungen war, parallel einer der Spaltungsflächen schräg absprangen,

*) s. w. u.

so dafs die untere Schmalseite der Stäbchen abgeschrägt und dadurch bedeutend verschmälert wurde. Dieselbe Beobachtung, nur in noch höherem Grade, machte ich auch sonst, wenn ich mir Stäbchen durch Zerschneiden von Platten herzustellen suchte; defshalb war für andere Richtungen diese Herstellungsweise geradezu unmöglich.

Beim Breitseitenschliff zeigten sich namentlich die Stäbchen parallel der Hauptaxe sehr empfindlich; am Dauerhaftesten die $-45^0 = \text{u.} + 67\frac{1}{2}^0$-Stäbchen.

Poliren. Meine ursprüngliche Absicht ging dahin, alle Flächen der geschliffenen Stäbchen, etwa mit geschlemmtem Colcothar so zu poliren, dafs ich genaue Winkelmessungen am Reflexionsgoniometer mit ihnen vornehmen könnte. Allein trotz vielfachen Probirens kam ich mit dieser Politur nicht weit; die fertigen Flächen reflectirten nur bei grofsem Einfallswinkel scharf. Ich mufste mich damit begnügen und hoffen, dafs eine ganz genaue Winkelbestimmung der Längsaxenrichtung der Stäbchen nicht nothwendig seyn würde, was sich denn auch später herausstellte.

III.

Beobachtungsmethode.

Mefsappart. Die Biegungsversuche wurden mit einem schon früher erwähnten Apparat des Neumann'schen Cabinets hergestellt. Es sei mir gestattet, hier seine Einrichtung zu beschreiben. (Siehe Figurentafel VI.)

Ein hartes festes Tischchen, das mit drei Stellschrauben horizontal gestellt werden kann, trägt auf seiner oberen Fläche eine 15^{mm} dicke Eisenplatte eingesenkt, deren mittleres Drittel wieder von einem starken mit Führungsbolzen versehenen Messingmaafsstab bedeckt ist. Längs desselben lassen zwei geschlitzte Messingschlitten mit Marke sich hin und herschieben und können mittelst Klemmschrauben fixirt werden. Die Schlitten tragen an den einander zugewandten Enden senkrechte, oben kantig

zugeschärfte Messingstützen zum Auflegen der zu biegenden Stäbchen. Messingstreifen und Eisenplatte sind in der Mitte durchbohrt. Ein hindurch gesenkter Stift trägt an seinem oberen Ende in einem kleinen, auf Stiftchen lose aufgesteckten Messinggestelle eine nach unten gekehrte Schneide, die auf dem Stäbchen aufliegt, unten an einem Haken hängt die Wagschale.

Die Senkung nach Auflegen der Gewichte wird gemessen mit Hülfe eines, vor dem Stäbchen festliegenden horizontalen Mikroskops (dasselbe ist zwar verstellbar, blieb indessen stets in seiner Lage). In diesem befindet sich ein Fadenkreuz, welches durch eine sehr gut gearbeitete Mikrometerschraube auf und ab bewegt werden kann. Um Bruchtheile von Umdrehungen ablesen zu können, ist die Schraubenmutter an ihrer äufseren Peripherie in 100 Theile getheilt. Die Ganghöhe der Schraube entspricht demnach 100 solchen Skalentheilen; 815 dieser Theile gehen auf 1^{mm}, wie eine directe Messung an einer sehr genau gearbeiteten Schubleere (aus Bessel's Nachlafs) ergab.

Die Belastung erfolgte anfangs ohne Weiteres mit behutsam aufgelegten Gewichten, bald aber mufste ich bemerken, dafs trotz aller Ruhe kleine Stöfse unausbleiblich waren. Diese zu vermeiden ward eine höchst einfache Arretur angebracht. Der Bügel der Wagschale wurde über die Mitte eines einarmigen Hebels gehängt, der um eine feste horizontale Axe drehbar ist, während das Ende des langen Hebelarmes auf einer excentrischen Scheibe schleift. Durch Drehung derselben an langem Kurbelgriff kann die Wagschale langsam, ohne jeden Stofs, auf und ab bewegt werden. Nachdem sie arretirt, belastet worden ist, beginnt erst, nach fast halber Umdrehung der Scheibe, der Druck der Gewichte auf die Stäbchen zu wirken.

Die beiden Messingträger, die man auf gleichem Abstand von der Mitte vor dem Mikroskop einstellt, sind aufserdem an der scharfen Kante mit Theilung versehen;

uf deren Mitte wieder nun kommt das Stäbchen zu egen und es drückt dann auch die Wagschale mit der litte ihrer Kante.

Bestimmung der Biegungen. Als Abstände der unterstützenden Schneiden (Stäbchenlänge l) wurden im Ganen nur zwei gewählt, l = 16‴ par. u. l = 20‴ par.*) nd für jeden derselben sämmtliche Stäbchen durchbeobachet; und zwar bei theils drei, theils vier verschiedenen Beastungen 1, (1'), 2, 2'.

Als Marke, auf die während des Biegens der Durchchnittspunkt des Fadenkreuzes eingestellt wurde, benutzte ch in den ersten Versuchen eine Stäbchenkante. Indefs rwies sich diese Einstellung als doch nicht scharf genug. ch zog defshalb längs jeder Schmalseite in der Mitte ein tückchen Spinnwebefaden auf; auf diesen war eine ziemich scharfe Einstellung des Fadenkreuzcentrums möglich.

Jeder der Biegversuche wurde nun in folgender Weise ngestellt. Die Arretur der belasteten Wagschale ward ufgehoben und auf das gebogene Stäbchen das Fadenreuz eingestellt. Jetzt ward auf's Neue arretirt, nun einestellt auf das zurückgegangene Stäbchen, und die Senung, die vorher stattgefunden hatte, an der Mikrometerchraube abgelesen. Dasselbe wurde in kurzen Zwischenäumen dreimal hinter einander vorgenommen, also jedesal drei gleichwerthige Messungen gemacht.

Zu weiterer Controle aber ward an jedem Stäbchen ei bestimmter Länge und Belastung nicht nur in einer, sondern in vier verschiedenen Lagen beobachtet; jedes Stäbhen ward nach der ersten dreifachen Beobachtung umgereht, danach umgewendet, zuletzt nach dem Umwenden ieder umgedreht, so dafs ein Punkt, den auf einer Breiteite ich mit Tinte markirte, der Reihe nach rechts oben, nks oben, links unten, rechts unten zu liegen kam. Diefs rgab also für jedes Stäbchen bei bestimmter Länge und elastung je 3 mal 4 Messungen, welche, wie die Tabellen usweisen, als gleichwerthig anzusehen sind.

*) 36,2^{mm}; 45,2^{mm};

IV.

Bestimmung der Dimensionen, der Winkel und der Gewichte.

Um die Resultate aller dieser Beobachtungsreihen unter einander vergleichen zu können, kam es vor Allem darauf an, die Dimensionen der Stäbchen einer genauen Messung zu unterwerfen. Denn obschon sämmtliche hier benutzte Stäbchen parthienweis (auf nur zwei Male) geschliffen sind, so konnte es nicht fehlen, dafs gleichwohl ihre Dimensionen kleine Abweichungen zeigen (bei gleichzeitig geschliffenen höchstens $\frac{1}{15}^{mm}$).

Die Verschiedenheiten der *Längen* waren gleichgültig, weil von jedem Stäbchen nur das Stück zwischen den beiden Trägern in Betracht kommt. Deren Abstand aber war in der angegebenen zweifachen Weise fixirt worden, um von Haus aus Reductionen thunlichst zu umgehen. Die Längen $l = 16'''$ par. und $l = 20'''$ par. wurden auf dem Messingmafsstab mit Hülfe der Loupe eingestellt.

Die geringen Unterschiede der *Breite* ferner sind zwar wenig von Einfluſs, da diese in der Formel nur in erster Potenz im Nenner auftritt, doch wurden auch sie mittelst eines Mikroskops und Glasmikrometer genau bestimmt.

Um so wichtiger war die Messung der *Dicke*, weil diese in dritter Potenz in die Formel eingeht. Diese Messung ward an dem Biegungsapparat vorgenommen, und zwar für jedes Stäbchen in jenen vier verschiedenen Lagen und aus den gefundenen Werthen das Mittel gezogen.

Da es galt die beobachteten Biegungen als Functionen der Stäbchen*richtungen* aufzufassen, so mufste ferner sorgfältig geprüft werden, in wie weit die wirklichen Richtungen mit den beabsichtigten übereinstimmten. Zu diesen Messungen diente ein von Herrn Geh. Rath Hankel gütigst überlassenes Reflexionsgoniometer. Dieselben boten eine doppelte Schwierigkeit: die Stäbchen*form* war wenig handlich; und andrerseits zerbrachen mehrere Stäbchen beim Anbrechen der nöthigen natürlichen Flächen. Defs-

alb stand ich von noch genaueren Messungen ab, da ich ıich überzeugt hatte, daſs die Abweichung meist ½ bis 1°, nd stets unter 1½° betrug, eine gröſsere Genauigkeit aber icht erforderlich schien.*)

Endlich damit die Abhängigkeit der Biegungen von em *Gewicht* festgestellt werden konnte, waren diese genau achzuwägen. Es waren ein 1-Lothstück und ein 2-Loth-tück (altes preuſs. Gewicht), die gerade als geeignet zur Iand waren, und auſserdem ein wohl justirtes 10-Gramm-tück benutzt worden; beim Wägen auf einer feiner Wage ınden sich jene $14{,}_{786}$ Gr. (Einlothstück) und $29{,}_{400}$ Gr. Zweilothstück) schwer.

V.

Ergebnisse der Beobachtung.

In der nun folgenden Uebersicht der für die Senkung gefundenen Werthe sind alle Angaben in Skalentheilen

*) z. B. wurde beobachtet als Winkel

			der Breitseite mit derselben Spaltungsfläche.			der Schmalseite		
0°	No.	1	44°	40′	(statt 45°)	91°	0′	(statt 90°)
0°	No.	2	44°	10′	(„ „)	91°	0′	„ „
22½°	No.	3	67°	0′	(„ 67° 30′)	89°	0′	„ „
22½°	No.	4	67°	0′	(„ „)	89°	30′	„ „
45°	No.	5	90°	8′	(„ 90°)	90°	4′	„ „
45°	No.	6	90°	4′	(„ 90°)	91°	15′	„ „
67½°	No.	7	112°	50′	(„ 112° 30′)	90°	5′	„ „
67½	No.	8	113°		(„ „)	89°	50′	„ „
90°	No.	9	135°	26′	(„ 135°)	90°	38′	„ „
90°	No.	10	135°	35′	(„ „)	90°	40′	„ „
— 67½°	No.	11	158°	4′	(„ 157° 30′)	91°	8′	„ „
— 67½°	No.	12	157°	36′	(„ „)	89°	50′	„ „
— 45°	No.	13	180°		(„ 180°)	(vacat.)		Die fehlenden
— 45°	No.	14	180°		(„ „)	6 Winkelmessungen konnte ich nicht vornehmen, da es unmöglich war, den nebenstehenden Stäbchen *diese* bestimmte Spaltungsfläche anzubrechen.		
— 22½°	No.	15	(vacat)					
— 22½°	No.	16						

der Miktrometerschraube des Apparats zu verstehen, 815 auf 1^{mm}.

In gleichem Maſse sind die *Dicken* ausgedrückt.

Die Einheiten der *Breite* sind die Skalentheile des pag. 380 erwähnten Glasmikrometers von denen 41,7 auf 1 par Linie, 18,5 auf 1^{mm} gehen.

Gewichte: 1 . . . . 14,786 Gr. (Verhältniſs ders. 1
1′ . . . . 24,286 „ : 1,6764
2 . . . . 29,400 „ : 1,9885
2′ . . . . 39,400 „ : 2,6918)

für jedes Stäbchen und jede Belastung sind, wie bereits erwähnt, 12 Beobachtungen gemacht, indem der auf der einen Breitseite liegende Punkt der Reihe nach rechts oben, l. o., l. u., r. u. zu liegen kam und in jeder Lage dreimal beobachtet ward, wie das nachstehende Beispiel zeigt.

Längsrichtung + $67\frac{1}{2}^0$
Länge 20‴ par. (45,2mm); Breite 75 (4,06mm);
Dicke 456 ($\frac{456}{815}$mm).

Gew.	P. r. o.*)			P. l. o.			P. l. u.			P. r. u.		
	s.											
1.	37.	36.	36.	37.	36.	36.	35.	37.	37.	35.	37.	37.
1′.	53.	53.	53.	52.	52.	52.	52.	53.	54.	52.	53.	53.
2.	60.	60.	60.	59.	60.	59.	60.	60.	59.	60.	60.	60.
2′.	77.	77.	78.	76.	77.	76.	76.	77.	77.	76.	78.	77.

Im Folgenden sind jedoch der Kürze halber aus den jedesmaligen 3 zusammengehörigen Werthen die Durchschnitte angegeben. Aus diesen wieder die arithmetischen Mittel, sind in Colonne m verzeichnet, genau bis auf halbe Skalentheile. In der nächsten stehen die Verhältnisse der im Mittel beobachteten Senkungen. Endlich enthalten die letzten Colonnen die auf *andere Dimensionen reducirten* Werthe der Senkungen unter *vorläufiger* Anwendung der Formel $s = \frac{l^3}{b\,d^3}\,s_1$. Und zwar ist erst jedesmal reducirt

*) „Punkt rechts oben."

auf die Dicke des (daneben aufgeführten) Stäbchens derselben Richtung (Breite constant). Sodann durchweg auf *dieselbe Breite* β und *Dicke* δ. Gewählt wurde dazu das Mittel aller vorkommenden: Breite β 76 (4,10^{mm}); Dicke δ 514 Sk.-Thle. ($\frac{514}{615}^{mm}$). Schliefslich sind die Werthe der zweiten Gruppe (Länge 20‴) auf die erste Länge 16‴ reducirt worden durch Multiplikation mit $\left(\frac{16}{20}\right)^3$ d. i. 0,51.

Stäbchen derselben Längsrichtung
mit *verschieden stehenden Seitenflächen.*

$+ 45^0$

Breitseite parallel dem Hauptschnitt.

Länge 16,25‴ par.; Breite 4,1^{mm}; Dicke 716 ($\frac{716}{615}^{mm}$).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.
	s.				
4*)	17	$17\frac{1}{3}$	18	$18\frac{2}{3}$	18
5.	$22\frac{2}{3}$	23	$22\frac{1}{3}$	$23\frac{1}{3}$	23
6.	$27\frac{1}{3}$	$26\frac{2}{3}$	$26\frac{2}{3}$	$27\frac{1}{3}$	27

Stäbchen derselben Längsrichtung
mit *verschieden stehenden Seitenflächen.*

$+ 45^0$

Schmalseite parallel dem Hauptschnitt.

Länge 16‴ 25 par.; Breite 4,1^{mm}; Dicke 712 ($\frac{712}{615}^{mm}$).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.
	s.				
4	$18\frac{1}{3}$	19	$17\frac{2}{3}$	19	18,6
5	$23\frac{1}{3}$	$22\frac{2}{3}$	$23\frac{1}{3}$	$23\frac{2}{3}$	23
6	28	$26\frac{2}{3}$	$27\frac{1}{3}$	$28\frac{1}{3}$	27,3

*) Diese Gewichte waren ein 4-Lothstück, 5-Lothstück, 6-Lothstück altes preufs. Gewicht.

Stäbchen mit Schmalseite im Hauptschnitt.

Länge 16‴ par. (36,2mm).

0° (Hauptaxe.)

Stäbchen No. 1.

Breite 77 (4,17mm); Dicke $\frac{527}{815}$).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 2	reducirt auf $\beta\delta$
	s.							
1	28	$27\frac{1}{3}$	28	$28\frac{1}{3}$	28	1	24,9	30,6
2	$47\frac{1}{3}$	$46\frac{1}{3}$	$47\frac{1}{3}$	$47\frac{1}{3}$	47	: 1,7	41,8	51,3
2′	$62\frac{2}{3}$	62	$61\frac{1}{3}$	63	62	: 2,2	55,1	67,7

Stäbchen No. 2.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 548 ($\frac{548}{815}$ mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf $\beta\delta$
	s.						
1	26	$25\frac{2}{3}$	$26\frac{1}{3}$	27	26	1	31,1
2	$44\frac{2}{3}$	$44\frac{1}{3}$	$43\frac{2}{3}$	44	44	: 1,7	52,6
2′	57	57	57	57	57	: 2,2	68,2

$+ 22\frac{1}{2}°$.

Stäbchen No. 3.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 552 ($\frac{552}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf $\beta\delta$
	s.						
1	$22\frac{1}{3}$	23	$22\frac{1}{3}$	$22\frac{2}{3}$	23	1	28,8
2	37	38	$38\frac{2}{3}$	38	38	: 1,7	47,7
2′	$47\frac{2}{3}$	$49\frac{1}{3}$	$49\frac{2}{3}$	$49\frac{1}{3}$	49	: 2,1	61,4

Stäbchen No. 4.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 538 ($\frac{538}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 3	reducirt auf $\beta\delta$
	s.							
1	25	25	$24\frac{2}{3}$	$25\frac{2}{3}$	25	1	23,2	28,3
2	$41\frac{1}{3}$	$41\frac{2}{3}$	$41\frac{2}{3}$	$43\frac{1}{3}$	42	: 1,7	38,9	47,5
2′	$53\frac{2}{3}$	$53\frac{1}{3}$	$53\frac{2}{3}$	56	55	: 2,2	50,9	62,2

Stäbchen No. 5.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 592 ($\frac{592}{515}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf $\beta\delta$
	s.						
1	$13\frac{1}{3}$	13	13	$13\frac{2}{3}$	13	1	20,0
2	$21\frac{3}{4}$	21	$21\frac{3}{4}$	22	22	: 1,7	34,0
2′	27	27	$27\frac{1}{3}$	27	27	: 2,1	42,0

Stäbchen No. 6.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 561 ($\frac{561}{515}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 5	reducirt auf $\beta\delta$
	s.							
1	$15\frac{1}{3}$	$14\frac{2}{3}$	14	15	15	1	12,8	20,0
2	25	24	$24\frac{2}{3}$	$25\frac{1}{3}$	25	: 1,7	21,3	33,0
2′	$31\frac{2}{3}$	$31\frac{1}{3}$	$31\frac{1}{3}$	$32\frac{1}{3}$	32	: 2,1	27,2	42,0

+ $67\frac{1}{2}$° (Kante 63° 44′).

Stäbchen No. 7.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 563 ($\frac{563}{515}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 8	reducirt auf $\beta\delta$
	s.							
1	11	11	11	$10\frac{1}{3}$	11	1	9,5	14,5
2	$18\frac{2}{3}$	$18\frac{2}{3}$	17	18	18	: 1,6	16,0	23,5
2′	$23\frac{1}{3}$	22	23	$21\frac{1}{3}$	22	: 2,0	19,5	28,5

Stäbchen No. 8.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 586 ($\frac{586}{515}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf $\beta\delta$
	s.						
1	$9\frac{1}{3}$	9	$8\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{3}$	9	1	13,0
2	16	$15\frac{2}{3}$	15	16	16	: 1,8	23,5
2′	19	$18\frac{2}{3}$	$18\frac{1}{3}$	$19\frac{2}{3}$	19	: 2,1	28,0

+ 90° (senkrecht zur Hauptaxe).

Stäbchen No. 9.*)

Breite 75 (4,06mm); Dicke 452 ($\frac{452}{815}$mm).

Stäbchen No. 10.

Breite 75,5 (4,08mm); Dicke 455 ($\frac{455}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf β δ
	s.						
1	28	27	27	$27\frac{3}{4}$	27	1	18,5
2	$47\frac{2}{3}$	48	47	$47\frac{3}{4}$	48	: 1,8	33,0
2′	60	$60\frac{1}{4}$	60	61	60	: 2,2	41,5
1′	$41\frac{2}{3}$	41	$40\frac{1}{4}$	$42\frac{1}{3}$	41	: 1,5	28,0

— $67\frac{1}{2}$°.

Stäbchen No. 11.

Breite 76,5 (4,13mm); Dicke 493 ($\frac{493}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf No. 11	reducirt auf β δ
	s.							
1	$36\frac{2}{3}$	$36\frac{1}{3}$	$36\frac{2}{3}$	$34\frac{1}{3}$	36	1	34,5	31,5
1	$63\frac{1}{3}$	$62\frac{1}{3}$	$63\frac{2}{3}$	$62\frac{2}{3}$	63	: 1,8	60,0	56,0
2′	80	81	$80\frac{1}{3}$	79	80	: 2,2	76,0	71,0

Stäbchen No. 12.

Breite 76,5 (4,13mm); Dicke 501 ($\frac{501}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf β δ
	s.						
1	$33\frac{1}{3}$	$34\frac{1}{3}$	35	$34\frac{1}{3}$	34	1	31,5
2	$58\frac{1}{3}$	59	59	$58\frac{1}{3}$	59	: 1,7	55,0
2′	$73\frac{1}{3}$	75	74	74	74	: 2,2	70,0
1′	$49\frac{1}{3}$	50	$50\frac{2}{3}$	$50\frac{1}{3}$	50	: 1,5	46,5

*) zerbrach gleich bei Beginn dieses Versuchs durch eine kleine Unvorsichtigkeit; zuvor waren mit ihm die Biegungen bei [illegible] genau bestimmt worden.

Stäbchen No. 13.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 431 ($\frac{431}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 14	reducirt auf $\beta\,\delta$
	s.							
1	57⅓	59	57⅔	57	58	1	52,0	34,5
2	99	98⅔	98⅓	98⅔	99	: 1,7	89,0	59,0
2′	124⅔	125⅓	125⅔	126⅔	126	: 2,2	113,0	75,5
1′	85	85⅔	86⅓	85⅓	86	: 1,5	77,0	51,5

Stäbchen No. 14.

Breite 77,5 (4,19mm); Dicke 447 ($\frac{447}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf $\beta\,\delta$
	s.						
1	51⅔	51⅓	50⅓	49⅓	51	1	34,0
2	88⅓	88⅔	87	85⅔	87	: 1,7	58,5
2′	115	114	112	112⅓	113	: 2,2	76,0
1′	78⅓	77⅔	75⅓	74	76	: 1,5	51,0

— $22\frac{1}{2}{}^{0}$.

Stäbchen No. 15.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 466 ($\frac{466}{815}$mm).*)

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf $\beta\,\delta$
	s.							
1	41	41	42	42⅔	42	1		31,0
2	71⅔	71⅓	71⅓	73⅓	72	: 1,7		53,0
2′	92⅓	91	91	92	92	: 2,2		67,5

Stäbchen No. 16.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 522 ($\frac{522}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf $\beta\,\delta$
	s.							
1	30⅓	32	34⅓	31	32	1		38,5
2	51⅓	53⅔	53⅔	51⅓	53	: 1,7		55,5
2′	67	69	67⅓	65⅓	67	: 2,1		70,5

*) Die Kante dieser Säule war beim Schleifen bruchig geworden, deſshalb war eine *genaue* Dickenmessung unmöglich. Der Einfluſs der zu geringen Dicke 466 zeigt sich denn auch in den reducirten Beobachtungen, noch besser in später erwähnten Curven.

Länge 20‴ par. (45,2mm).
0° (Hauptaxe).

Stäbchen No. 1 a.*)

Länge 17‴; Breite 77 (4,17mm); Dicke 527 ($\frac{527}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		auf D. No. 2 a.	reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	33⅓	32⅔	(35⅔)	34	33	1		36,0 (59,5)	30,5
1′	51	49⅔	(54⅓)	50⅔	50,5	: 1,5		55,0 (91,0)	46,5
2	56	56⅔	(63)	57⅔	57	: 1,7		62,0(102,5)	52,0
2′	72⅔	73⅓	(78)	73	73	: 2,2		79,5(131,5)	67,0

Stäbchen No. 2 a.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 548 ($\frac{548}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	51	51	50	50⅔	51	1		61,0	31,0
1′	72⅔	74⅓	74⅓	74⅔	74	: 1,5		88,5	45,0
2	(93⅓)	86⅔	85⅔	87	86,5	: 1,7		103,5	53,0
2′	109	108⅔	110⅓	109⅓	109,5	: 2,2		131,0	67,0

+ 22½°.

Stäbchen No. 3 a.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 552 ($\frac{552}{815}$mm).

G	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	44	45	44	44	44	1		55,0	28,0
1′	64	65⅔	65⅓	64⅔	65	: 1,5		81,5	41,5
2	75⅓	76⅔	75⅓	76	76	: 1,7		95,5	48,5
2′	95	96⅓	96	96⅓	96	: 2,2		120,0	61,0

Stäbchen No. 4 a.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 538 ($\frac{538}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		auf D. No. 3 a.	reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	48⅓	50		49	1		45,5	55,5	28,5
1′	71	durch Unvor-		71	: 1,5		66,0	80,5	41,0
2	83⅓	sichtigkeit zer-		83	: 1,7		77,0	94,0	48,0
2′	106⅔	brochen.		107	: 2,2		99,0	121,0	61,5

*) Das Stäbchen No. 1 oder 1 a. war für 20‴ zu kurz, konnte nur bei 17‴ beobachtet werden. Die dabei gefundenen Biegungen sind reducirt auf L = 20‴, es sind dieſs die in Colonne β δ stehenden eingeklammerten Werthe. Die übrigen Reductionen auf D. No. 2 a. wurden unterlassen. Die in Colonne l. u. eingeklammerten Beobachtungen verdanken ihre Gröſse jedenfalls einer nicht gefundenen kleinen Störung.

Stäbchen No. 6a.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 592 ($\frac{592}{615}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	23⅔	25	24½	24⅔	24,5	1		38,0	19,5
1′	37	37	36⅔	36⅓	37	: 1,5		57,0	29,0
2	40½	41⅔	41⅔	41⅓	41	: 1,7		63,5	32,5
2′	51⅓	52½	51⅓	52	52	: 2,1		80,5	41,0

Stäbchen No. 6a.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 561 ($\frac{561}{615}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		auf D. No. 5a.	reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	30	29	29½	29⅔	29,5	1	25,0	39,0	20,0
1′	41½	40⅔	41	41	41	: 1,4	35,0	54,0	27,5
2	46⅔	46	47½	46⅔	47	: 1,6	40,0	62,0	31,5
2′	59⅔	58⅔	60	61	60	: 2,0	51,0	79,0	40,5

+ 67½° (Kante 63° 44′).

Stäbchen No. 7a.

Breite 75 (4,06 mm); Dicke 563 ($\frac{563}{615}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		auf D. No. 8a.	reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	18⅔	18⅔	18⅔	18½	18,5	1	16,5	24,0	12,0
1′	26⅔	26⅔	26⅓	26⅔	27	: 1,4	24,0	35,0	18,0
2	30	30½	30	31	30	: 1,4	26,5	39,0	20,0
2′	38⅔	39	39½	39½	39	: 1,7	34,5	50,5	26,0

Stäbchen No. 8a.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 586 ($\frac{586}{615}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	auf L. 16‴
	s.								
1	15⅔	16⅓	16⅓	16⅓	16	1		23,5	11,5
1′	24⅔	24⅔	24½	24⅓	24,5	: 1,6		36,0	18,5
2	28½	28⅔	27⅔	28	28	: 1,8		41,0	21,0
2′	34⅔	36	34⅔	35½	35	: 2,2		51,0	26,0

+ 90° (senkrecht zur Hauptaxe).

Stäbchen No. 9a.

Länge 19‴*); Breite 75 (4,06mm); Dicke 452 ($\frac{452}{815}$).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 10a.	reducirt auf β δ	reducirt auf L. 16‴
	s.								
2	50	51⅓	51		51	1	58,5	34,0 (39,9)	20,5
1′	73	75	73⅔	brechen	74	: 1,5	84,5	49,5 (58,0)	29,5
2	83	84⅓	83⅔		84	: 1,6	96.0	56,5 (65,5)	33,5
2′	109	109⅓		zer	109	: 2,1	124,5	73,0 (85,0)	43,5

Stäbchen No. 10a.

Breite 75,5 (4,08mm); Dicke 455 ($\frac{455}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	reducirt auf L. 16‴
	s.								
1	55⅔	55⅔	56	56	56	1		38,5	19,5
1′	82	82⅓	82⅓	83	82	: 1,5		56,5	29,0
2	95⅔	65⅔	95⅓	95⅔	96	: 1,7		66,0	33,5
2′	123	123	123	122	122,5	: 2,2		84,5	43,0

— 67½°.

Stäbchen No. 11a.

Breite 76,5 (4,13mm); Dicke 493 ($\frac{493}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.		reducirt auf D. No. 12a.	reducirt auf β δ	reducirt auf L. 16‴
	s.								
1	71	70⅔	72	71⅔	71	1	67,5	63,0	32,0
1′	103½	103⅔	104⅓	104⅓	104	: 1,5	99,0	92,5	47,5
2	117⅔	119	118⅔	118⅔	118,5	: 1,7	113,0	105,0	53,5
2′	153½	154⅓	154⅓	153⅔	154	: 2,2	146,5	136,0	70,0

Stäbchen No. 12a.

Breite 76,5 (4,13mm); Dicke 501 ($\frac{501}{815}$mm).

G	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf β δ	reducirt auf L. 16′
	s.								
1	68	65⅔	66	66⅓	66,5	1		62,5	32,0
1′	100⅓	98⅔	98⅓	98⅔	99	: 1,5		92,0	47,0
2	112	112	112⅓	112⅔	112	: 1,7		104,5	53,0
2′	144	144	143⅔	143⅔	144	: 2,2		134.0	68,5

*) auch bei diesem Stäbchen 9a. reichte die Länge für 20‴ nicht aus, es konnte nur bei 19‴ beobachtet werden. Die Reductionen auf L. 20‴ sind in den eingeklammerten Werthen der Colonne δ β enthalten. Bei der Reduction auf D. No. 10a. ist L. zu 20‴ zu Grunde gelegt.

Stäbchen No. 13a.

Breite 77 (4,17mm); Dicke 431 ($\frac{431}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			auf D. No. 14a.	reducirt auf $\beta\ \delta$	auf L. 16‴
	s.									
1	114½	115½	116	115⅔	115	1		103,0	68,5	35,0
1′	167	170	169⅔	169	169	: 1,5		151,5	101,0	51,5
2	192⅔	195½	195⅓	195½	195	: 1,7		175,0	116,5	59,5
2′	(240½)	(242)	(245½)	(248)	244*)	(:2,1)		(219,0)	(145,5)	(74,5)

Stäbchen No. 14a.

Breite 77,5 (4,19mm); Dicke 447 ($\frac{447}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf $\beta\ \delta$	auf L. 16‴
	s.								
1	102⅔	103⅔	102⅔	102⅔	103	1		69,0	35,5
1′	150	150⅓	151	151⅓	151	: 1,5		101,5	51,5
2	172⅔	172	172⅔	174⅔	173	: 1,7		116,0	59,0
2′	221⅓	222	222⅔	222	222	: 2,2		149,0	76,0

— $22\frac{1}{2}$°.

Stäbchen No. 15a.**)

Breite 75 (4,06mm); Dicke 466 ($\frac{466}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf $\beta\ \delta$	auf L. 16‴
	s.								
1	83	84⅓	84⅔	83⅔	84	1		62,0	31,5
1′	123⅓	121⅓	124	123	123	: 1,5		90,5	46,0
2	144⅓	141⅓	142⅔	142	142,5	: 1,7		105,0	53,5
2′	zerbrochen			176	176	: 2,1		129,5	66,0

Stäbchen No. 16a.

Breite 75 (4,06mm); Dicke 522 ($\frac{522}{815}$mm).

G.	P. r. o.	l. o.	l. u.	r. u.	m.			reducirt auf $\beta\ \delta$	auf L. 16‴
	s.								
1	58	57⅔	58⅔	58⅔	58	1		61,0	31,0
1′	88⅔	88	87⅔	88	88	: 1,5		92,5	47,0
2	101	100⅔	100⅓	100⅔	101	: 1,7		106,0	54,0
2′	126⅓	127⅓	129	127⅔	127,5	: 2,2		134,0	68,5

*) Ist wohl zu gering, doch konnte der Grund der Störung nicht ermittelt werden.

**) Siehe die Anmerkung bei Stäbchen 15 pag. 387.

VI.

Folgerungen.

Der Betrag der Senkung in der Mitte der gebogenen Stäbchen ist eine Function von mancherlei Argumenten; die beobachteten Werthe nun gestatten Schlüsse auf die Natur dieser Function. Und zwar soll die Senkung der Reihe nach in ihrer

Abhängigkeit von der Stellung der Seitenflächen,
von den Dimensionen, der Dicke und Breite,
der Länge,
von den Richtungen,
von dem Gewicht

betrachtet werden.

Abhängigkeit von der Stellung der Seitenflächen. Was die *erste* Abhängigkeit, die *von der Stellung der Seitenflächen* anlangt, so hatte schon die Eingangs erwähnte Umlegung eines quadratischen Stäbchens *vermuthen* lassen, dafs eine solche nicht stattfinde. Die erste der vorstehenden Tabellen nun giebt die Beobachtungen an zwei Stäbchen von derselben Richtung und fast denselben Dimensionen, deren Breitseiten die abweichendsten möglichen Stellungen haben. Aus diesen geht vielleicht zur Genüge hervor:

1. die Biegung eines Stäbchens ist unabhängig von der Stellung der Seitenfläche.

Abhängigkeit von den Dimensionen der Dicke und Breite. In Betreff sodann der *Dimensionen* ist zu untersuchen, in wie weit die Formel für unkrystallinische Medien

$$s = \frac{l^3}{b\,d^3}\,s_1$$

auch hier ihre Gültigkeit behält.

Mit der Dicke ist die beim Biegen verticale, dem Zuge der Gewichte parallele, *hier* kleinste Dimension gemeint, während die Breite in der obern oder untern Fläche liegt.

Zuerst liefs sich an sämmtlichen Paaren von Stäbchen eicher Richtung, gleicher Länge, (fast) gleicher Breite rthun, dafs für die *Dicke* das Gesetz — immer selbstrständlich gemeint: innerhalb der Genauigkeitsgrenzen — ch hier bei dem krystallinischen Material *dasselbe* bleibt: rgleiche die auf Grund dieses Gesetzes berechneten ten Reductions-Colonnen.

Für die *Breiten* konnten zwar, wegen der nur sehr ringen Unterschiede *separate*, entscheidende Reductionen cht vorgenommen werden, sondern immer nur solche eichzeitig mit denen für die andern Dimensionen, indefs ; eine Abweichung von jenem Gesetze gerade für sie in iner Weise wahrscheinlich.

Hiernach müfste es also als erlaubt angesehen werden, ie die verschiedenen wirklichen Breiten und Dicken auf ie und dieselbe angenommene mittlere β und δ zu redu-en, — zweite Reductionscolonne; so dafs nur noch die bhängigkeit von der Länge, die von den Richtungen und n Gewichten übrig blieb.

Abhängigkeit von der Länge. Auch hinsichtlich r *Längen* findet das Gesetz für unkrystallinische Stäbe ch hier ebenfalls ausreichend bestätigt — wie in der ruppe für Länge 20‴, nach bereits erfolgter Reduction egen Breite und Dicke, die *dritte* Reductions-Colonne isweist.

Somit ergiebt sich im Ganzen:

2. Die Biegung hängt — innerhalb der Genauigkeitsgrenzen — von den Dimensionen in der nämlichen Weise ab, wie bei unkrystallinischen Medien: sie ist wie dort

   direct proportional dem Cubus der Länge,
   indirect proportional der Breite,
   indirect proportional dem Cubus der Dicke.

Abhängigkeit von den Richtungen. Von benderer Wichtigkeit ist nunmehr, wie die Biegung mit n Richtungen der Längsaxe im Hauptschnitt sich ändert.

Diese Abhängigkeit wird veranschaulicht durch die Curven auf der angehängten Figurentafel. Den Biegungen, sämmtlich umgerechnet für die *eine* angenommene Breite und Dicke, proportional sind von einem Punkt aus in den betrachteten Richtungen Radiivectores aufgetragen.

Die rechte Gruppe von 3 Curven entspricht der Länge 16‴ bei dreierlei Belastung, die 4 gestrichelten Curven links ergeben sich für die andere Länge von 20‴ bei 4 verschiedenen Belastungen, während die punktirten Curven der Reduction auf die Länge 16‴ entspringen.

Muſs nun auch eine vollständige Discussion dieses Curvensystems ausgesetzt werden, bis eine Gleichung für dasselbe auf theoretischem Wege aufgefunden ist, so lassen sich doch bereits eine Reihe sehr bemerkenswerther Eigenschaften an ihm erkennen.

Daſs die Curven parallelläufig sind, d. h. nach jeder Richtung einen *Diameter* besitzen, der halbirt wird und in congruente Hälften theilt, folgt mit Nothwendigkeit daraus, daſs hier eine Richtung von ihrer entgegengesetzten physikalisch nicht unterschieden ist.

Vor Allem fällt in die Augen, zuwider dem, was auf Grund optischer und thermischer Thatsachen sich hätte vermuthen lassen können:

3. Es existirt keine Symmetrie gegen die Hauptaxe.

Vielmehr zeichnen sich die im Krystalle ausgezeichneten Richtungen rechts- und linksum von der Hauptaxe auch in der Biegungscurve aus:

4. bei Stäbchen nach Richtungen der Kante findet Minimum der Biegung

und

5. bei solchen nach Richtung der kurzen Rhombusdiagonale Maximum der Biegung statt.

Eine der merkwürdigsten auftretenden Erscheinungen ist aber wohl die folgende.

Legt man um die Curve ein Parallelogramm, das Diagonalschnitt einer rhomboedrischen Grundform ist, und von der Gröſse, daſs die beiden Langseiten (die Rhombus-

diagonalen) die Curve tangiren, so *tangirt* (dem Anscheine nach) *auch das andere Seitenpaar* (die Kanten).

Es war von Interesse die Eigenschaften der Biegungscurve im Hauptschnitt als Eigenschaften einer Biegungs*oberfläche* auszusprechen, und es galt diese nach Möglichkeit zu construiren.

Da alle Werthe im Hauptschnitt durch *eine* Kante für jede der 3 oberen und der 3 unteren Kanten sich wiederholen müssen, so hatte ich schon 6 verschiedene Constructionsebenen, die ich zusammensetzen konnte. In der oberen wie in der unteren Hälfte wechseln Aus- und Einbiegungen unter einander ab. Ueberlegte ich nun ferner, dafs in einem Hauptschnitt normal zum jetzigen (ein Hauptschnitt II., dessen Untersuchung noch bevorsteht) Symmetrie zur Hauptaxe statthaben, und dafs er den Uebergang von einer Aus- zu einer Einbuchtung vermitteln mufs; und schaltete ich demgemäfs passende symmetrische Ovale ein: so hatte ich bereits ein leidlich vollständiges Bild der Biegungsoberfläche fertig.

Wenn nun im Hauptschnitt Kante sowohl, als Rhombendiagonale tangiren, so wird die Oberfläche in Punkten zweier Kanten und einer Rhombendiagonale von einer *Seitenfläche* tangirt.

Dann aber ist es in hohem Grade wahrscheinlich, dafs diese auch die zwischenliegenden Schnitte berühre; kurz:

6. es scheint, dafs die Biegungsoberfläche von allen Flächen einer rhomboedrischen Grundform längs einer Curve tangirt werde.

Was die Krümmung anlangt, so hat es weiterhin den Anschein, als ob die Hauptaxenrichtung auf der Curve, bezüglich der Oberfläche normal stehe, es also Hornpunkte nicht gebe.

Abhängigkeit von den Gewichten. Zum Schlusse ist noch zu untersuchen, wie bei derselben Längsrichtung, denselben Dimensionen, die Gröfse der Biegungen

mit den *Gewichten* sich ändert. Und hier gelangt man nun zu einem jedenfalls ganz unerwarteten Resultate.

Das Erste, was beim Betrachten der für die verschiedenen Belastungen enthaltenen Curven in die Augen fällt, war nicht anders zu vermuthen: Die Curven sind *ähnlich*, das will besagen: die Abhängigkeit der Biegungen von den Gewichten ist nach allen Richtungen hin dieselbe, nicht nach anderer Richtung hin eine andere.

Nun aber zeigt sich zweitens, dafs diese Abhängigkeit die folgende ist:

Verhältnisse der Gewichte.	Verhältnisse der zugehörigen Biegungen.
1	1 d. i. 1
: 1,68	: 1,5 d. i. 1,68 . 0,90 oder 1,68—1,50 = 0,18
: 1,99	: 1,7 d. i. 1,99 . 0,86 oder 1,99—1,7 = 0,29
: 2,69	: 2,2 d. i. 2,69 . 0,82 oder 2,69—2,2 = 0,49

Dieſs findet sich mit einer Uebereinstimmung, die Zweifel ausschliefst und findet sich noch lange vor der Nähe der Elasticitätsgrenze, d. h. also:

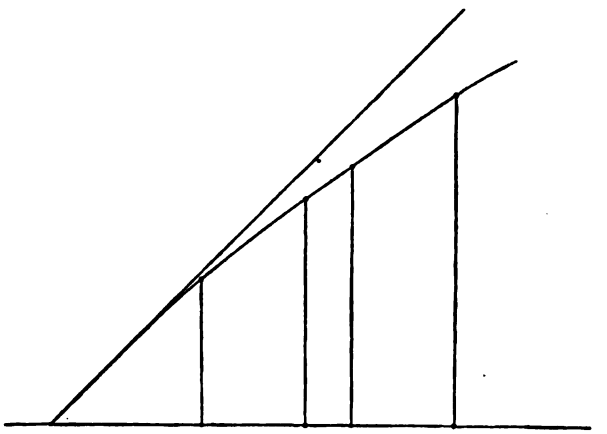
7. die Biegungen sind nicht proportional den Gewichten.

Vielmehr nur einem Bruchtheile derselben und zwar *einem um so kleineren, je gröfser das Gewicht*; oder:

8. die Zunahme der Biegungen wird geringer bei gröfserem Gewicht,

und dieſs schon in reichlicher Entfernung an der Elasticitätsgrenze.

Trägt man die Gewichte als Abscissen, die Biegungen als Ordinaten auf, so steigt die Curve nicht ganz geradelinig, sondern folgendermafsen an:



Das gefundene negative Resultat muſs allerdings sticitätstheoretischen Betrachtungen gegenüber in hohem ade befremden. Zu seiner Erklärung scheint etwas leres kaum übrig zu bleiben, als daſs die linearen ferentialgleichungen der Elasticität hier im Krystall ihre ltigkeit *verlieren*.

Um indeſs für positive Aufschlüsse hierüber einen An- zu gewinnen, wird es vor Allem weiterer Beobach- gen mit noch anderen Gewichten bedürfen.

Die Resultate der Untersuchung des zweiten Haupt- nitts, und einer zur Axe normalen Ebene, die ich in hster Zeit abzuschlieſsen gedenke, sowie Untersuchun- über elastische Nachwirkung beim Kalkspath werde in einer zweiten Abhandlung folgen lassen. Es werden daran einige theoretische Betrachtungen anschlieſsen.

Nachtrag: Hr. Geh. R. Neumann hat in neuester eine ganz allgemeine Theorie der Elasticitätsverhält- e krystallinischer Körper entwickelt, die nur auf der nahme fuſst, daſs den äuſseren Symmetrieverhältnissen Krystalle die gleichen im Innern entsprechen. Die gen experimentellen Daten stimmen mit ihren Ergeb- en völlig überein.

II. *Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper; von G. Lundquist.*

(Fortsetzung von S. 200.)

II. Die Theorien der Reflexion an Metallen.

Die durch Reflexion des Lichtes an Metallen erzeugte elliptische Polarisation wurde 1815 von Brewster entdeckt und sorgfältig studirt[1]). Die zahlreichen Besonderheiten, welche er kennen lehrte, wurden von E. Neumann auf gewisse einfache Principien zurückgeführt; derselbe gab auch empirische Formeln, welche die Beobachtungen mit hinreichender Genauigkeit ausdrückten[2]). Versuche zur Aufstellung einer mathematischen Theorie der Metall-Reflexion wurden gemacht von Mac Cullagh, von Cauchy und von O'Brien.

Mac Cullagh gab seine Formeln hauptsächlich gestützt auf die Induction und die Analogie, welche die Metallreflexion mit der totalen Reflexion darbietet[3]). Er ersetzte in den Fresnel'schen Formeln den Brechungsindex d. h. das Verhältnifs der Sinusse des Einfalls- und des Brechungswinkels durch die complexe Gröfse $ce^{i\gamma}$, worin c und γ Constanten sind, und ebenso das Verhältnifs ihrer Cosinusse durch eine andere complexe, aber variable Gröfse. Auf diese Weise erhielt er Formeln, die übereinstimmen mit denen von Cauchy, welche wir weiterhin geben werden. Nach seiner Muthmafsung wird der Brechungsindex der Metalle vorgestellt durch $\frac{c}{\cos\gamma}$. Bei seinen Berechnungen ward Mac Cullagh geleitet durch gewisse theoretische Ideen, die er indefs nur theilweise bekannt gemacht hat.

1) *Phil. Transact.* 1830 *p.* 287. — *Biot, Traité de phys. Paris*, 1816, *IV. p.* 579.

2) Pogg. Ann. 1832, XXVI. p. 89; 1837, XL. p. 513.

3) *Proceed. of the Irish Acad.* 1836—37, *I. p.* 2. — *Irish Acad.* 1837, *XVIII. pt. I. p.* 70. — *Compt. rend.* 1839, *VIII. p.* 961.

Cauchy seinerseits hat gesucht die Erscheinungen er Metall-Reflexion zurückzuführen auf eine Theorie, die ervorgeht aus einer Verallgemeinerung derjenigen, die er ir die durchsichtigen Körper gab. Zwar hat er den eweis seiner Formeln nie gegeben, hat aber die Prinpien derselben kennen gelehrt, und das genügt, um ine Resultate wieder zu finden. Beer hat zuerst einen eweis gegeben[1]); aber seine Methode hat den Mangel, afs sie die Anzahl der eingeführten Hypothesen gröfser scheinen läfst, als sie wirklich ist. Gegen die im Allemeinen sehr genügende Demonstration von Eisenlohr[2]) önnte man andererseits den Einwurf erheben, dafs sie cht die Nothwendigkeit einer neuen Hypothese erwiesen st, um zu den Resultaten Cauchy's zu gelangen.

Wir wollen nun seine Formeln durch eine andere ethode auseinandersetzen. Die Bezeichnungen sind dielben wie vorhin.

Wenn das zweite Mittel nicht vollkommen durchsichg ist, so hat die Erfahrung gelehrt, sind die Projectionen er gebrochenen Schwingung von der Form:

$$P' e^{-U' z} \cos (u' x + v y - s t + \omega'),$$

nd werden demgemäfs repräsentirt durch die reellen heile der Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= A' e^{-U' z + i (u' x + v y - s t)} \\ \eta' &= B' e^{-U' z + i (u' x + v y - s t)} \\ \zeta' &= C' e^{-U' z + i (u' x + v y - s t)} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (50)$$

Man kennt nicht die Relationen, welche die in diese usdrücke eintretenden Constanten erfüllen müssen, allein ist wenigstens sehr wahrscheinlich, dafs auch in den cht durchsichtigen Mitteln die Lichtschwingungen sich rtpflanzen ohne Compressionen oder Dilatationen zu erugen, d. h. dafs die Gleichung

$$\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz} = 0$$

[1]) Pogg. Ann. XCII, p. 402.
[2]) Ib. CIV., p. 368.

durch die Projectionen der gebrochenen Schwingung verificirt seyn muſs. Allein alsdann muſs man dieser Gleichung auch durch die Ausdrücke (50) genügen können, wodurch man hat:

$$A'(u' + iU') + B'v = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

Bemerken wir nun, daſs die Ausdrücke (50) und die Relation (51) aus den Ausdrücken (18) und der Relation (24ª) erhalten werden, wenn man in diesen u ersetzt durch $u' + iU'$, und daſs folglich die neuen Bedingungen bezüglich der Oberfläche sich durch denselben Proceſs aus denen herleiten lassen, welche wir für die durchsichtigen Körper aufgestellt haben, vorausgesetzt man nehme an, daſs die Ausdrücke (35) für die longitudinale Schwingung nahezu dieselben bleiben. Dann ist leicht zu sehen, daſs man die Werthe der Unbekannten für den gegenwärtigen Fall sehr einfach erhalten kann, wenn man (in den Formeln (32), (38) u. s. w.) die reelle Gröſse u' ersetzt durch die complexe $u' + iU'$. Sonach hat man:

$$C_1 = C\,\frac{u - u' - iU'}{u + u' + iU'}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

$$B_1 = B\,\frac{u - u' - iU'}{u + u' + iU'} \times \frac{uu' - v^2 - \varkappa\nu U' + i\,[uU' + \varkappa\nu(u + u')]}{uu' + v^2 + \varkappa\nu U' + i\,[uU' + \varkappa\nu(u - u')]} \quad (53)$$

Zerlegen wir nun die einfallende Schwingung in zwei, eine zur Einfallsebene senkrechte, und eine in dieser Ebene, und nehmen an, die Amplituden dieser Componenten seyen einander gleich und zur Einheit genommen. Seyen ferner die Amplituden der der reflectirten Schwingung entsprechenden Componenten repräsentirt durch J_1 und J^2, und ihre Phasendifferenzen mit den Componenten der einfallenden Schwingung respective durch Δ_1 und Δ_2; dann hat man

$$C = 1; \quad B = \cos a; \quad C_1 = J_1 e^{i\Delta_1}; \quad B_1 = \cos a\, J_2 e^{i\Delta_2},$$

woraus:

$$C_1 = CJ_1 e^{i\Delta_1}; \quad B_1 = BJ_2 e^{i\Delta_2} \quad . \quad . \quad (54)$$

Bringt man diese Werthe in die Gleichungen (52) und (53), so erhält man:

$$J_1^2 = \frac{(u-u')^2 + U'^2}{(u+u')^2 + U'^2}, \quad \ldots \quad (55)$$

und setzt man $U' = kp$, so ergiebt sich, wenn man $u = v \cot \alpha$ und $u' = v \cot \alpha'$ substituirt

$$J_1^2 = \frac{\sin^2(\alpha-\alpha') + p^2 \sin^2\alpha'}{\sin^2(\alpha+\alpha') + p^2 \sin^2\alpha'}.$$

Auf dieselbe Weise kann man die Formeln für J_2^2, Δ_1 und Δ_2 herleiten.[1])

Die so erhaltenen Formeln sind ganz allgemein und müssen die Gesetze der Reflexion an allen isotropen Mitteln enthalten; allein man muſs bemerken, daſs ihre Anwendung die Kenntniſs der Gröſse p und des Brechungsindexes erfordert, und dies führt zu Schwierigkeiten, wenn es sich um opake, besonders metallische Körper handelt, wo diese Gröſsen mit dem Einfallswinkel variiren. Um in diesem Falle die Anwendung zu erleichtern, hat Cauchy zwischen diesen Gröſsen, gestützt auf eine Art von Induction, eine Relation aufgestellt, mittelst welcher man den Formeln eine sehr bequeme Form geben kann.

Bemerken wir zuvörderst, daſs die Gleichung (24c) nicht mehr anwendbar ist, wenn es sich um einen opaken Körper handelt; ersetzen wir nämlich in dieser Gleichung u' durch $u' + iU'$, so kommt

$$k'^2 = (u' + iU')^2 + v^2,$$

woraus, wenn man erwägt, daſs k'^2 vermöge der Gleichung (24b) nothwendig positiv ist, sich ergiebt:

$$k'^2 = u'^2 - U'^2 + v^2 \text{ und } u'U' = o.$$

Mithin muſs man haben:

$$U' = o \text{ oder vielmehr } u' = o.$$

1) Siehe Beer, Pogg. Ann. XCII. S. 408. Diese Deduction geschieht sehr einfach durch die von Eisenlohr (Pogg. Ann. CIV. S. 351) angezeigte Methode.

Der erste Fall entspricht der gewöhnlichen Reflexion an durchsichtigen Körpern, der zweite findet bei der totalen Reflexion statt; allein weder der eine noch der andere entspricht den Reflexionen an opaken Körpern.

Indefs läfst sich die nöthige Relation durch folgende Betrachtungen erhalten[1]). Für die durchsichtigen Körper hat man die Relation (12)

$$k^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

gefunden, oder

$$-k = (iu)^2 + (iv)^2 + (iw)^2,$$

worin die reelle und constante Gröfse k von Cauchy die Charakteristik genannt wird. Wenn dagegen der betrachtete Körper aufhört durchsichtig zu seyn, so müssen die Gröfsen iu, iv, iw ersetzt werden durch $U + iu$, $V + iv$, $W + iw$, und die neue Charakteristik $k + iK$ ist, der Analogie nach, gegeben durch die Gleichung:

$$-(k+iK)^2 = (U+iu)^2 + (V+iv)^2 + (W+iw)^2 \ldots (56)$$

Da nun die Charakteristik im vorhergehenden Falle constant ist, so ist sie es auch wahrscheinlich in diesem Fall. Nehmen wir also an, dafs dem so sey, d. h. dafs die Gröfsen k und K constant seyen und die erstere positiv.

Es handelt sich nun darum, die Formeln (52) und (53) mittelst der Gleichung (56) zu transformiren. Im gegenwärtigen Fall erhält die Relation die Form

$$-(k' + iK')^2 = (-U' + iu')^2 + (iv)^2 \ldots . \quad (57)$$

Setzen wir

$$k' + iK' = kce^{i\gamma} \ldots \quad (58)$$

worin c und γ zwei neue Constanten sind. Alsdann hat man für die normale Incidenz

$$\left/^{\alpha = o}\right. u' + iU' = u'_0 + iU'_0 = kce^{i\gamma} \ldots \quad (59)$$

1) *Compt. rend.* 1839, *VIII. p.* 43.

Für irgend eine Incidenz kann man setzen:

$$u' + i\,U' = k\,r\,e^{i\varrho}, \quad \ldots\ldots \quad (60)$$

wo r und ϱ variable Grösen sind. Vermöge der Gleichung (57) hat man also

$$c^2\,e^{2i\gamma} = r^2\,e^{2i\varrho} + \sin^2\alpha \quad \ldots \quad (61)$$

und folglich

$$\left.\begin{aligned} c^2 \sin 2\gamma &= r^2 \sin 2\varrho \\ c^2 \cos 2\gamma &= r^2 \cos 2\varrho + \sin^2\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (62)$$

woraus sich die Formeln

$$\left.\begin{aligned} r &= \left(\frac{\sin 2\gamma}{\sin 2\varrho}\right)^{\frac{1}{2}} c \\ \cot(2\varrho - \gamma) &= \cot\gamma \cos\left[2\,\mathrm{Arctang}\,\frac{\sin\alpha}{c}\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (63)$$

ergeben[1]), welche zur Bestimmung von r und ϱ dienen, sobald c und γ bekannt sind.

Was die Formeln (54) und (60) betrifft, so zieht man aus der Gleichung (52)

$$J_1\,e^{i\Delta_1} = \frac{u - k r e^{i\varrho}}{u + k r e^{i\varrho}} = \frac{\frac{\cos\alpha}{r} - e^{i\varrho}}{\frac{\cos\alpha}{r} + e^{i\varrho}}.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\cot\Psi_1 = \cos\varrho \sin\left[2\,\mathrm{Arctang}\,\frac{\cos\alpha}{r}\right], \quad \ldots \quad (64)$$

so ergiebt sich daraus

$$J_1^2 = \mathrm{tang}\left(\Psi_1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad \ldots\ldots \quad (65)$$

$$\mathrm{tang}\,\Delta_1 = \sin\varrho\,\mathrm{tang}\left(2\,\mathrm{Arctang}\,\frac{\cos\alpha}{r}\right)$$

1) Die Transformationen dieser Art bewerkstelligen sich sehr leicht, wenn man erwägt, dafs man hat:

$$\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{n \sin 2\beta}{1 - n\cos 2\beta}$$

und auch

$$\mathrm{tang}\,(\alpha + \beta) = \frac{1+n}{1-n}\,\mathrm{tang}\,\beta$$

Mittelst dieser Formeln berechnet man die Intensität J_1^2 und die Phasendifferenz Δ_1 des reflectirten Strahls, dessen Schwingungen winkelrecht zur Einfallsebene sind.

Zur Erlangung der entsprechenden Formeln für den Strahl, dessen Schwingungen in dieser Ebene liegen, kann man, bei erster Annäherung, die Gröfse $\varkappa$ vernachlässigen, die, wenigstens bei durchsichtigen Körpern, immer sehr klein ist. Alsdann erhält man, bei Berücksichtigung der Formeln (54) und (60), aus der Gleichung (53)

$$J_2\, e^{i\Delta_2} = \frac{u - k r e^{i\varrho}}{u + k r e^{i\varrho}} \cdot \frac{u k r e^{i\varrho} - v^2}{u k r e^{i\varrho} + v^2}.$$

Vermöge der Relation (61) reducirt diese Formel sich auf

$$J_2\, e^{i\Delta_2} = \frac{\frac{r}{c^2 \cos \alpha} - e^{i(2\gamma - \varrho)}}{\frac{r}{c^2 \cos \alpha} + e^{i(2\gamma - \varrho)}}.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\cot \Psi_2 = \cos (2\gamma - \varrho) \sin \left[2 \operatorname{Arctang} \frac{r}{c^2 \cos \alpha}\right], \quad . \quad (66)$$

so zieht man daraus

$$J_2^2 = \operatorname{tang} \left(\Psi_2 - \frac{\pi}{4}\right), \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

$$\operatorname{tang} \Delta_2 = \sin (2\gamma - \varrho) \operatorname{tang} \left[2 \operatorname{Arctang} \frac{r}{c^2 \cos \alpha}\right].$$

Mit Hülfe dieser Formeln hat man die Intensität J_2^2 und die Phasendifferenz Δ_2 zu berechnen.

Setzt man

$$\frac{J_2}{J_1} = \operatorname{tang} \vartheta; \quad \Delta_2 - \Delta_1 = \Delta,$$

so zieht man aus den Gleichungen (52), (53) und (54)

$$\operatorname{tang} \vartheta\, e^{i\Delta} = \frac{u k r e^{i\varrho} - v^2}{u k r e^{i\varrho} + v^2} = \frac{e^{i\varrho} - \frac{\sin^2 \alpha}{r \cos \alpha}}{e^{i\varrho} + \frac{\sin^2 \alpha}{r \cos \alpha}},$$

und daraus die Formeln:

$$\cos 2\,\vartheta = \cos\varrho \sin\left[2 \operatorname{Arctang} \frac{\sin^2\alpha}{r\cos\alpha}\right], \quad . \quad . \quad (68)$$

$$\operatorname{tang} \Delta = \sin\varrho \operatorname{tang}\left(2 \operatorname{Arctang} \frac{\sin^2\alpha}{r\cos\alpha}\right), \quad . \quad . \quad (69)$$

welche dazu dienen, das Azimuth ϑ der wiederhergestellten Polarisation des reflectirten Strahles und die Phasendifferenz Δ zu berechnen[1]).

Seyen A und Θ die von α und ϑ erlangten Werthe, wenn $\Delta = \frac{1}{2}\pi$, d. h. ihre Hauptwerthe. Dann hat man nach den Formeln (68) und (69)

$$\left/{}^{\Delta = \frac{1}{2}\pi}\right. \quad \varrho = 2\Theta;\ r = \sin A \operatorname{tang} A \quad . (70)$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen (62), so zieht man daraus die Formeln

$$\operatorname{tang} \frac{2(\gamma-\Theta)}{\operatorname{tang} 2\Theta} = -\cos 2A, \quad . \quad . \quad (71)$$

$$= \sin A \sqrt{\frac{\sin 4\Theta}{\sin 2(2\Theta-\gamma)}} = \operatorname{tang} A \sqrt{\frac{\cos 2\Theta}{\cos 2(\gamma-\Theta)}}, \quad . \quad (72)$$

mittelst welcher man die Werthe von c und γ bestimmen kann, wenn die von A und Θ durch Erfahrung gegeben sind.

Den Werth des Brechungsindexes erhält man auf folgende Weise. Man hat

$$u' = v \cot\alpha' = kr\cos\varrho,$$

woraus man zieht:

$$v^2(1 + \cot^2\alpha') = \frac{v^2}{\sin^2\alpha'} = k^2\mu^2$$

$$= k^2r^2\cos^2\varrho + v^2,$$

also endlich

$$\mu^2 = r^2\cos^2\varrho + \sin^2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Für die normale Incidenz reducirt sich dieser Ausdruck auf

$$\mu_0 = c\cos\gamma.$$

Hat α seinen Hauptwerth, so ergiebt sich mittelst der Formeln (70)

$$\mu^2_A = \operatorname{tang}^2 A\,(1 - \sin^2 A \sin^2 2\Theta)$$

[1]) *Compt. rend.* 1839, *VIII. p.* 553 *et* 1848, *XXVI., p.* 86

Man sieht hieraus, dafs die Cauchy'schen Formeln den Werth von μ_Δ kleiner angeben, als es das Brewstersche Gesetz verlangt.

Sehr wahrscheinlich hat Cauchy gesucht Differentialgleichungen rationell aufzustellen, welche die schwingende Bewegung des Aethers in Metallen auszudrücken vermöchten; allein er hat nichts darüber veröffentlicht. Der einzige bekannt gewordene Versuch dieser Art rührt von O'Brien her[1]).

Nach allgemein angenommenen Ideen entspringt die Auslöschung des Lichts in opaken Körpern daraus, dafs ein Theil der Energie der schwingenden Bewegung des Aethers auf die wägbaren Molecüle übergeht, aber wenn man versucht, diese Ansicht in den Calcül einzuführen, so stöfst man auf Schwierigkeiten. Um diese zu vermeiden, geht O'Brien von der Voraussetzung aus, dafs die Amplituden der Aetherschwingungen in Bezug auf die gegenseitigen Abstände der wägbaren Moleküle grofs sind und die charakteristische Eigenschaft besitzen, nur von dem Bewegungszustand des Elements abzuhängen, und nicht von der Verschiebung aus der Gleichgewichtslage.

Sich stützend auf die Analogie, welche nach dieser Voraussetzung zwischen den Oscillationen eines Pendels in einem widerstehenden Mittel und der Vibrationsbewegung des Aethers stattfindet, gelingt es ihm zu zeigen, dafs die durch diese Bewegung entwickelten widerstehenden Kräfte die Form haben müssen

$$a_1 \frac{ds}{dt} + a_2 \frac{d^2s}{dt^2} + a_3 \frac{d^3s}{dt^3} + \text{etc.} \quad . \quad . \quad (74)$$

worin s die Verschiebung des Elements und a_1, a_2, a_3 Constanten sind, die von der Constitution des Aethers und der wägbaren Materie abhängen. Nimmt man überdiefs an, die Vibrationen geschähen nach dem Gesetz welches der reelle Theil des Ausdrucks

1) Phil. Mag. 1844 (3) XXV. p. 326 et 521; XXVI. p. 114 et 287.

$$\Phi e^{-ist}$$

, worin Φ eine von t unabhängige Function ist, so h der Ausdruck (74) reduciren auf

$$P\frac{ds}{dt} + Q\frac{d^2s}{dt^2},$$

ıan zur Abkürzung setzt:

$$P = a_1 - a_3 s^2 + a_5 s^4 - \ldots.$$
$$Q = a_2 - a_4 s^2 + a_6 s^4 - \ldots.$$

das zweite Mittel der in einem Metall enthaltene

Wendet man im gegenwärtigen Fall die vor en Betrachtungen an, so werden die von der wäg- Materie auf ein Aetherelement ausgeübten Projec ıuf die Widerstandsaxen ausgedrückt seyn durch

$$-\left(P'\frac{d\xi'}{dt} + Q'\frac{d^2\xi'}{dt^2}\right),$$
$$-\left(P'\frac{d\eta'}{dt} + Q'\frac{d^2\eta'}{dt^2}\right),$$
$$-\left(P'\frac{d\zeta'}{dt} + Q'\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\right).$$

die Bewegungsgleichungen zu erhalten, muſs man des d'Alembert'schen Princips in den Glei- (4) Seite 182 die X, Y, Z ersetzen durch die ke:

$$-\frac{d^2\xi'}{dt^2} - \left(P'\frac{d\xi'}{dt} + Q'\frac{d^2\xi'}{dt^2}\right),$$
$$-\frac{d^2\eta'}{dt^2} - \left(P'\frac{d\eta'}{dt} + Q'\frac{d^2\eta'}{dt^2}\right),$$
$$-\frac{d^2\zeta'}{dt^2} - \left(P'\frac{d\zeta'}{dt} + Q'\frac{d^2\zeta'}{dt^2}\right).$$

erfahrend, kann man diese Gleichungen schreiben:

$$\left.\begin{aligned} R'\frac{d\xi}{dt} &= (G'-H')\frac{dv}{dx} + H'\left(\frac{d^2\xi}{dx^2} + \frac{d^2\xi}{dy^2} + \frac{d^2\xi}{dz^2}\right) \\ R'\frac{d\eta}{dt} &= (G'-H')\frac{dv}{dy} + H'\left(\frac{d^2\eta}{dx^2} + \frac{d^2\eta}{dy^2} + \frac{d^2\eta}{dz^2}\right) \\ R'\frac{d\zeta}{dt} &= (G'-H')\frac{dv}{dz} + H'\left(\frac{d^2\zeta}{dx^2} + \frac{d^2\zeta}{dy^2} + \frac{d^2\zeta}{dz^2}\right) \end{aligned}\right\} (75)$$

wenn man zur Abkürzung setzt:

$$R' = \frac{P'}{1+Q'};\quad G' = \frac{L+2M}{\varrho'(1+Q')};\quad H' = \frac{M}{\varrho'(1+Q')}.$$

P' und Q' sind gegeben durch die Formeln:

$$P' = a_1 - a_3 s^2 + a_5 s^4 - \ldots.$$
$$Q' = a_2 - a_4 s^2 + a_6 s^4 - \ldots.$$

Den Gleichungen (75) kann genügt werden durch Integrale von der Form (50)

$$\xi = Ae^{-Ux + i(ux + vy - st)}$$
$$\eta = Be^{-Ux + i(ux + vy - st)}$$
$$\zeta = Ce^{-Ux + i(ux + vy - st)}$$

Die darin eintretenden Constanten müssen den beiden Systemen von Gleichungen genügen: man muſs haben:

$$\left.\begin{aligned} &A'(u' + iU') + B'v = o \\ &s^2 - iR's = H'(k' + iK')^2 \\ &(k' + iK')^2 = (u' + iU')^2 + v^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (76)$$

oder vielmehr

$$\left.\begin{aligned} &\frac{A''}{u'' + iU''} = \frac{B''}{v};\ C'' = 0 \\ &s^2 - iR's = G'(k'' + iK'')^2 \\ &(k'' + iK'')^2 = (u'' + iU'')^2 + v^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (77)$$

Der erste Modus giebt die transversalen Vibrationen, der zweite die longitudinalen.

Die Relationen (76a) und (76c) sind identisch mit denen (51) und (57) von Cauchy. Ebenso sind die Bedingungen bezüglich der Oberfläche offenbar dieselben in beiden Fällen. Daraus muſs man schlieſsen, daſs die daraus von O'Brien abgeleiteten Formeln, obwohl sie sich unter einer andern Form darbieten, im Grunde identisch sind mit denen von Cauchy, wenigstens wenn man die Ellipticität vernachlässigt, die von den longitudinalen Vibrationen herrührt. Was diese letzteren Vibra-

tionen betrifft, so muſs man nämlich bemerken, daſs sie nach den Formeln (77) nicht ganz analog sind denen, welche die Reflexion an durchsichtigen Substanzen erzeugt. Denn die Gröſse u'' kann nicht gleich Null seyn, weil das zu der unmöglichen Relation führt:

$$R' = o$$

Die Analyse von O'Brien giebt überdies die Relation (76b)

$$s^2 - i R' s = H' [(u' + i U')^2 + v^2],$$

oder was auf dasselbe hinausläuft

$$s^2 = H' (u'^2 + v^2 - U'^2); \; R' s = -2 H' u' U' \quad . \quad (78)$$

Gesetzt, das erste Mittel sey freier Aether, nur seyen ω und ω' die respectiven Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im ersten und im zweiten Mittel, so hat man

$$s^2 = \omega^2 k^2 = \omega'^2 (u'^2 + v^2),$$

woraus

$$u'^2 = k^2 (\mu^2 - \sin^2 \alpha).$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen (78), so erhält man nach Elimination von U'

$$\left(\mu^2 - \frac{\omega^2}{H'}\right) (\mu^2 - \sin^2 \alpha) = \frac{R'^2 \omega^2}{4 H'^2} \cdot \frac{1}{k^2} \quad . \quad . \quad (79)$$

Um einen genäherten Werth vom Brechungsindex zu erhalten, kann man beim zweiten Gliede der Ausdrücke für die Widerstandskräfte stehen bleiben, was P' und Q' und folglich R' und H' auf Constanten reducirt. Erinnert man sich der Formel $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, so sieht man, daſs die Werthe von μ, berechnet mittelst der Relation (79) für eine gegebene Incidenz, mit λ zunehmen, d. h. daſs die Dispersion der Metalle im Allgemeinen anomal seyn muſs, entgegengesetzt der bei durchsichtigen Körpern. Wir werden indeſs weiterhin zeigen, daſs die Gleichung (79) nicht verträglich ist mit der Relation (73).

Die ersten Versuche zur Prüfung der theoretischen Formeln verdankt man Mac-Cullagh[1]). Er fand, daſs seine Resultate mit groſser Genauigkeit repräsentirt wer-

1) *Proceed. of the Irish Acad.* 1842—43, *VII. p.* 375.

den, selbst durch die vereinfachten Formeln, welche übereinstimmen mit denen, die wir sogleich (80) geben werden.

Zahlreichere Bestätigungen haben Herrn Jamin's Untersuchungen über die Metall-Reflexion geliefert[1]). Derselbe hat alle experimentell gefundenen Thatsachen verglichen mit den nach Cauchy's Formeln berechneten Resultaten. Um die theoretischen Werthe der Intensität herzuleiten, bediente er sich der vereinfachten Formeln. In der That ist die Gröfse $^1|c$ für die Metalle so klein, dafs es erlaubt ist, die höheren Potenzen zu vernachläfsigen. Alsdann reduciren sich die Formeln (63) auf:

$$\varrho = \gamma; \; r = c.$$

Nun haben wir vorhin für die Haupt-Incidenz die Relation (70) gefunden, woraus

$$\gamma = 2\,\Theta; \; c = \sin A \operatorname{tang} A.$$

Bringt man diese Werthe in die Gleichungen (64) . . . (67), so erhält man zur Berechnung der Intensitäten die Formeln:

$$\left.\begin{aligned} J_1^2 &= \operatorname{tang}\left(\Psi_1 - \frac{\pi}{4}\right), \\ \cot\Psi_1 &= \cos 2\,\Theta \sin\left[2 \operatorname{Arctang} \frac{\cos A \cos a}{\sin^2 A}\right], \\ J_2^2 &= \operatorname{tang}\left(\Psi_2 - \frac{\pi}{4}\right), \\ \cot\Psi_2 &= \cos 2\,\Theta \sin\left[2 \operatorname{Arctang} \frac{\cos A}{\sin^2 A \cos a}\right]. \end{aligned}\right\} \quad . . (80)$$

Aus dieser Vergleichung geht hervor, dafs die beobachteten und berechneten Werthe eine gröfstmögliche Uebereinstimmung zeigen, d. h. die Unterschiede immer Gröfsen von der Ordnung der Beobachtungsfehler sind. Man mufs jedoch bemerken, dafs das Verfahren zur Messung der Intensitäten keiner grofsen Vollkommenheit fähig ist.

1) *Compt. rend.* 1845, *XXI. p.* 430, *et les Tomes suiv.* — *Ann. de chim. et de phys., XIX. p.* 296, 1847; *XXII. p.* 311, 1848.

Unter den von Herrn Jamin gefundenen Resultaten, welche Cauchy's Theorie nicht vorausgesehen hatte, ist zunächst zu erwähnen, dafs bei den von ihm beobachteten Metallen die Haupt-Incidenzen A vom Rothen zum Violetten abnehmen, dafs aber für die Gröfse Θ kein solch allgemeines Gesetz besteht. Man kann daraus schliefsen, dafs die Dispersion der Metalle im Allgemeinen anomal seyn mufs, dafs sie aber nach den Berechnungen von Beer[1]) und von Eisenlohr[2]) nicht immer der der durchsichtigen Körper entgegen ist.

Die Versuche der Herren de la Provostaye und Desains über die Reflexion der strahlenden Wärme haben auch Resultate ergeben[3]), die mit den aus Cauchy's Formeln abgeleiteten übereinkommen.

Herr Haughton hat sich mit dem experimentellen Studium der Reflexion des Lichts von Metallen beschäftigt[4]), aber seine Beobachtungen sind noch nicht mit den theoretischen Formeln verglichen.

Endlich hat Herr Quincke in seinen umfangreichen optischen Untersuchungen die Reflexion und die Refraction bei Metallen durch mehre Methoden untersucht[5]). Er hat erkannt, dafs die Cauchy'schen Formeln die Resultate der Erfahrung auf eine genügende Weise darstellen, nicht allein für die gewöhnliche Reflexion, sondern auch für die Reflexion an sehr dünnen und durchscheinenden Metallblättchen. Zur Berechnung des Intensitätsverhältnisses und der Phasendifferenz bedient er sich der folgenden vereinfachten Formeln

1) Pogg. Ann. XCII. p. 417.

2) Pogg. Ann. CIV. p. 375.

3) *Compt. rend.* 1847, *XXIV. p.* 684. — *Ann. de chim. et de phys.* 1849, *XXVII. p.* 121.

4) *Phil. Transact.* 1863, *p.* 81.

5) Pogg. Ann. 1863, CXIX. p. 368 und CXX. p. 599; 1866, CXXVIII. p. 541 und CXXIX., p. 177; 1867, CXXXII. p. 321 und 561 1871, CXLII. p. 177 und 380.

$$\left.\begin{aligned}\cos 2\vartheta &= \cos 2\,\Theta \sin\left[2\ \text{Arctang}\ \frac{\sin\alpha\ \text{tang}\,\alpha}{\sin A\ \text{tang}\,A}\right]\\ \text{tang}\,\varDelta &= \sin 2\,\Theta\ \text{tang}\left[2\ \text{Arctang}\ \frac{\sin\ \alpha\ \text{tang}\ \frac{\alpha}{2}}{\sin A\ \text{tang}\ \frac{A}{2}}\right]\end{aligned}\right\}\ .\ (81)$$

deren Approximationsgrad dem der Formeln (80) gleich ist.

Er hat auch versucht den Refractionsindex der Metalle direct zu messen, hat aber dies schwierige Problem noch nicht auf eine definitive Weise gelöst.

Zusammengefafst, in allen Fällen, wo es möglich war die Formeln (64) . . (69) mit den Beobachtungen zu vergleichen, hat man sie immer mit diesen übereinstimmend gefunden, wenn es sich um die Metallreflexion handelte.

Was dagegen die Gleichung (79) betrifft, so hat man zu bemerken, dafs sie nicht mit der Relation (73) vereinbar ist. Die Erfahrung zeigt nämlich, dafs bei den Metallen r und ϱ fast constante Gröfsen sind. Mit Rücksicht auf diese Thatsache sieht man leicht, dafs es unmöglich ist, der Gleichung (79) durch aus der Formel (73) gezogene Werthe von μ^2 zu genügen, weil H' und R' Constante sind, wenigstens für einen bestimmten Werth von λ. Dieſs ist der Hauptfehler der O'Brien'schen Theorie, welche, da sie eine rationelle Aufstellung der Gleichung (57) zur Absicht hat, ohne dieses Aufmerksamkeit verdienen würde, obwohl seine Fundamentalhypothese nicht übereinstimmt mit Cauchy's Ideen von der Constitution der Körper.

(Schlufs im nächsten Heft.)

II. *Studien über erd-magnetische Messungen;* *von Karl Braun, S. J.*

(Fortsetzung von S. 353.)[1])

B. Deklinations-Bestimmungen mittelst des Inklinatorium's.

aſs mit Hilfe des Inklinatorium's auch die Deklination timmt werden kann, ist sehr einleuchtend. Man ucht nur dasjenige Azimuth aufzusuchen, in welchem Nadel sich genau vertikal stellt, so liegt 90° davon magnetische Meridian. Vergleicht man dann diese llung mit einem Gegenstand, dessen astronomisches muth bekannt ist, so ergiebt sich die Deklination sehr ht. Ob diese Idee schon practisch ausgeführt worden, l ob sie von einigem Erfolg gewesen sei, ist mir nicht annt. Ich wurde darauf geleitet durch das Streben, dem Nadel-Inklinatorium alle magnetischen Elemente timmen zu können. Im folgenden werde ich zuerst die mir befolgte Methode erklären und dann eine Prüg über den von derselben zu erwartenden Grad von nauigkeit anstellen.

Um diese Methode auszuführen, muſs an dem Inklinaium ein *Fernröhrchen* mit Fadenkreuz angebracht wera. Ich befestigte ein solches auf der Alhidade des rtikalkreises zwischen den Mikroskopen in einer Weise, s es sehr leicht entfernt werden konnte, nämlich mitst der Schrauben, welche die Ablenkungs-Nadel bei der oyd'schen Intensitätsbestimmung, resp. deren Futteral thalten. Mittelst dieses Fernröhrchen ist es sehr leicht, s Instrument in den astronomischen Meridian zu bringen. t man einen constanten Beobachtungsort, so ermittelt n ein- für allemal das Azimuth einer geeigneten Mire. dieser Vortheil nicht vorhanden, so berechnet man das imuth aus der Stellung der Sonne, welche mittelst des trumentes selbst gemessen wird.

Berichtigung: S. 335 Z. 3. u. 4 ist G′ mit G und G‴ mit G″ zu vertauschen; ebenso S. 337 Z. 16, i_4 mit i_3 und i_8 mit i_7.

Es ist ferner auch leicht, die Lage des magnetischen Meridians zu bestimmen. Man braucht zu dem Zweck nur die Inklination der Nadel in einer Vertikal-Ebene zu messen, welche angenähert senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht. Und da dieſs ohnehin schon bei jeder vollständigen Inklinations-Messung geschieht, so ist ersichtlich, daſs man die Deklination mit den Daten der Inklinations-Messung selbst schon bestimmen kann, ohne daſs weitere Operationen verlangt würden. Nur müssen die Messungen in der magnetischen West-Ost-Ebene mit viel mehr Sorgfalt ausgeführt werden, als es zum Zweck der bloſsen Inklinationsbestimmung nothwendig wäre. Aus den beiden Inklinationen i' und i'' (v. sup.) findet man dann sehr leicht den Winkel a, um welchen der vorläufig angenommene magnetische Meridian von dem wahren abweicht, durch die einfache oben schon abgeleitete Formel (4) $i_{,,} = -\cot. i. a$, oder $a = -i_{,,}.\ \mathrm{tg}\, i$, in welcher $i_{,,}$ die beobachtete Abweichung der Nadel von der Vertikalen bedeutet.

Obwohl dieſs Alles sehr einfach ist, gebe ich doch eine ganz kurze Beschreibung der auszuführenden Operationen, hauptsächlich um einige practische Regeln dabei anzugeben, welche beobachtet werden müssen, wenn das Resultat genau werden soll, oder welche doch die Ausführung wesentlich erleichtern.

Um also eine vollständige Bestimmung der Deklination und Inklination auszuführen, beginnt man mit dem Horizontalstellen des Instrumentes. Hierin nun ist keineswegs eine so groſse Genauigkeit erforderlich, als man zu glauben geneigt ist. Man kann in der That die Libellen-Blase um einen ganzen Zoll ihren Stand ändern lassen, ohne daſs die abgelesene Inklination sich um mehr als etwa zwei Minuten änderte. Abweichungen von 1^{mm} oder 2^{mm} sind also von sehr wenig Bedeutung.

Dann wird die Nadel ummagnetisirt, und zwar so, daſs bei allen entsprechenden Messungen stets das gleiche Ende den gleichen Pol besitzt. Nadel, Zapfen und Agat-

Kanten werden mit einem weichen Pinsel überfahren, nöthigenfalls auch die Nadel mit einem weichen Läppchen von Stahltheilchen gereinigt, und diese eingelegt — alles mit Hilfe zweier Pincetten von Ebenholz oder Fischbein[1]), und ohne die Nadel mit bloſsen Fingern zu berühren.

Dann orientirt man das Instrument. Zu diesem Zweck pflegt man so zu verfahren, daſs man die Nonien auf 90° einstellt, und dann das Instrument dreht, bis die Nadelspitzen in den Mikroskop-Fäden einspielen. Wegen der Excentricität, Collimation etc. wird dann das Inklinatorium um etwa 180° gedreht und ebenso verfahren. Aus den beiden Azimuthal-Stellungen nimmt man das Mittel, und mit diesem erhält das Instrument die gewünschte Orientation.

Weit leichter und genauer geschieht aber diese Orientation mittelst des Fernröhrchens, wenn eine Mire von bekanntem Azimuth vorhanden ist. Man visirt nur die Mire, und dreht dann das Instrument um den Betrag des magnetischen Azimuths derselben (unter Annahme einer angenäherten Deklination) plus der Collimation des Fernröhrchens, welche constant und schon vorher ermittelt ist. Damit ist das Inklinatorium im magnetischen Meridian aufgestellt; und habe ich bei diesem Verfahren nur Azimuth-Fehler von höchstens 6 Minuten gemacht, während bei dem gewöhnlichen Verfahren Fehler von 20 und mehr Minuten vorkamen.

Die gefundene Azimuthal-Stellung ändert man dann noch ein wenig, bis der Nonius gerade eine ganze Minute angiebt. Da man das Instrument 15mal drehen und den Nonius auf dieselbe Zahl der Limbus-Theilung einstellen muſs, so erreicht man dieſs unvergleichlich leichter und sicherer, wenn man jedesmal auf eine ganze Minute einstellt, als wenn auch noch ein Bruchtheil abgeschätzt werden müſste. Da ein kleiner Fehler unvermeidlich ist,

1) Ich habe zu diesem Zweck ein eigenes Zängelchen aus Messing construirt mit breiten leder-belegten Spitzen, welches sehr gute Dienste leistet.

der nachher durch Rechnung eliminirt wird, so ist die kleine Aenderung des Fehlers ohne allen Nachtheil. Das so bestimmte Azimuth wird notirt. Dann notirt man auch noch das Instrumental-Azimuth eines fernen Gegenstandes oder einer Mire, auch wenn deren absolutes Azimuth nicht bekannt ist. Dieselbe visirt man sowohl in der Stellung „Kreis links“ als auch „Kreis rechts.“

Die Messungen an der Nadel selbst bilden — wie schon bemerkt — 4 Gruppen, entsprechend dem viermaligen Ein- oder Umlegen der Nadel. In der ersten mifst man die Stellung der Nadel, während der Kreis successiv gegen Süd, Nord, Ost, West steht. Dann legt man die Nadel um und macht die gleichen Messungen in umgekehrter Ordnung.

Nach dieser ersten Hälfte der Messungen ist es gut, wieder die Mire zu beobachten, um sich zu überzeugen, dafs das Instrument keine azimuthale Verschiebung erlitten habe. Doch genügt dazu eine einzelne Beobachtung, z. B. mit „Kreis links“ *oder* „Kreis rechts“. Danach werden die Pole gewechselt, und dieselben Messungen der Nadel-Stellungen in gleicher Ordnung wiederholt. Am Schlufs beobachtet man nochmals die Mire, und zwar mit „Kreis links“ *und* „Kreis rechts“. Diefs ist die ganze Operation, und bei einiger Uebung kann dieselbe recht gut in 55 Minuten vollendet werden.

Es ist aber hierbei in Bezug auf die Messungen in der magnetischen Ost-West-Ebene ein Umstand sehr wohl im Auge zu behalten, dafs man nämlich die Ablesungen stets auf den richtigen Nullpunkt beziehe. Dieselben geschehen nahe bei dem Theilstrich 90°; und dieses 90 gehört zweien entgegengesetzen Graduationen an. Man mufs aber als Nullpunkt stets einen *im Raum fixen* Punkt annehmen; z. B. den magnetischen Ost-Punkt oder den West-Punkt. Damit ist natürlich verbunden, dafs der instrumentale Nullpunkt beständig wechselt; und eben deshalb erfordern diese Ablesungen Aufmerksamkeit. Ich habe stets die Winkel vom magnetischen Ost-Punkt an abwärts gezählt,

. das möchte vielleicht auch vorzuziehen seyn, indem
n die Correction $\alpha = -\Delta a$ im Azimuth mit dem
nkel $i_{,,}$ gleiches Vorzeichen bekommt, und die Win-
a und *i''* im gleichen Sinn ab- oder zunehmen.
Dieselbe Vorsicht ist auch bei den einfachen Inklina-
ısmessungen nothwendig. Zwar kann hiebei der Win-
$i_{,,}$ im Mittel positiv oder negativ seyn, ohne dafs die
rection für die Inklination ihr Zeichen änderte; aber
:s Mittel selbst wird nicht den richtigen Werth be-
ımen, wenn man nicht bei den einzelnen Messungen
richtigen Nullpunkt einhält.
Die *Rechnung* ist dann sehr einfach. Man bestimmt
Mittelwerthe für *i'* und *i''*; daraus die *Correction* $\alpha =$
$. i_{,,} = tg\, i\,. (90^0 - i'')$, wobei für *i* ohne Bedenken
h ein angenäherter, für längere Zeit constanter Werth
etzt werden kann, und dieses α fügt man mit dem aus
:er Gleichung selbst sich ergebenden Vorzeichen dem
gangs notirten Azimuth hinzu. Damit ist das Instru-
ıtal-Azimuth des magnetischen Meridians genau be-
ımt. — Die Vergleichung mit astronomischen Azimuthen
chieht dann im Allgemeinen wie bei anderen Deklina-
en, obgleich dabei in der Praxis das Inklinatorium
h mehrfache Vortheile besitzt, wie weiter unten gezeigt
d.
Was nun die *Genauigkeit* dieser Methode der Dekli-
ionsbestimmungen angeht, so ist vor allem ein bedeu-
ler systematischer Fehler hervorzuheben. Durch das
n beschriebene Verfahren wird nämlich die *Drehungs-
se der Nadel* in den magnetischen Meridian gebracht;
ch astronomische Operationen, Beobachtung von
'en etc. wird nicht diese, sondern die *Ebene des
'tikalkreises* mit dem astronomischen Meridian ver-
:hen. Man kann aber auch bei den allerbesten Instru-
ıten nicht voraussetzen, dafs beide Ebenen genau
allel seyen. Die gefundene Deklination bedarf also
h einer Correction, welche eben gleich dem Winkel

ist, den diese beiden Ebenen im azimuthalen Sinn mit einander bilden.

Diese Correction kann mit Hilfe einiger kleinen Zuthaten mit dem Instrument selbst bestimmt werden. Man befestigt ein kleines Stückchen von einem Spiegel an einem Ende der Nadel parallel zu deren Fläche. Das Fernröhrchen, welches zu diesem Zweck die Beleuchtung der Fäden von der Okularseite gestatten mufs (wie bei dem Lamont'schen Theodolit), wird durch eine eigene Vorrichtung senkrecht zum Vertikalkreis an dessen Alhidade befestigt. Dann beobachtet man in dem Spiegelchen das reflectirte Bild des vertikalen Fadens, und bringt es mit irgend einem im Fernrohr nahe daneben erscheinenden irdischen Gegenstand durch die Mikrometerschraube des Horizontalkreises zur Coincidenz. Geschieht dies einmal, während das Spiegelchen von dem oberen Ende der in der Gabel vertikal gehaltenen Nadel getragen wird, und dann wieder, wenn dasselbe Ende 180° davon entfernt unten steht, so ist die für die zweite Beobachtung nothwendige Drehung am Horizontalkreis gleich dem doppelten Werth der gesuchten Correction.

Ich habe indessen diese Correction nicht auf diesem Wege, sondern nur durch Vergleichung der Resultate mit denen eines guten Deklinatoriums bestimmt. Das möchte vielleicht auch vorzuziehen seyn, falls man ein zuverlässiges Deklinatorium zeitweilig zur Verfügung haben kann; obgleich man damit auf den principiellen Vorzug, dafs das Inklinatorium den *absoluten* Werth der *Deklination* angebe, verzichten würde. — Uebrigens hoffe ich nach einiger Zeit noch eine andere Methode anzugeben, mittelst des Inklinatoriums die absolute Deklination zu bestimmen, welche von diesem Fehler unabhängig ist. Dieselbe bedarf nur erst noch der experimentellen Prüfung.

Die *Genauigkeit* solcher Deklinationsbestimmungen ist also dann nur noch von den *zufälligen Fehlern* abhängig. In Bezug auf diese nun scheint es wohl, dafs dieselben hinter den mit guten Deklinatorien angestellten Messungen

zurückstehen müfsten. Denn jene Methode hat für's erste den Nachtheil, dafs die Messung von Inklinationen an sich nicht einer solchen Präcision fähig scheint, welche bei einer Deklinations-Nadel mit Faden-Suspension erreichbar ist. Dann aber kommt noch dazu, dafs ein etwaiger Fehler in der Inklination i'' durch die Multiplikation mit tg i noch beträchtlich vergröfsert wird.

Dennoch glaube ich, dafs diese Uebelstände nicht von grofsem Belang sind, und dafs man solche Deklinationsbestimmungen für hinreichend genau und auch dem heutigen Stand der Wissenschaft entsprechend halten kann. Die Deklinatorien selbst sind dagegen ihrerseits Fehlern unterworfen, von welchen die Inklinatorien frei sind. Dahin gehört namentlich der durch die Torsion des Fadens bewirkte Fehler, welcher nur schwer genau bestimmt und nie vollständig eliminirt werden kann.

Die *Torsion* eines Suspensionsfadens organischen Ursprungs ist zunächst nicht eine constante Gröfse, sondern von vielen Umständen, wie Temperatur, Feuchtigkeit, Bestrahlung durch die Sonne etc. abhängig. In der That habe ich bei meinen Schwingungsbeobachtungen mehrmals bemerkt, wie innerhalb 20 Minuten die Gleichgewichtslage der Nadel um volle 2 Minuten mehr sich änderte, als die gleichzeitigen Beobachtungen am Variations-Deklinatorium ersehen liefsen, und doch habe ich noch die directe Bestrahlung durch die Sonne durch einen Schirm abgehalten. — Aber auch wenn die Torsion constant wäre, so ist doch bei den gebräuchlichen Deklinatorien kein Mittel gegeben, den Torsions-Winkel genau zu bestimmen. Man ist darin vielmehr auf eine Schätzung der Stellung des Hilfsstabes angewiesen, und diese ist wohl Fehlern von 10 bis 20 Grad ausgesetzt, was dann in der Deklination schon einen Fehler von 1 Minute hervorbringen kann.

Bei der Deklinationsbestimmung mittelst des Inklinatorium's giebt es keine Torsion. Die Genauigkeit der Inklinationsmessungen ist, wie oben nachgewiesen wurde,

durch den mittleren Fehler von 20 Sekunden angegeben. Allerdings würde derselbe für die vertikale Componente in Rom etwa 23″,5 seyn, aber in Deutschland würde er wegen der stärkeren vertikalen Intensität wieder etwa = 20″ seyn. Wird dieſs mit tg i multiplicirt, so ergiebt sich für die Deklinationsbestimmungen in den mittleren Theilen Europa's ein mittlerer Fehler von 30 bis 50 Sekunden, was wohl als eine hinreichende Genauigkeit gelten kann.

Dazu sollte nun allerdings scheinbar der Fehler kommen, welchen die fehlerhafte Gestalt der Nadelzapfen, der etwaige Magnetismus von Instrumentaltheilen, der Mangel an Planparallelismus der Glasscheibe etc. in dem absoluten Werth der Inklination verursachen. Allein eine aufmerksame Betrachtung zeigt, daſs diese Fehler schon bei den Messungen von i″ im Mittel vollständig von selbst eliminirt werden. Die Nadel steht nämlich bei diesen Messungen vertikal, ruht somit stets auf denselben Punkten der Zapfen und folglich kommt der Zapfenfehler gleichvielmal positiv und negativ in der gleichen Gröſse vor, verschwindet somit im Mittel. Ebenso haben die anderen Fehler absolut einen constanten Werth; weil aber die Ablesungen abwechselnd in zwei entgegengesetzten Richtungen an der Graduation erfolgen (v. sup. S. 416), so sind die Fehler ebensovielmal positiv wie negativ, und fallen deshalb im Mittel von selbst weg. — Aber auch wenn dieselben nicht von selbst eliminirt würden, so würden sie dennoch durch den Uebergang zur Deklination wegfallen, wenn man die nothwendige Correction (v. s. 418.) durch Vergleichung mit einem guten Deklinatorium ermittelt. Diese Correction würde dann die Wirkung jener Fehler schon in sich begreifen, und somit eliminiren.

Diese theoretischen Betrachtungen habe ich nun an den Resultaten meiner Messungen geprüft. Zu dem Ende reducirte ich alle von mir ausgeführten Bestimmungen auf den Skalentheil 80 des Variations-Deklinatoriums. So erhielt ich mittelst des Inklinatoriums

den	18. März	1870	reduc.	Deklin.	13°	15′,76	mit	Nadel	I.
„	18. „	„	„	„	13°	15′,615	„	„	II.
„	21. „	„	„	„	13°	14,504	„	„	I.
„	9. Mai	„	„	„	13°	15,75	„	„	I.
„	20. Juni	„	„	„	13°	15,91	„	„	I.
„	„ „	„	„	„	13°	15,75	„	„	II.
„	21. Juli	„	„	„	13°	18,71	„	„	I.
„	10. August	„	„	„	13°	14,90	„	„	II.
„	13. „	„	„	„	13°	15,74	„	„	I.
„	27. „	„	„	„	13°	15,22	„	„	I.
					Mittel	13° 15,786			

Aus diesen Zahlen ergiebt sich nach der Methode der kleinsten Quadrate als mittlerer Fehler 1′,123 oder 67,4 Sekunden.

In gleicher Weise stellte ich die durch das Deklinatorium[1]) erhaltenen Resultate zusammen, nämlich

den	22. März	1870	reduc.	Deklin.	= 13°	10′,230
„	12. Mai	„	„	„	= 13°	7,831
„	15. Juli	„	„	„	13°	12,354
„	11. August	„	„	„	13°	10,863
„	28. „	„	„	„	13°	9,250
				Mittel	13°	10′,106

Diese Zahlen geben einen mittleren Fehler von 1′,696 oder 101,8 Secunden an.

Dieselbe Untersuchung stellte ich dann auch über die im Jahre 1871 gemachten Messungen an. Dabei fand ich mit dem Inklinatorium

den	22. Januar	1871	reduc.	Deklin.	= 13°	20′,75	mit	Nadel	I.
„	20. Juli	„	„	„	13°	18,86	„	„	I.
„	„ „	„	„	„	13°	19,42	„	„	II.
„	10. August	„	„	„	13°	20,40	„	„	I.
„	16. „	„	„	„	13°	17,45	„	„	I.
„	30. „	„	„	„	13°	16,46	„	„	II.
„	31. „	„	„	„	13°	21,27	„	„	I.
„	1. September	„	„	„	13°	20,435	„	„	I.
„	2. „	„	„	„	13°	20,595	„	„	II.
					Mittel	13° 19′,516			

[1]) Dieſs Instrument ist gleichfalls eines von den auf englischen Stationen gebräuchlichen, von Jones in London gearbeitet und in gutem Zustand. Ebenso das unter C zu erwähnende tragbare Magnetometer.

In demselben Zeitraum gab das Deklinatorium

den	22.	Januar	1871	reduc.	Deklin.	= 13° 11',41
„	28.	August	„	„	„	13° 9,36
„	„	„	„	„	„	13° 10,60
„	29.	„	„	„	„	13° 9,044
					Mittel	13° 10',103 [1])

Die Messungen mit dem Inklinatorium zeigen also einen mittleren Fehler von 1',635 oder 98 Secunden; die mit dem Deklinatorium ausgeführten einen von 1',344 oder 81 Secunden. Diese sind etwas genauer, jene etwas weniger genau als im Jahre 1870. Dieſs ist nach dem oben (S. 346) über die Reisetouren des Inklinatoriums Gesagten nicht zu verwundern. Im Gegentheil ist es auffallend, daſs mit einem locker gewordenen Faden die Messungen noch diesen Grad von Genauigkeit haben; und ist das wohl dem Umstand zuzuschreiben, daſs hierbei der Mikroskop-Faden nur in vertikaler Stellung gebraucht wird, und bei solcher die Lockerheit des Fadens wenig Abweichung bewirkt hat. Wäre der Fehler nicht eingetreten, so würden auch die Messungen mit dem Inklinatorium genauer ausgefallen seyn als im Vorjahr. Indessen ist auch so schon im Mittel die Genauigkeit derselben gröſser, als die mit dem Deklinatorium erreichte, wenn beide Jahre zusammengefaſst werden.

Die angeführten Messungen mit dem Deklinatorium können aber auch keineswegs als besonders unvollkommen erklärt werden. In der That zeigen die Deklinationsbestimmungen an den besten Observatorien keine gröſsere Genauigkeit als diese. Man findet in den betreffenden

1) Anm. Die Vergleichung der Mittel aus entsprechenden Zahlenreihen ergiebt auch die oben besprochene Correction, um die mit dem Inklinatorium erhaltenen Resultate auf *absolute Deklination* zu reduciren. Dieselbe ist = — 5',68 für 1870 und — 9',41 für 1871. Der Vertikalkreis hat also sein Azimuth um 3',7 geändert, was ebenfalls beweist, daſs das Instrument auf den Reisen heftige Stöſse erlitten hatte.

Jahrbüchern bis in die neueste Zeit noch stets ein Schwanken der reducirten Deklination, welches innerhalb eines Jahres 5 bis 20 Minuten beträgt. Es ist das vielleicht dem Torsionsfehler zuzuschreiben und könnte als Bestätigung des oben über denselben Gesagten gelten.

Man kann danach mit Bestimmtheit behaupten, dafs bei unversehrtem Instrument und einiger Uebung und Sorgfalt im Beobachten die mit dem Inklinatorium ausgeführten Deklinationsbestimmungen wenigstens denselben Grad von Genauigkeit erreichen, wie die mit den besten gebräuchlichen Deklinatorien erzielten Resultate, und dafs man den *mittleren Fehler* sorgfältiger derartiger Bestimmungen etwa gleich *1 Minute* annehmen darf.

Uebrigens ist wahrscheinlich anzunehmen, dafs die Variationsdeklinatorien selbst nicht einen ganz fehlerlosen Gang einhalten, wie oben vorausgesetzt wird. Bei dem römischen waren aber in der That viele schädliche Spinnefädchen sichtbar. Ein Theil der Fehler wird also dann diesem Instrument zur Last fallen; und der mittlere Fehler einer Deklinationsbestimmung mit dem Inklinatorium auf etwa 50″ oder 40″ herabsinken, somit dem oben (S. 420) theoretisch gefundenen Werth (30″ bis 50″) ziemlich gleich werden.

Gilt das nun aber in Betreff der Deklinatorien an stabilen Observatorien, wo genau gemessene Miren vorhanden sind, so gilt es um so mehr bei Messungen auf Reisen. Es kommt da zu den sonstigen Ursachen von Ungenauigkeit, noch diejenige, welche mit der Bestimmung eines absoluten Azimuths verbunden ist. Darin nun ist das mit einem Fernröhrchen in beschriebener Weise ausgerüstete Inklinatorium den seither gebräuchlichen Apparaten sicher bedeutend überlegen.

Bei den seither üblichen Deklinationsbestimmungen wird mit einem andern Instrument (gewöhnlich Spiegelsextant oder Reflexions-Prismen-Kreis) die Höhe der Sonne gemessen, daraus die Zeit berechnet und die Uhr berichtigt. Dann wird mit dem Deklinatorium oder magneti-

schen Theodolit das Instrumental-Azimuth der Sonne gemessen und aus der gleichzeitig abgelesenen Zeit das *wahre* Azimuth berechnet, wonach dann das wahre Azimuth einer Mire bestimmt wird. Bei diesem Verfahren können sich Fehler einschleichen in der Bestimmung der Zeit, durch den fehlerhaften Gang der Uhr und durch die Unsicherheit bei der nothwendigen zweimaligen Ablesung derselben. Wenn ein fähiger *Gehilfe* zur Hand ist, kann man allerdings die beiden Beobachtungen ungefähr gleichzeitig machen, und dadurch die ersteren Fehler ziemlich eliminiren, den letzteren jedoch nicht. Dazu kommt, dafs bei der Messung des Azimuthes der Sonne ein Mangel an Horizontalität der Höhen-Axe das Resultat fälschen kann, ohne dafs der Fehler mit dem Instrument selbst entdeckt oder eliminirt werden könnte. Bei den englischen Deklinatorien kommen aufserdem noch andere Fehlerquellen vor, indem die Drehungsaxe des Spiegelchens nicht senkrecht zum Fernröhrchen, oder nicht parallel mit der Ebene des Spiegels, oder dieser selbst nicht genau planparallel sein kann etc.

Bei den Beobachtungen mit dem Inklinatorium fallen alle diese Fehlerquellen weg. In der That ist einleuchtend, dafs dieses Instrument durch Hinzufügung des Fernröhrchens eigentlich ein vollständiger Theodolit wird. Dieser ist aber gewifs unter allen Instrumenten das geeignetste zur Bestimmung von Azimuthen. Ich verfahre dabei practisch so: das Fernröhrchen richte ich auf die Sonne und visire dieselbe so ein, dafs sie beide Fäden tangirt (was man bei einiger Uebung im Nachfolgen durch eine der Mikrometerbewegungen mit grofser Genauigkeit erreichen kann), und lese für die Stellung, bei welcher dieses Statt fand, beide Kreise ab. Dann drehe ich das Instrument um 180°, schlage das Fernrohr durch, und stelle wieder in gleicher Weise ein, jedoch so, dafs die Sonne beide Fäden im scheinbar gegenüberstehenden Quadranten (z. B. rechts-unten, wenn vorher links-oben) berührt — wenn auch nur für einen Moment —, und lese

wieder ab. Die Mittel aus den entsprechenden Ablesungen geben dann direct die Höhe der Sonne und ihr Instrumental-Azimuth genau für einen und denselben Augenblick. Aus der Höhe berechne in dann *direct*, mit Umgehung der Zeit, das wahre Azimuth und kann dann das wahre Azimuth jeder beliebigen Mire leicht ermitteln. Gröfsere Sicherheit wird man erlangen, wenn man diese Operation Vor- und Nachmittags ausführt.

Hierbei kann die Zeitbestimmung oder die Ablesung der Uhr keinen Fehler verursachen. Man braucht gar keine Uhr, am wenigsten einen genau regulirten Chronometer. Man bedarf auch keines Gehilfen. Der etwaige Fehler in der Horizontalität der Höhen-Axe wird durch das Umdrehen und Kippen des Fernrohrs vollständig eliminirt, ebenso die übrigen Instrumentalfehler, wenn solche vorhanden seyn sollten.

Es unterliegt also wohl keinem Zweifel, dafs die Azimuthbestimmung mittelst des modificirten Inklinatoriums weit sicherer und zugleich auch leichter und einfacher ist, als nach der seither üblichen Methode. Dazu kommt aber noch die gröfsere Bequemlichkeit auf Reisen, denn man braucht weder ein Chronometer, noch Spiegelsextant oder Reflexionskreis, noch Deklinatorium. Aus demselben Grund sind denn auch die Kosten bedeutend geringer.

Aber auch die Inklinationsbestimmung selbst hat ihren Vortheil von dem hinzugefügten Fernröhrchen. Die zu denselben erforderliche Orientation ist — wie oben schon bemerkt — mittelst des Fernröhrchens viel genauer und schneller zu erreichen als durch die Vertikal-Stellung der Nadel. Zudem aber hat man durch dasselbe eine Versicherung gegen azimuthale Verschiebungen während der Operation. Es kommt sehr leicht vor, dafs das Instrument einen kleinen Stofs bekommt, sei es durch die Hand, welche oft ohne die Hilfe des Auges an dem Instrument thätig ist, sei es durch den Wind, welcher das geöffnete Thürchen unsanft zuschlägt, oder durch andere Ursachen.

Bei der gewöhnlichen Methode der Inklinationsmessungen nun hat man gar kein Mittel um sich über den ungeänderten Stand des Instruments zu versichern, sondern man muſs, um sicher zu gehen, die ganze bereits gemachte Operation wiederholen. Mittelst des Fernröhrchens dagegen kann man durch Vergleichung mit dem zu Anfang notirten Azimuth einer beliebigen Mire nicht nur über die etwaige Verrückung sich vergewissern, sondern man kann diese auch mit aller erwünschten Genauigkeit *messen*, und das Instrument sogleich wieder in die frühere Stellung zurückführen.

Aufserdem ist, wie schon bemerkt wurde, das mit dem Fernröhrchen versehene Inklinatorium thatsächlich ein vollständiger Theodolit. Man kann also mittelst desselben nicht blos astronomische Azimuthe, sondern auch die Höhe der Gestirne, die geographische Breite des Ortes etc. mit ganz hinreichender Genauigkeit bestimmen, nebstdem auch noch viele geodätische Operationen, Nivellirungen, trigonometrische Höhenmessungen u. s. w. damit ausführen. Das Inklinatorium würde also dadurch in der That einiges Recht auf den Namen eines Universal-Instrumentes haben, da mit demselben *alle* magnetischen Elemente bestimmt und sehr viele astronomische und geodätische Operationen ausgeführt werden können.

Bei alledem kostet aber ein solches Instrument noch bei weitem nicht so viel, als eines der in Deutschland gebräuchlichen Inklinatorien, welches nur die Inklination angiebt, oder als etwa das Gambey'sche Deklinatorium, welches nur die Deklination zu messen gestattet, oder als ein Lamont'scher Theodolit, welcher bei allen sonstigen vortrefflichen Eigenschaften, doch in seiner gewöhnlichen Form eigentlich kein einziges der drei magnetischen Elemente *absolut* angiebt. Ein englisches Inklinatorium von John Dover kostet nämlich 25 Pfund Sterling, und mit der Vorrichtung für die Lloyd'sche Intensitätsbestimmung 30 Pfund Sterling. Bei meinem gegenwärtigen Instrument habe ich auch den Horizontal-

kreis mit silbernem Limbus von schiefer Stellung mit beweglichen Lupen und doppelten Nonien, und beide Kreistheilungen von 30″ directer Ablesung anfertigen lassen, so dafs es mit dem Fernröhrchen im Ganzen auf fast 35 Pfund Sterling zu stehen kommt. Dieſs Instrument ist so vortrefflich gearbeitet, dafs die Excentricitäten der Nonien und der Theilung zusammen nirgends den Betrag von 12″ erreichen. Fortgesetzte Messungen haben mich überzeugt, dafs diese Dover'schen Instrumente den Barrow'schen auch in Betreff der Leistungen beträchtlich überlegen sind.

(Schluſs im nächsten Heft.)

IV. *Die Thermo-Elektricität; vom Prof. P. G. Tait.*

(Abkürzung einer im Senathause zu Cambridge am 23. Mai 1873 gehaltenen Vorlesung. Auf Wunsch des Herrn Verfassers aus der „*Nature*“ Vol. VIII. übersetzt.)

Die groſse Idee von der Erhaltung oder Unzerstörbarkeit der Kraft, — ausgesprochen vor einem Paar Jahrhunderten von Newton in einem kurzen Scholium (so weit der Zustand der experimentellen Wissenschaft seiner Zeit ihm dieſs erlaubte), bündig festgestellt für die Wärme am Ende des vorigen Jahrhunderts von Rumford und Davy, und ausgedehnt auf alle andern Kraftformen durch die glänzenden Untersuchungen von Joule — bildet das Fundament der neueren Physik.

Gerade wie in den Augen der Chemiker jede chemische Veränderung nur eine Umstellung unzerstörbarer und unveränderlicher Materie ist, ebenso ist dem Physiker jede physische Aenderung nichts als eine Umwandlung unzerstörbarer Kraft, und so kann das ganze Ziel der

Physik, so weit wir es wenigstens kennen, bezeichnet werden als das Studium der möglichen Kraft-Umwandlungen mit ihren Bedingungen und Begränzungen, so wie der gegenwärtigen Formen und Vertheilung der Kraft im Universum, mit ihrer Vergangenheit und Zukunft.

Erfahrungsmäfsig ist gefunden, dafs gewisse Kraftformen leichter oder vollständiger als andere verwandelbar sind, und so sprechen wir von höheren und niederen Formen und werden geführt zu der ungemein wichtigen Betrachtung der Degradation, oder, wie man gewöhnlicher sagt, der Dissipation der Kraft. Die Anwendung mathematischer Schlufsfolgerungen auf die Erhaltung der Kraft bietet keine speciellen Schwierigkeiten dar, welche zu Newton's Zeiten bis zu einem gewissen Grade noch nicht überwunden waren, aber ganz anders verhält es sich mit den Umwandlungen der Kraft. Und wäre es nicht durch die im Jahre 1824 von Sadi Carnot entdeckten, wundervoll originellen Processe geschehen, würden wir möglicherweise nur einen kleinen Bruchtheil der Fortschritte erlangt haben, welche die Wissenschaft seit den letzten dreifsig Jahren gemacht hat.

Zur Umwandlung der Wärme müssen wir Körper von verschiedener Temperatur haben. So wie Wasser kein „Haupt" („head") hat, wenn es nicht über den Meeresspiegel erhoben worden, so kann auch Wärme keine Arbeit thun, wenn sie nicht begleitet ist von einer Ueberführung aus einem heifseren zu einem kälteren Körper. Carnot zeigte, dafs wir, um über diesen Gegenstand zu urtheilen, *Kreisläufe* (Cycles) von Operationen haben müssen, an deren Ende die arbeitende Substanz genau wieder in ihren anfänglichen Zustand versetzt ist. Und er zeigte auch, dafs die Probe einer *vollkommenen* Maschine (d. h. der besten, die selbst theoretisch erreichbar ist) einfach darin besteht, dafs sie *umkehrbar* seyn mufs. Mit diesem Ausdruck meinen wir nicht blofs rückkehrend, wie im populären Sinne des Wortes, sondern etwas viel höheres, d. h. dafs wenn die Maschine direct arbeitet,

während Wärme aus einem heifsen Körper in einen kalten abgelassen wird, sie umgekehrt denselben Betrag von Arbeit leistet, wenn dieselbe Menge Wärme aus dem kalten Körper in einen warmen gepumpt wird. Da eine umkehrbare Maschine (theoretisch wenigstens) aus jeglicher arbeitenden Substanz construirt werden kann, und da alle umkehrbaren Maschinen unter ähnlichen Umständen arbeiten, so müssen sie äquivalent zu einander seyn (weil jede so gut ist, wie eine Maschine seyn kann), so ist klar, dafs die Arbeitsgröfse die unter gegebenen Umständen aus einem gegebenen Betrage von Wärme ableitbar ist (d. h. der Betrag der möglichen Umwandlung) nur abhängen kann von den Temperaturen der angewandten heifsen und kalten Körper. In diesem Sinne sprechen wir von Carnot's Temperatur-Function, welche mit seinem Namen ebenso unvergänglich verknüpft ist, wie das dynamische Wärme-Aequivalent mit dem von Joule.

Auf diesem Werk von Carnot fortbauend, hat Sir W. Thomson zuerst eine *absolute* Definition von Temperatur gegeben, d. h. eine von den Eigenschaften jeder besonderen Substanz unabhängigen Definition. Vielleicht giebt es keinen Ausdruck im ganzen Bereich der Wissenschaft, dessen Sinn so wenigen wissenschaftlichen Männern richtig bekannt wäre, als das gemeine Wort Temperatur. Ich glaube, es ist keine Uebertreibung, wenn ich sage, dafs bis jetzt nicht sechs Bücher veröffentlicht sind, in welchen er nur angenähert mit Richtigkeit ausgedrückt wäre. Die Form, in welcher er zuletzt aus den Händen von Joule und Thomson hervorging, befähigt uns, die Gesetze der Kraft-Umwandlung aus der Wärme-Form folgendermafsen hinzustellen.

1. Eine gegebene Wärmemenge ist äquivalent einer definitiven Umwandlung.

2. Aber nur ein Bruchtheil dieser Wärme kann selbst durch eine vollkommene Maschine umgewandelt werden; und dieser Bruch ist *definirt* als das Verhältnifs des wirk-

lichen Sinkens der Wärme zu dem ihr möglichen, wenn wir Körper erhalten und anwenden könnten, welche absolut frei wären von Wärme.

Diese Definition hat zwei grofse Vorzüge. Erstens: der äufserste Betrag von Arbeit, welcher unter irgend welchen Temperatur-Umständen aus Wärme erlangt werden kann, wird genau durch dasselbe Gesetz bestimmt, wie das, welches die Arbeit angiebt, die unter ähnlichen Niveau-Umständen vom Wasser zu erhalten ist. In diesem Fall entspricht das Meeres-Niveau dem, was absoluter Nullpunkt der Temperatur genannt wird. [Es ist hier wohl zu bemerken, dafs es die Potential-Energie des Wassers und nicht die Quantität desselben ist, welche der Wärmemenge in dieser Analogie entspricht. In dieser einfachen Bemerkung haben wir Alles, was nöthig ist, um Carnot's Schlüsse zu berichtigen, so weit sie irrig waren durch seine Annahme von der Materialität (und folglich Unzerstörbarkeit) der Wärme.]

Zweitens. Temperaturen, so definirt, entsprechen, wie Thomson und Joule durch ausführliche Versuche gezeigt haben, sehr nahe mit denen, welche vom Luftthermometer angegeben werden, und der absolute Nullpunkt liegt ungefähr 274 Centigrade unter dem Gefrierpunkt des Wassers. Ich habe diese Digression gemacht, weil ich das Wort Temperatur häufig gebrauchen mufs und ich es immer in diesem Sinn gebrauchen werde.

Der Gegenstand der Thermo-Elektricität schliefst natürlich alle von der Wärme abhängigen elektrischen Effecte ein, allein in gegenwärtiger Vorlesung werde ich mich auf die Wärme-Erzeugung in einer Kette von zwei Metallen beschränken.

Die Umwandlung der Wärme in die Kraft eines elektrischen Stroms wurde von Seebeck in den Jahren 1820 und 21 entdeckt. Sein Aufsatz über diesen Gegenstand (Abhand. d. Berlin. Akad. u. Pogg. Annal. VI.) ist besonders interessant, weil er die ganze Geschichte seiner Versuche zur Erlangung eines Volta'schen Stroms aus

iner Kette von zwei Metallen ohne Flüssigkeit sowie der Schritte giebt, durch welche er zu der Ansicht geführt wurde, dafs Wärme das wirksame Agens zur Erzeugung ler erhaltenen Ströme sey. In dieser Abhandlung giebt Seebeck die relative Ordnung einer grofsen Anzahl von Metallen und Legirungen, eine sog. thermo-elektrische Reihe, und zeigt, dafs bei allmäliger Steigerung der Temperatur *verschiedene Aenderungen in dieser Ordnung* auftreten.

In einer Note zu dieser Abhandlung erkennt Seebeck an, dafs ihm in seiner ferneren Entdeckung Cumming zuvorgekommen sey[1]) (und wirklich scheint dieser die Entdeckung der Thermo-Elektricität unabhängig gemacht zu haben.) Cumming zeigte, dafs, wenn Drähte von Kupfer, Gold u. s. w. langsam mit Eisen erhitzt werden, die Ablenkung zuerst bis zu einem Maximum steigt, dann sinkt und bei Rothgluth sich *umkehrt*.

[Der Verf. zeigt Seebeck's ursprüngliches Experiment und Cumming's Erweiterung desselben.]

Sie sehen, dafs wenn eine der Verbindungsstellen des Kupfer-Eisens in der Temperatur des Zimmers gehalten, und die andere allmählig erhitzt wird, ein Strom entsteht, dessen Intensität langsam bis zu einem Maximum steigt, dann schneller und schneller abnimmt, bis sie zuletzt Null wird und nun in *entgegengesetzter* Richtung wieder erscheint. Wir sind noch weit unter dem Schmelzpunkt des Kupfers, aber eine fernere Erhitzung erhöht den Effect nur wenig. Der Grund hiervon wird aus einigen Thatsachen hervorgehen, die am Ende dieser Vorlesung angeführt werden sollen. Im Moment des Maximalstroms sind die beiden Metalle thermo-elektrisch *neutral* gegen einander.

1) Seebeck sagt in seiner Abhandlung: Am Stabeisen hat Herr Cumming, *welcher meine thermo-magnetischen Versuche aufgenommen und seinerseits weiter verfolgt hat*, zuerst ein doppeltes Verhalten gegen Zink wahrgenommen. Von Cumming's Versuchen scheint es übrigens keine ältere Notiz zu geben als die vom Juni 1823 in den *Ann. of Phil. New Series.* Vol. v. 427. P.

Im vorliegenden Fall ist die Temperatur ungefähr 280 C.

Seebeck ermittelte, daſs Wismuth und Antimon (zu deren Wahl er durch eine sehr sonderbare Reihe von Argumenten geführt wurde) am weitesten in der Reihe aus einander ständen, und deshalb bei geringen Temperatur-Differenzen groſse Effecte gäben. Dieſs hat man zur Construction der thermo-elektrischen Säule benutzt, welche, verbunden mit einem hinreichend empfindlichen Galvanometer, bei weitem das empfindlichste Thermometer ist, welches wir kennen. Es hat neuerdings Astronomen in Stand gesetzt, die vom Monde und selbst von den helleren Fixsternen zu uns gelangende Wärme zu entdecken und zu messen. In den geschickten Händen von Forbes und Melloni ist dieſs Instrument das wirksame Mittel zum Erweise der Identität der Wärme- und Lichtstrahlen geworden, ein Fortschritt, der, in Betreff der Vereinfachung der Wissenschaft, ebenso wichtig ist, als die Entdeckung der Magneto-Elektricität, und durch Forbes noch dadurch vervollständigt wurde, daſs es ihm gelang, strahlende Wärme zu polarisiren.

Wenn wir indessen diese Frage unter dem Gesichtspunkt der Kraftumwandlung ins Auge fassen, haben wir zu fragen, *wo* ist die Absorption und *wo* das Ablassen (letting-down) der Wärme, von welchen die Entwicklung des Stroms betrachtet als Ursprung der Kraft herrührt. Sehr merkwürdig giebt uns ein Versuch von Peltier wenigstens eine theilweise Antwort. Peltier zeigte, daſs, wenn eine gegebene Metallverknüpfung bei Erhitzung einen Strom von gewisser Richtung liefert, die Einschaltung eines Batteriestroms von derselben Richtung in diese (anfänglich eine gleichförmige Temperatur besitzende) Kette eine *Abkühlung* jener Verbindungsstelle bewirkt, während der umgekehrte dieselbe erwärmt. Betrachtet die Umstände, unter welchen sie gemacht wurde, ist diese Beobachtung und die daraus gezogene Folgerung eine der auſserordentlichsten experimentellen Entdeckungen,

e je gemacht ist. Lenz brachte durch den Peltier-
hen Versuch Wasser zum Gefrieren.

Hier haben wir demnach einen umkehrbaren Wärme-
ffect, und dieſs erlaubt den Schluſs, daſs die Gesetze
r Thermodynamik hier anwendbar sind; obwohl vermöge
r Natur des Versuchs der umkehrbare Effect immer
gleitet seyn muſs von nicht-umkehrbaren, z. B. Wärme-
rlust durch Leitung und Wärme-Erzeugung durch
n Widerstand in der Kette. Die letztere ist in thermo-
ektrischen Ketten gewöhnlich klein, der erstere kann
er groſs seyn.

Aus den schönen Versuchen von Magnus ist bekannt,
aſs durch ungleiche Erwärmung einer homogenen Kette,
ie ungleich auch der Querschnitt seyn mag, keine
ermo-elektrische Wärme erzeugt werden kann, — ein
egatives Resultat von höchster Wichtigkeit. Sir W. Thom-
on, dem wir die erste und vollständigste Anwendung
er Thermodynamik auf unseren Gegenstand verdanken,
eigte, daſs das Daseyn eines neutralen Punktes noth-
endig das Daseyn eines anderen umkehrbaren Effects,
ıſser dem Peltier'schen bedinge. Und selbst, wenn
r Querschnitt variirte, zeigte das eben erwähnte
agnus'sche Resultat, daſs dieser nur in einer Fort-
hrung der Wärme durch den Strom zwischen Portionen
sselben Metalls von verschiedener Temperatur bestehen
nne. Thomson's Schluſsfolge ist sehr einfach, und
ar folgende: Gesetzt die Temperatur der heiſseren Ver-
ndungsstellen sey die des neutralen Punkts, so findet
selbst keine Absorption oder Entwicklung von Wärme
att; allein es giebt eine Entwicklung von Wärme an der
lteren Stelle und vermöge des Widerstandes in der gan-
n Kette. Die Kraft, welche dieses leistet, muſs die der
ärme seyn, entweder in dem einen oder in beiden der
trennten Metalle. Allein Schlüsse dieser Art, obwohl
e beweisen, daſs ein solcher Effect vorhanden ist, über-
ssen es directen Experimenten zu entscheiden, was die

Natur und der Betrag dieses Effectes in jedem der Metalle für sich seyn werde. Durch eine ausgedehnte Reihe sinnreicher Versuche hat Thomson das Daseyn einer Fortführung der Wärme durch den Strom erwiesen und (sonderbar genug) von entgegengesetzten Zeichen in den ersten zwei Metallen (Eisen und Kupfer), welche er untersuchte. In seinen eigenen Worten: „Glasige Elektricität führt Wärme mit sich in einem erhitzten kupfernen Leiter und harzige Elektricität thut es in einem ungleich erhitzten eisernen Leiter.“ Diese Angabe ist nicht leicht zu verstehen. Verständlicher wird sie vielleicht in folgender Form: In Kupfer sucht ein Strom von positiver Elektricität die Temperatur desjenigen Punktes, den er in irgend einem Augenblick durchläuft, gleichzumachen der des Punktes, welchen er eben verlassen hat, d. h. wenn er vom Kalten zum Heifsen geht, sucht er den ganzen Leiter abzukühlen; während er, wenn er vom Heifsen zum Kalten geht, ihn erwärmt, sich somit wie eine wirkliche Flüssigkeit in einer unregelmäfsig erhitzten Flüssigkeit verhält. Im Eisen sind die Effecte umgekehrt und Thomson spricht demnach von der specifischen Wärme der Elektricität, als sey sie positiv im Kupfer und negativ im Eisen. Er entlehnt eine sehr merkwürdige Analogie aus der Bewegung des Wassers in einer endlosen Röhre (mit horizontalen oder vertikalen Armen) erzeugt durch Dichtigkeitsunterschiede, die von Temperaturdifferenzen herrühren. Hier spielt das Dichtigkeitsmaximum des Wassers eine vorwaltende Rolle. Neulich hat Neumann versucht, mittelst der Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten und der ungleichen Ausdehnbarkeit der verschiedenen Metalle, eine physikalische Erklärung der thermo-elektrischen Ströme zu geben. Aber abgesehen davon, dafs er die positive Elektricität als eine wirkliche Flüssigkeit betrachtet, trifft seine Methode der Vorwurf, dafs sie zur Erklärung des Peltier'schen oder des Thomson'schen Versuchs nichts beiträgt, und demnach nicht als nützlich für den Gegenstand betrachtet werden kann. Aehnliches

lt von einem Versuche Avenarius' die thermo-elektrihen Ströme zu erklären, durch die Veränderung der :ktrostatischen Differenz der Potentiale mit der Tempe-:ur an den Contactpunkten der verschiedenen Metalle.

Mittelst der Thermosäule, statt der von Thomson brauchten Thermometer, hat kürzlich Le Roux den :trag der specifischen Wärme der Elektricität in verhiedenen Metallen gemessen und gezeigt, dafs sie im ei sehr klein ist oder ganz fehlt. Seltsam genug, ob-)hl er Thomson's Resultate bestätigt, nimmt er doch cht gänzlich die Schlüsse an, durch welche derselbe ı deren Vorhersagung und Entdeckung geführt wurde.

Eine der glücklichsten Ideen Thomson's hinsichtlich ieses Gegenstandes ist die Construction seines sogenann-:n thermo-elektrischen Diagramms. In seiner frühesten 'orm bestand es blofs aus parallelen Columnen, deren jede ie Namen einer Anzahl von Metallen enthielt, geordnet ıach einer thermo-elektrischen Reihe für eine besondere 'emperatur. Linien, welche die Orte des Namens von edem Metall in den verschiedenen Columnen verbanden, :eigten an, wie sie ihren Ort unter den Metallen bei Steigerung der Temperatur veränderten. Thomson sprach s deutlich aus, was durch Vervollkommnung des Dia-;ramms zu erreichen sey, liefs es aber bei dieser vorläufigen Skizze bewenden. Die Wichtigkeit der Idee ist jedoch ehr grofs; denn wenn das Diagramm sorgfältig gezeich-ıet wird, giebt es uns, wie wir sehen werden, nicht nur lie relativen Stellungen der Metalle bei verschiedenen 'emperaturen mit den Temperaturen ihrer neutralen 'unkte, sondern auch graphische Repräsentationen der pecifischen Wärme der Elektricität in jedem Metall, aus-;edrückt durch die Temperatur, ferner den Betrag des 'eltier'schen Effects und die elektromotorische Kraft sowie deren Richtung) einer Kette aus irgend zwei Metallen bei gegebenen Temperaturen ihrer Verbin-lungsstellen. Kurz, das Studium des ganzen Gegen-tandes kann auf eine nach Experimenten sorgfältig

ausgeführte Zeichnung des thermo-elektrischen Diagramms zurückgeführt werden, und die Bestätigung der thermodynamischen Theorie von Thomson wird dann bewirkt werden durch eine directe Bestimmung entweder der Peltier'schen Effecte oder der specifischen Wärme der Elektricität bei verschiedenen Temperaturen und deren Vergleichung mit den entsprechenden Angaben des Diagramms.

Das Diagramm ist so construirt, dafs die Abscissen absolute Temperaturen vorstellen, und der Unterschied der Ordinaten der Linien für je zwei Metalle bei gegebener Temperatur die elektromotorische Kraft einer Kette aus diesen Metallen ist, wenn eine der Verbindungsstellen einen halben Grad über, und die andere einen halben Grad unter dieser Temperatur liegt.

Aus dem, was folgt, wird man sehen, dafs nur eine directe Messung des Werthes der specifischen Wärme der Elektricität bei verschiedenen Temperaturen uns die wirkliche Form der irgend ein Metall repräsentirenden Linie geben kann; allein wenn die Linie für irgend ein Metall gegeben ist, so folgt die Form aller übrigen aus dem eben beschriebenen Proceſs der Ordinaten-Differenzen. So wird es gut seyn damit anzufangen, die Abscissen-Axe als die Linie für ein besonderes Metall zu nehmen (z. B. Blei, in Folge des Le Roux'schen Resultats). Und wenn dieſs in Zukunft eine Veränderung erleiden müſste, so würde eine complexe abschneidende Bewegung (shearing motion) des Diagramms parallel der Ordinatenaxe gleichzeitig alle Linien in ihre rechte Form versetzen.

Thomson's theoretische Untersuchungen lassen sich folgendermaafsen in sehr einfacher Form aufstellen: — Denken wir uns zwei Metalldrähte an dem einen ihrer Enden erhitzt, und an den kalten Enden vereint, und dann zur Kette geschlossen durch ein verschiebbares Stück oder einen verschiebbaren Ring, der immer so gestellt wird, dafs er von beiden Metallen Punkte verbindet, die gleiche Temperatur haben; sey dann E die elektromotorische Kraft,

J der Peltier'sche Effect, und σ_1, σ_2 die specifische Wärme der Elektricität in beiden Metallen. Wenn nun as verschiebbare Stück bewegt wird von Punkten von er Temperatur t zu anderen von der Temperatur $t + dt$, o ist das erste thermo-dynamische Gesetz ausgedrückt urch die Gleichung

$$dE = J(d\Pi + (\sigma_1 - \sigma_2)\, dt$$

nd das zweite durch

$$Q = d\left(\frac{\Pi}{t}\right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{t}\, dt.$$

Diese Gleichungen zeigen sogleich, dafs wenn keine lektrische Fortführung von Wärme stattfände, oder sie in eiden Metallen von gleichem Betrage wäre, der Peltier-che Effect immer proportional der absoluten Temperatur väre, und die elektromotorische Kraft proportional der 'emperaturdifferenz der Verbindungsstellen seyn würde, o dafs es da in keinem Fall einen neutralen Punkt gäbe. n der That würden die Linien in dem Diagramm für alle letalle parallel werden, und in der ersteren der beiden Hypothesen, parallel der Abscissenaxe.

Eliminirt man $\sigma_1 - \sigma_2$ zwischen den beiden Gleichungen, o kommt

$$dE = J\frac{\Pi}{t}dt.$$

Vermöge der Construction des Diagramms ist nun $\frac{E}{t}$ die Differenz der Ordinaten der Linien für die zwei letalle bei der Temperatur t. *Was also auch die Form ler Linien für zwei Metalle seyn mag:* Der Peltier'sche Effect an der Verbindungsstelle von der Temperatur t ist mmer proportional dem Areal des Rechtecks, dessen Basis lie Differenz der Ordinaten ist, und dessen gegenüber-tehende Seite ein Theil der Ordinatenaxe ist, die dem bsoluten Nullpunkt der Temperatur entspricht. Dieſs Areal wird immer kleiner, je mehr wir uns dem neutralen Punkt nähern, und wechselt das Zeichen (d. h. wird um-gekehrt), wenn wir denselben überschreiten. Vorausgesetzt

ist, daſs in jedem Fall der Strom aus demselben der beiden Metalle zu dem anderen gehe.

Die elektromotorische Kraft selbst, als Integral von $\frac{dE}{dt}$ zwischen den Temperaturgränzen, ist proportional dem Areal zwischen den Linien der beiden Metalle und den Ordinaten gezogen zu entsprechenden Temperaturen der respectiven Verbindungsstellen.

Die zweite der vorstehenden Gleichungen zeigt uns ferner, daſs der Unterschied der specifischen Wärmen in den beiden Metallen proportional ist der absoluten Temperatur und dem Unterschiede der Tangenten der Neigungen der Linien für beide Metalle gegen die Abscissenaxe. Nehmen wir an, diese Axe sey die Linie eines Metalls, in welchem die elektrische Fortführung von Wärme gänzlich fehlt, so wird das Maaſs dieser Fortführung in einem andern Metall einfach das Product der absoluten Temperatur in die Tangente der Neigung ihrer Linie gegen die Axe. Wenn sonach die thermo-elektrische Linie für ein Metall gerade ist, so ist die elektrische Fortführung in demselben immer proportional der absoluten Temperatur, und sie ist positiv oder negativ je nachdem die Linie im ersten oder im vierten Quadranten ins Unendliche übergeht. Wenn die Linien für irgend zwei Metalle gerade sind, und die eine Verbindungsstelle in constanter Temperatur erhalten wird, so ist die elektromotorische Kraft eine parabolische Function der Temperatur der anderen Verbindungsstelle; der Scheitel der Parabel wird bei der Temperatur des neutralen Punkts der beiden Metalle liegen, und die Axe wird parallel seyn der Ordinatenaxe.

Zum Nutzen derer unter meinen Zuhörern, die nicht vertraut sind mit mathematischen Ausdrücken, will ich ein Beispiel, das numerisch genau ist, geben. Man nehme Zeit für Temperatur, d. h. Jahre für Grade. Repräsentiren die Ordinate des einen Metalls die Einnahme einer Person, die des anderen ihre Ausgabe. Der Unterschied dieser Ordinaten repräsentirt den Anwuchs ihres Capitals

oder der zurückgelegten Ersparnisse, welche hier für elektromotorische Kraft stehen. So lange die Einnahme die Ausgabe übersteigt, wächst das Capital; wenn Einnahme und Ausgabe gleich werden, d. h. an einem „neutralen Punkt," bleibt das Capital unverändert, in diesem Fall einen Maximalwerth anzeigend; dann in folgenden Jahren übertrifft die Ausgabe die Einnahme und das Capital schwindet.

Geleitet von Betrachtungen über Zerstreuung (Dissipation) der Kraft, wurde ich vor einigen Jahren auf die Hypothese geführt, dafs die specifische Wärme der Elektricität, gleich dem thermischen und elektrischen Widerstand, direct proportional seyn müsse der absoluten Temperatur. Wenn diefs der Fall ist, würden die Linien in dem Diagramm für alle Metalle gerade; und Parabeln würden die graphische Repräsentation nicht nur der elektromotorischen Kraft, sondern auch des Peltier'schen Effects in Ausdrücken der Temperatur einer Verbindungsstelle. Und durch wirkliche Messung der nach Versuchen entworfenen Curven fand ich, dafs innerhalb des Bereichs der Quecksilberthermometer, die Curven der elektromotorischen Kraft irgend zweier Metalle, wie Eisen, Kadmium, Zink, Kupfer, Silber, Gold, Blei und einiger andern, Parabeln seyen mit verticalen Axen. Die Abweichungen von Parabeln waren in keinem Falle gröfser als die unvermeidlichen Beobachtungsfehler und die Abweichung der Quecksilberthermometer von absoluten Temperaturen. Wenn nun die Linie für irgend eins dieser Metalle, innerhalb dieser Temperaturgränzen gerade ist, so sind es auch die für alle übrigen. Diefs macht das Zeichnen des Diagramms innerhalb dieser Gränzen zu einer sehr einfachen Sache. Eine leichte Bestätigung liefert die Thatsache, dafs wir aus den Parabeln für die Metalle *A* und *B*, und *A* und *C* Linien für *B* und *C* ziehen können, wenn wir für *A* irgend eine Linie annehmen; und wir können dann die Temperatur der Intersection dieser Linien vergleichen mit der direct gefundenen des

neutralen Punkts von B und C. Andere Bestätigungen liefern die Tangenten der Winkel, unter welchen diese Parabeln die Abscissenaxe schneiden, denn die Summe von zwei derselben muſs in jedem Fall gleich seyn der dritten.

In der That nehmen wir, übereinstimmend mit dem oben Gesagten, an

$$\sigma_1 = K_1 t, \ \sigma_2 = K_2 t,$$

wo K_1 und K_2 Constanten sind, so geben Thomson's Formeln zugleich

$$\frac{\Pi}{t} = -\int (K_1 - K_2)\, dt$$

oder

$$\Pi = (K_1 - K_2)\ (T_{1,2} - t)\ t$$

wo $T_{1,2}$ (die Constante der Integration) einleuchtend die Temperatur des neutralen Punktes ist.

Auch

$$E = J \int \frac{\Pi}{t}\, dt = J\,(K_1 - K_2) \int (T_{1,2} - t)\, dt$$

$$= J(K_1 - K_2)\ (t - t_0)\ \left(T_{1,2} - \frac{t + t_0}{2}\right)$$

wo t_0 die Temperatur der kalten Verbindungsstelle ist. Dieſs ist die schon erwähnte parabolische Formel.

Verglichen mit der durch Beobachtung gegebenen Parabel erhalten wir die Werthe von $K_1 - K_2$ und $T_{1,2}$. Aehnlicherweise erhalten wir $K_1 - K_3$ und $T_{1,3}$. Folglich können wir $K_2 - K_3$ und (durch die zweite der obigen Gleichungen) den Werth von $T_{2,3}$ berechnen aus der Relation

$$(K_1 - K_2)\ T_{1,2} + (K_2 - K_3)\ T_{2,3} + (K_3 - K_1)\ T_{1,3} = o.$$

So haben wir die vorhin angedeuteten Mittel der Verification, denn die oben geschriebene Gleichung drückt die Relation zwischen den Tangenten der Winkel aus, unter welchen die drei Parabeln die Abscissenaxe schneiden.

[Es ist zu bemerken, daſs, wenn die Kette aus einem und demselben Metall besteht, wir haben

$K_1 = K_2$; $T = \infty$, $(K_1 - K_2)\ T = \tau$ angenommen, woher

$$\Pi = \tau t,$$

was zeigt, daſs die elektrische Fortführung der Wärme als ein Infinitesimalfall von Peltier's Effect zwischen anliegenden Portionen eines und desselben Metalles bei infinitesimal differenten Temperaturen betrachtet werden kann.

Nach derselben Hypothese haben wir auch

$$E = J\tau\ (t - t_0),$$

was übereinzustimmen scheint mit gewissen Versuchen des Herrn Durham, bei welchen sich die Ablenkung, die durch Berührung des warmen und kalten Endes eines selben Drahts entstand, sich proportional dem Unterschiede der Temperaturen ergab, unabhängig von der wirklichen Temperatur eines jeden.]

Bemüht, die Untersuchung auf Temperaturen jenseits des Bereichs der Quecksilberthermometer auszudehnen, arbeitete ich lange Zeit mit einem kleinen Luftthermometer, dessen Princip mir Dr. Joule angegeben hatte. Allein dieſs involvirte groſse experimentelle Schwierigkeiten, herrührend hauptsächlich von der chemischen Action bei hohen Temperaturen. Nach vielen unbefriedigenden Arbeiten entschloſs ich mich, die eine der thermo-elektrischen Verbindungen die Rolle des Thermometers spielen zu lassen, indem ich die Angaben der anderen beobachtete. In der That ergiebt sich aus den vorstehenden Formeln ein ungemein elegantes Resultat, wenn wir annehmen, die specifische Wärme der Elektricität sey proportional der absoluten Temperatur in jedem von vier Metallen und dann eine Curve ziehen, deren Ordinaten und Abscissen die gleichzeitigen galvanometrischen Angaben von Paaren dieser Metalle sind, mit den kalten und heiſsen Verbindungen respective bei denselben Temperaturen. Denn, wenn τ der Unterschied der absoluten Temperatur an den Verbindungsstellen ist, so haben wir

$$x = A\tau + B\tau^2,$$
$$y = C\tau + D\tau^2,$$

wo die vier Constanten abhängen von der Natur der Metalle und von der absoluten Temperatur an der kalten Verbindungsstelle. Diese Gleichungen geben:

$$(Dx - By)^2 = (CB - AD)\,(Cx - Ay),$$

welches die Gleichung einer andern Parabel ist, die auch durch den Anfangspunkt geht, aber mit ihrer Axe nicht mehr vertikal.

Einen einfachen Beweis von diesem Theorem liefert die Bewegung eines Projectils im Vacuo. Gesetzt ein Theilchen bewege sich unter dem Einflufs der Schwere und einer anderen, einer gegebenen Horizontallinie parallelen, constanten Kraft, so wird sein Weg sowohl in Ordinaten als Abscissen parabolische Functionen der Zeit haben. Allein dieser Weg kann auch gefunden werden, wenn man die beiden Accelerationen zu einer componirt, und da jede derselben constant ist in Gröfse und Richtung, so wird ihre Resultante dieselbe Eigenschaft haben, und so ist der resultirende Weg eine Parabel. Versuchend in dieser Weise eine Reihe Temperaturen bis hinauf zur Rothgluth, fand ich, dafs, während einige Paare von Ketten vortreffliche Parabeln gaben, andere weit davon abblieben, zu weilen sogar Curven mit Punkten von entgegengesetzter Biegung gaben. Ich war auf dem Punkt zu den Luftthermometern zu greifen, als ich ersah, dafs fast in jedem Fall, wo die Curve keine Parabel war, Eisen eins der angewandten Metalle war; und mit Hilfe einiger Platinlegirungen war ich im Stande, mir eine Idee von der wahren Ursache dieser Anomalie zu machen, und sie späterhin durch eine unabhängige Methode zu bestätigen. Die Ursache ist die: dafs während, wie Thomson entdeckte, die specifische Wärme der Elektricität im Eisen bei gewöhnlicher Temperatur *negativ* ist, sie bei gewisser Temperatur nahe der dunklen Rothgluth *positiv* wird und positiv bleibt, bis nahe zum Schmelzpunkt des

Eisens, wo es nach einigen meiner Versuche möglich erscheint, dafs sie abermals das Zeichen wechselt. So geht die Linie des Eisens, welche in gewöhnlichen Temperaturen gerade ist, hinab vom ersten bis zum vierten Quadranten, um dann in dem ersten wieder zu steigen.

Um auf unsere Analogie zurückzukommen: Eine durch die Eisenlinie repräsentirte Einnahme ist eine solche, die eine Reihe von Jahren hindurch stetig abnimmt, ein Minimum erreicht, und nun wieder stetig wächst. Wenn dieses von einer steten Ausgabe begleitet ist, so werden die Schwankungen des Capitals abhängen von den comperativen Werthen der Ausgabe und dem Minimum der Einnahme. Wenn die Ausgabe kleiner ist als die Minimum-Einnahme, so wird das Capital wachsen langsamer und langsamer, bis zu einem gewissen Punkt, dann schneller und schneller; es wird keinen stationären Punkt geben, wohl aber einen Punkt von entgegengesetzter Biegung. Wenn die Ausgabe genau gleich ist der Minimum-Einnahme, so wird der Punkt der entgegengesetzten Biegung auch ein stationärer. Wird die Ausgabe gröfser als die Minimum-Einnahme, so wird das Capital ein Maximum, dann folgt ein Punkt der entgegengesetzten Biegung und darauf ein Minimum. Maximum und Minimum sind die stationären Punkte, die den beiden Fällen entsprechen, in welchen die Ausgabe der Einnahme gleich ist.

Der letztere Theil dieser Angaben zeigt sich gut in dem Verhalten von Ketten aus Eisen und verschiedenen Legirungen von Platin mit Iridium, Nickel und Kupfer.

In allen diesen Fällen giebt es offenbar wenigstens zwei neutrale Punkte. Gesetzt nun die beiden Verbindungsstellen seyen erhoben respective zu der Temperatur dieser beiden neutralen Punkte, so haben wir einen thermo-elektrischen Strom, der *gänzlich* von der specifischen Wärme der Elektricität unterhalten wird, da einleuchtend ist, dafs an keiner der Verbindungsstellen eine Absorption oder eine Entwicklung von Wärme stattfindet. Nehmen wir ferner an (wie es bei einer der von mir un-

tersuchten Legirung wirklich *sehr nahe* der Fall ist), daſs die specifische Wärme der Elektricität in dem mit Eisen verknüpften Metall *Null* ist, so haben wir die merkwürdige Thatsache *eines Stroms unterhalten in einer Kette ohne Absorption oder Entwicklung von Wärme an einer der Verbindungsstellen oder in einem der Metalle, wohl aber mit Entwicklung von Wärme in einem Theile des zweiten Metalls und Absorption in dem andern Theil.* Dieſs erregt unmittelbar die Idee, daſs das Eisen über eine gewisse Temperatur erhitzt, gleichsam ein anderes Metall werde. Möglicherweise steht es im Zusammenhange mit dem Ferricum und Ferrosum der Chemiker, mit der Veränderung der magnetischen Eigenschaften des Eisens und seines elektrischen Widerstandes in hohen Temperaturen. Dr. Russel setzte mich gütigst in den Stand, diese Eigenschaften an einem von Matthiessen dargestellten reinen Eisen zu bestätigen. Aehnliche Erscheinungen finde ich am Nickel bei viel niedrigeren Temperaturen.

Die Methode der Controle, welche ich anwandte, um mich zu überzeugen, daſs diese Eigenthümlichkeiten vom Eisen herrühren und nicht von den Platinlegirungen, erfordert eine kleine Erläuterung. Sie beruht auf der Thatsache, daſs wir mit Hülfe zweier Metalle, die zu einem doppelten Bogen geschlossen worden (Drähte von den beiden werden neben einander ausgestreckt, ohne sich zu berühren, ausgenommen an den Enden), jede Portion des Feldes zwischen den Linien für diese beiden Metalle untersuchen können bloſs durch Veränderung des Widerstands-Verhältnisses in den beiden Theilen des doppelten Bogens. Solch eine complexe Vorrichtung giebt eine Linie, welche durch die Intersection der Linien beider Bestandtheile geht, und, was ihre Lage betrifft, von den relativen Widerständen derselben abhängt. Ich will Sie hier nicht quälen mit der Formel, welche die Linie für den Bogen in Ausdrücken des Widerstandes beider Metalle und ihrer Linien giebt, sondern einfach die Versuche zeigen mit Hülfe eines Gold- und eines Palladium-

drahts, von denen der eine die specifische Wärme der Elektricität positiv und der andere negativ besitzt, während ihr neutraler Punkt beträchtlich unter der Temperatur des Zimmers liegt. Zwischen diesen Linien ist die besondere Portion der Eisenlinie eingeschlossen, und wenn wir aus dem neutralen Punkt des Goldes oder Palladiums gleichsam Schüsse in verschiedenen Richtungen auf sie machen (making shots at it, as it were), werden wir im Stande seyn ihr Verhalten zu studiren.

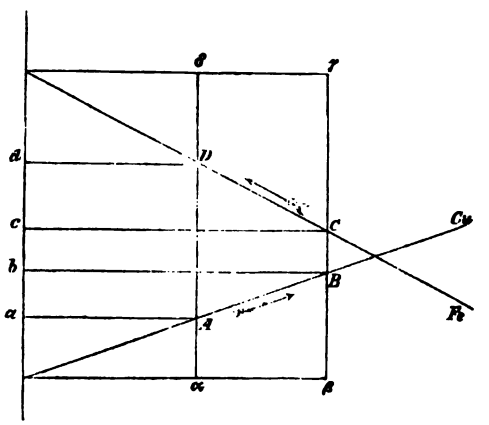
Ich habe hier Drähte von Eisen, Gold und Palladium zusammengebunden an dem einen Ende, das ihre heifse Verbindung seyn mag. Ein Ende des Galvanometers ist vereint mit dem freien Ende des Eisendrahts, das andere schleift längs einem Kupferdrahte, welcher die freien Enden des Gold- und Palladiumdrahtes verknüpft. Verschiebe ich dasselbe gegen eins von ihnen, so verringere ich den Widerstand dieses Zweiges des Doppelbogens und vergröfsere den des anderen, d. h. gebe diesem Zweige des Doppelbogens die gröfsere Wichtigkeit in der Combination.

Bringe ich den gröfseren Theil des Widerstandes in den Palladiumzweig, so finde ich einen neutralen Punkt bei mäfsiger Temperatur, kann aber einen zweiten nicht erreichen, ohne nicht das Gold zu schmelzen. Bringe ich mehr Widerstand in den Goldzweig, so stellt sich der erste neutrale Punkt bei höherer Temperatur als zuvor ein, allein ein zweiter ist erreichbar. Bei noch weiterer Vergröfserung des Widerstandes im Goldzweige nähern sich die beiden neutralen Punkte langsam einander, der eine steigt in Temperatur, der andere sinkt, bis sie zuletzt ein Maximum-Minimum erreichen, das Resultat des Zusammenfliefsens der beiden Punkte. Die Linie des Doppelbogens ist nun so, dafs sie die Eisenlinie *berührt*. Bei noch weiterer Vergröfserung des Widerstandes im Goldzweige finden wir blofs einen Inflexionspunkt; die Galvanometer-Angaben sind während des Erhitzens der Verbindungs-

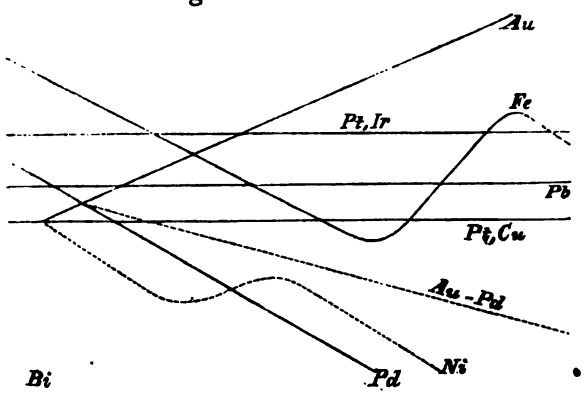
stelle beständig *gestiegen*, obwohl in einem verzögerten, und dann beschleunigten Maafse.

Zwei der Platinlegirungen, welche ich mit Eisen anwandte, schienen Linien zu geben, die der des Bleis fast genau parallel sind, d. h. in welchen die specifische Wärme der Elektricität practisch *Null* ist. Bildet man aus diesen Legirungen eine Kette, so hängt also der Strom bloſs von den Peltier'schen Effecten an den Verbindungsstellen ab und ist beinahe proportional dem Unterschiede ihrer absoluten Temperaturen, somit ein sehr passendes Thermometer zur approximativen Schätzung hoher Temperaturen liefernd. Ich bin gegenwärtig damit beschäftigt, das thermo-elektrische Diagramm in Gliedern von Temperaturen, wie sie durch diese Combination gegeben werden, zu zeichnen, und die Reduction zu absoluten Temperaturen wird endlich bewirkt durch einen Vergleich dieses temporären und sehr bequemen Maafses mit einem Luftthermometer.

Zusatz. Die folgende rohe Skizze eines Theiles des thermo-elektrischen Diagramms wird vielleicht einige der vorhergehenden Bemerkungen verständlicher machen. Sie ist bloſs zur Erläuterung qualitativer Effecte gezeichnet.



Das folgende Diagramm zeigt den Betrag des Thomson'schen und des Peltier'schen Effects, sowie der elektromotorischen Kraft einer Kupfer-Eisenkette, wenn die Temperaturen beider Verbindungsstellen unter der des neutralen Punktes liegen.



Peltier's Effect.	an d. kalten Stelle	=	Areal $BDda$	(b. Erhitzen)
	„ „ heissen „	=	„ $BCcb$	(b. Erkalten)
Thomson's Effect.	in Kupfer	=	„ $AB\beta\alpha$	(„
	„ Eisen	=	„ $DC\gamma\delta$	(„
Elektromot. Kraft		=	„ $ABCD$	

Die Pfeile zeigen die Richtung des Stroms, und Euclid's Proposition vom Parallelogramm über die Diagonale eines Parallelogramms zeigt zugleich die Anwendung des ersten Gesetzes der Thermodynamik auf die Figur, da die elektromotorische Kraft, zusammen mit dem Peltier'schen Effect an der kalten Verbindungsstelle, offenbar gleich sind der Summe der beiden Thomsonschen Effecte und des Peltier'schen Effects an der heifsen Stelle.

Nehmen wir ferner an, die Linien AD, BC lägen sehr dicht aneinander, so erhalten wir, da immer $AD = \frac{\Pi}{t}$,

$$(BC - AD)t = td\left(\frac{\Pi}{t}\right) = -(\sigma_1 - \sigma_2)\,dt,$$

dessen Anwendung auf das zweite Gesetz einleuchtend

ist. Der Leser wird selbst leicht Diagramme für andere Fälle der Relation von Temperaturen der Verbindungsstellen zu der des neutralen Punkts entwerfen können.

Thomson's ursprünglicher Aufsatz findet sich in den Transactions of the Royal Society of Edinburgh und weiteres Detail meiner Arbeit in neueren Nummern der Proceedings derselben Gesellschaft.

V. *Ueber die Bestimmung der absoluten Schwingungszahl eines Tones und die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Amplitude;* von *Fr. Poske.*

§. 1.

Die bisher bekannten Methoden zur Ermittelung der Schwingungszahl von Stimmgabeln und andern tönenden Körpern lassen sich im Wesentlichen in drei Gruppen eintheilen, welche man als graphische, akustische und optische bezeichnen kann.

Die graphischen Methoden[1]), wenngleich die directesten, sind doch als die rohesten zu betrachten, schon aus dem Grunde, weil sie die erste Bedingung des Experiments, die Isolirung der zu beobachtenden Erscheinung von störenden Nebeneinflüssen, nicht nur nicht erfüllen, sondern derselben sogar grade entgegen handeln. Die Länge und Elasticität des an der einen Zinke der Gabel befestigten Schreibstiftes (etwa Glasfadens), der gröfsere oder geringere Druck desselben gegen die vorüberbewegte Fläche, das stärkere oder schwächere Mitschleifen auf derselben, die Dicke der Rufsschicht und Unebenheiten in der Ober-

1) W. Weber in Schilling's musikal. Lexikon, Art. „Akustik". 1830. Duhamel's Vibrograph (*L'Institut*, 1840, p. 19 und 41), vervollkommnet von Wertheim und König; Scott's Phonautograph, in *Cosmos* XIV, 314; vgl. Berliner Berichte 1859.

fläche selbst scheinen die Genauigkeit der Resultate wesentlich zu beeinträchtigen, und in der That machen sorgfältige Versuche, welche nach der wohl genauesten Methode dieser Art, mit Hülfe einer an einem Pendel befestigten Glasplatte angestellt sind, keinen gröfseren Anspruch als den, bis auf ungefähr 0,5 Procent zuverlässig zu seyn.

Unter den speciell akustischen Methoden ist am bekanntesten die Benutzung einer Sirene[1]), welche mit der zu untersuchenden Stimmgabel bis zu einem solchen Grade angenäherter Consonanz gebracht wird, dafs die entstehenden Schwebungen bequem gezählt werden können. Doch ist es selbst unter der Hand geschickter Experimentatoren sehr schwierig, den Ton der Sirene längere Zeit constant zu erhalten; auch tritt der Uebelstand hinzu, dafs bei dem nothwendigen wiederholten Anstreichen der Stimmgabel zwar keine sprungweise Aenderung der Phase eintritt, wohl aber während des Anstreichens eine geringe Verstimmung der Gabel sich bemerklich macht, die mit Hülfe von Lissajous' Vibrationsmikroskop leicht beobachtet werden kann. Es ist einleuchtend, dafs die Summation dieser kleinen Differenzen im Laufe einer gröfseren Beobachtungsperiode gleichfalls das Endresultat bis zu einem gewissen Grade zu beeinflussen vermag. Eine andere Bestimmung der Schwingungszahl mittels des Monochords, durch Messung der Saitenlänge und Benutzung der theoretischen Formel für die Schwingungsdauer, ist der Natur der Sache nach keiner grofsen Genauigkeit fähig, ebensowenig die erste Methode von Scheibler[2]), nach welcher die Verlängerung gemessen werden mufs, die eine Saite zu erfahren hat, um mit einer vorher consonanten Stimmgabel etwa 4 Schwebungen per Secunde zu geben. Am genauesten von allen bisher bekannten Methoden ist wohl das zweite Verfahren von Scheibler, bei welchem ein

1) Cagniard Latour, *Annales de chimie etc.* Tome XII et XVIII; Pogg. Ann., Bd. VIII und X.

2) Röber in Dove's Repertorium, Bd. III, und Pogg. Ann., Bd. 32.

bekanntes musikalisches Intervall (etwa eine Octave) durch eine grofse Zahl von Hülfsgabeln in so kleine Zwischenräume zerlegt wird, dafs die Schwebungen zwischen je zweien bequem gezählt werden können. Addirt man alle Differenzen, so erhält man den Gesammtunterschied der Schwingungszahlen beider vorgelegten Gabeln; aus diesem und dem Verhältnifs der beiden Töne lassen sich die absoluten Schwingungszahlen unmittelbar berechnen. Diese Methode ist indefs augenscheinlich äufserst mühsam und erfordert eine grofse Zahl von Hülfsgabeln; ihre Genauigkeit wird dadurch beschränkt, dafs eine grofse Zahl von Beobachtungen zu machen ist, deren Fehler sich in dem Endresultat summiren; auch bedürfen die Versuche einer erheblichen Zeit, innerhalb welcher sich Temperaturänderungen schon nicht unerheblich bemerkbar machen können, und in der That weichen auch die Messungen der a-Stimmgabel bis zu 0,126 Doppelschwingungen in der Secunde von einander ab.

Unter den optischen Mitteln zur Bestimmung der Schwingungsdauer ist das Lissajous'sche Vibroscop an erster Stelle zu nennen, das indessen zunächst nur der relativen Bestimmung der Schwingungszahlen zweier nahezu harmonischen Gabeln dient und diesen Zweck mit grofser Genauigkeit erfüllt. Von Lissajous selbst rührt auch eine sinnreiche Anwendung des Instruments zur Ermittelung der absoluten Tonhöhe her, die auf folgendem Princip beruht[1]): hat man neben der Mikroskopgabel M zwei andere A und B, die zu ihr in nahezu gleichem, einfachen Verhältnifs stehen und von einander nur um wenige Schwingungen abweichen, so kann man durch Vergleichung von M mit A und B und durch Zählung der Schwebungen zwischen A und B drei Gleichungen aufstellen, in denen nur die drei Schwingungszahlen als Unbekannte vorkommen. Die nach dieser Methode von Lissajous angestellten Messungen an einer Gabel von c. 64 Schwingungen wei-

1) Melde, Lehre von den Schwingungscurven, p. 181.

chen jedoch um mehr als 0,3 Doppelschwingungen von einander ab, und geben daher auch nur eine angenäherte Bestimmung.

Auf einer Verbindung von Lissajous' Methode mit derjenigen von Scheibler beruht ein neuerlich von A. Terquem[1]) vorgeschlagenes Verfahren, das darauf hinausgeht, eine Zahl von Mikroskopgabeln, die mit Laufgewichten versehen sind und ein grofses Gebiet der musikalischen Skala beherrschen, ein für alle Mal zu graduiren. Zu diesem Zwecke sind die Gabeln mit Theilstrichen versehen, so dafs eine Verschiebung der Gewichte um 1 Theilstrich einer Aenderung der Tonhöhe um ca. zwei Schwingungen entspricht. Die Gabel wird mit einer gleichschwingenden, auch mit Laufgewichten versehenen Hülfsgabel zunächst consonant abgestimmt, während sich die Gewichte am Anfang der Theilung befinden. Dann verschiebt man letztere auf der Mikroskopgabel um einen Theilstrich, zählt die Schwebungen mit der Hülfsgabel, stellt dann beide wieder auf Consonanz ein, rückt die Gewichte um einen neuen Theilstrich weiter, zählt gleichfalls die Schwebungen, und so fort, bis man an's Ende der Skala gelangt ist. Zum Schlufs vergleicht man die Endstimmung der Hülfsgabel nach Lissajous' Methode mit der Anfangsstimmung der Mikroskopgabel und kann aus dem Verhältnifs und der Differenz der Schwingungszahlen am Anfang und Ende der Beobachtungsreihe deren absoluten Werth berechnen. Das Verfahren erfordert anscheinend einen weniger complicirten Apparat als die Methode von Scheibler, leidet aber gleichfalls an der Nothwendigkeit, viele Beobachtungen machen zu müssen, deren Fehler sich summiren. Die Graduirung ist auch kaum sehr zuverlässig, da an den Gabeln viel mit der Hand operirt werden mufs, wobei Temperaturschwankungen schwerlich vermieden werden können. Auch die Aenderung der Tonhöhe der Mikroskopgabel mit der Amplitude (vgl.

1) *Comptes rend. Janvier* 12, 1874. *Philos. magazine, March* 1874.

§ 5) bringt eine gewisse Unsicherheit in die Beobachtungen, die sich mit der Zahl der letzteren vergröfsert. Ueberhaupt scheint es nicht rathsam eine feste Skala aufstellen zu wollen, an welcher man jede beliebige Tonhöhe durch Vergleichung sofort ablesen kann, da es, abgesehen von Temperaturdifferenzen, grofse, vielleicht unüberwindliche Schwierigkeit hat, die Laufgewichte wieder absolut genau und mit derselben Befestigung auf einen gewünschten Theilstrich einzustellen.

Endlich ist noch eine sehr sinnreiche Methode von Mach[1]) zu erwähnen, die auf dem Princip der stroboskopischen Wahrnehmung beruht, aber nur eine rasche Bestimmung ermöglichen will, ohne auf grofse Genauigkeit Anspruch zu machen.

Es dürfte demnach nicht ohne Werth seyn in dem Folgenden eine Methode anzugeben, welche mit ziemlich einfacher, rein optischer Beobachtungsweise eine äufserst grofse Genauigkeit verbindet.

§ 2.

Die Methode.

Bei jeder Bestimmung der absoluten Schwingungszahl, etwa an Stimmgabeln, kommt es schliefslich darauf an, dieselbe mit der astronomischen Uhr (resp. der Bewegung des Sekundenpendels) zu vergleichen. Da indessen beide Bewegungen von zu verschiedener Ordnung sind, um direct in Beziehung gesetzt zu werden, so liegt es nahe, nach einer anderen constanten Bewegung zu suchen, welche in der Mitte zwischen beiden steht. Eine solche bietet sich in der Rotation des von Helmholtz angegebenen und von Aloys Schuller in seiner brauchbarsten Form beschriebenen elektromagnetischen Rotationsapparats, dessen Drehungsgeschwindigkeit eine äufserst constante ist, und nach der von Schuller benutzten Methode bis in die vierte Decimale genau bestimmt wer-

1) Pogg. Ann. 1873, Bd. 150, p. 157.

den kann[1]). Der wesentliche Theil derselben besteht in einem Centrifugalregulator, welcher durch Verringerung des Contacts die Stromstärke vermindert, sobald die Rotationsgeschwindigkeit eine gewisse Grenze überschreitet.

Befinde sich nun an der einen Zinke einer Stimmgabel ein leuchtender Punkt (etwa ein Stärkekörnchen oder noch besser ein minimales Quecksilbertröpfchen, das erfahrungsgemäfs auf die Schwingungszahl der Gabel ohne irgend nachweisbaren Einfluſs ist), und stellt man ein Mikroskop auf diesen Punkt ein, so erscheint derselbe zu einer leuchtenden Linie verlängert, wenn die Gabel in Schwingungen versetzt wird. Läſst man dagegen zwischen dem Objectiv des Mikroskops und dem schwingenden Punkt eine rotirende Scheibe mit einer gewissen Anzahl von Spalten hindurchgehn, so wird der Punkt zu ruhen scheinen, wenn die Anzahl der in einer Secunde vorübergehenden Spalten genau übereinstimmt mit der Schwingungszahl der Stimmgabel. Ist diese Uebereinstimmung nur angenähert, so macht der Punkt langsame Hin- und Hergänge, die den hörbaren Schwebungen entsprechen, und die man daher als „optische Schwebungen“ bezeichnen kann. Es ist klar, daſs sich aus der Kenntniſs der genauen Umdrehungsgeschwindigkeit, der Anzahl der Spalten und der Dauer der Schwebungen die Schwingungszahl der Versuchsgabel bis auf sehr kleine Bruchtheile genau berechnen läſst. Die Beobachtungen selbst haben den Vorzug, daſs sie der Beihülfe des Gehörs völlig entbehren können, und wetteifern daher an Schärfe mit den Methoden der Optik. Allerdings muſs die ungefähre Tonhöhe bekannt seyn, da der Punkt auch scheinbar ruht, wenn die Zahl der vorbeigehenden Spalten ein aliquoter Theil der Schwingungszahl ist; doch bietet eine solche rohe

1) Vgl. S. Exner in den Sitzungsbericht. der Wiener Akad., math. naturw. Kl. Bd. 58, 2 Abth. 1868.

Aloys Schuller, Ueber die Messung von Rotationsgeschwindigkeiten.

Pogg. Ann. Bd. 146.

Vorbestimmung, etwa nach der graphischen Methode, keine Schwierigkeit dar.

Es mag bemerkt werden, dafs auch Töpler[1]) das Princip der stroboscopischen Scheiben zur optischen Analyse tönender Körper benutzt hat, ohne dasselbe indessen zur Bestimmung der Schwingungszahlen selbst anzuwenden.

§ 3.

Anordnung der Apparate.

Bei Ausführung der Beobachtungen wurde nicht direct die Versuchsgabel, sondern eine Lissajous'sche Mikroskopgabel angewandt, die zuvor durch Verstellung der Gewichte so abgestimmt war, dafs die Schwingungszahlen beider sich wie 3 : 1 verhielten. Die Mikroskopgabel wurde in der von Helmholtz[2]) angegebenen Weise durch eine gleichgestimmte galvanische Unterbrechungsgabel in constanter Schwingung erhalten; dieſs bot den Vortheil, die optischen Schwebungen eine beliebig lange Zeit hindurch beobachten zu können, während das wiederholte Anstreichen der Gabel mit dem Bogen bei der Zusammensetzung der Apparate und der Art der Beobachtung Schwierigkeit gemacht hätte. Dazu kommt die Rücksicht auf die oben erwähnte geringe Aenderung der Schwingungszahl während des Anstreichens und auf die unten (§ 5) besprochene Abhängigkeit der Tonhöhe der Vibroskopgabel von der Amplitude. Der beim periodischen Oeffnen des Stroms entstehende Extracurrent wurde durch eine Zersetzungszelle mit verdünnter Schwefelsäure abgeleitet, die mit den beiden Seiten der Unterbrechungsstelle in Verbindung stand und so gut wirkte, dafs es unnöthig wurde, die Oberfläche des Quecksilbers durch Alkohol vor dem Verbrennen zu schützen. Es ist ferner rathsam, die ganze Unterbrechungsgabel, die sich in einiger Entfernung von dem Rotationsapparat befindet, auf eine

1) Berliner Ber. 1866, pag. 100.
Pogg. Ann. Bd. 128, p. 108 und Bd. 141, p. 321.
2) Helmholtz, Tonempfindungen, p. 137, 185 und Beilage 8.

weiche Unterlage zu setzen und den Fuſs des Quecksilbernäpfchens durch einen schweren Körper möglichst fest zu legen, um alles schädliche Klirren zu vermeiden. Die so erregte Gabel schwingt dann selbst durch lange Zeiträume vollkommen ruhig und gleichmäſsig, und, wie zahlreiche Versuche zeigten, so gut wie constant.

Die Mikroskopgabel wurde nun oberhalb der horizontalen Scheibe passend angebracht, so daſs sich das Objectiv dicht über den Spalten befand. Der leuchtende Punkt konnte bei dieser Anordnung völlig fest bleiben; er wurde durch ein Quecksilbertröpfchen hergestellt, das sich an der mit Ruſs und Schellack geschwärzten Spitze eines Glasstäbchens unterhalb der rotirenden Scheibe befand. Durch Verschiebung des Glasstabes in dem Kork einer kleinen Glasflasche, die mit etwas Wachs auf dem Tisch befestigt war, konnte der Punkt sehr genau in die richtige Entfernung vom Objectiv eingestellt werden. Die Flamme, deren Bild in dem Tröpfchen den leuchtenden Punkt bildete, muſste aber möglichst weit von dem Rotationsapparate aufgestellt seyn, da sich die Feder des Regulators gegen Temperaturänderungen so empfindlich zeigt, daſs erhebliche Schwankungen in der Rotationsgeschwindigkeit eintreten, wenn man diese Vorsicht auſser Acht läſst. Das Licht einer kleinen Lampe wurde deshalb von ferne her durch eine Linse auf die Spitze des Glasstabes concentrirt und der Rotationsapparat auſserdem durch einen Schirm vor der Wärmestrahlung möglichst geschützt.

Als rotirende Scheibe diente eine runde Glasplatte von ca. 24 cm. Durchmesser; die radial gerichteten Spalten (24 an der Zahl) wurden möglichst fein in eine einerseits glanzlose schwarze Papierscheibe geschnitten, und diese dann auf die Glasplatte so aufgeklebt, daſs die Spalten sich ganz nahe dem Rande befanden. Man gebrauchte dabei die Vorsicht, das Papier vorher auf festes Zeichenpapier aufzuziehen, um eine ungleichmäſsige Contraction beim Aufkleben zu verhindern. Auch war es nothwendig, daſs

der Mittelpunkt der Kreistheilung genau in die Drehungsaxe fiel, da sonst periodische Schwankungen des leuchtenden Punktes eintraten. Der mittlere Theil der Papierbelegung wurde nachher wieder herausgelöst, um die genaue Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit zu ermöglichen. Das Princip derselben mag hier in Kürze angegeben werden, um die unten folgende Beobachtungstabelle verständlich zu machen.

Auf der Rotationsaxe befindet sich noch eine zweite Scheibe, die zur Hälfte aus rothem, zur Hälfte aus grünem Glase besteht und zum Theil mit schwarzem Papier bedeckt ist, so dafs roth, grün, schwarz ungefähr zu gleichen Theilen vorhanden sind. Der ganze Apparat steht dicht vor dem Pendel einer astronomischen Uhr, welches einen kleinen Schirm mit einem Spalte trägt, der beim Durchgange durch die Gleichgewichtslage momentan hell beleuchtet wird, indem eine Linse mit Hülfe eines kleinen Spiegels das Bild einer schmalen Petroleumflamme auf ihm entwirft. Durch eine passende Combination von Spiegeln wird daher alle Secunden einmal ein Lichtstrahl durch die farbigen Glasplatten gesandt und von einem Fernrohr aufgenommen. Ruht die Scheibe oder macht sie in jeder Secunde eine ganze Zahl von Umdrehungen, so sieht man im Fernrohr in jeder Secunde einmal einen schmalen Lichtstreifen von derselben Farbe aufblitzen. Weicht dagegen die Umdrehungszahl um $\frac{1}{\varrho}$ von einer ganzen Zahl ab, so fällt das Licht immer durch andere Stellen der Glasplatten und es tritt ein Farbenwechsel ein, der sich alle ϱ Secunden wiederholt. Ist die angenäherte Umdrehungszahl aus der Stellung der Regulatorschraube bekannt, so ergiebt die Beobachtung von ϱ die anzubringende Correctur, und die Aufeinanderfolge der Farben bestimmt das Vorzeichen derselben als positiv, wenn sie im Sinn der Farbenfolge bei der Drehung vor sich geht, als negativ im entgegengesetzten Falle. Liegt die Umdrehungszahl, wie bei den folgenden Versuchen, ungefähr in der Mitte zwischen zwei

ganzen Zahlen, so ist die Periode schwierig bestimmbar, da die Farben zu schnell aufeinander folgen. Es genügt aber in diesem Falle die farbigen Gläsplatten zur Hälfte mit schwarzem Papier zu bedecken, so dafs nur ein rother und ein grüner Quadrant übrig bleiben. Man sieht dann nur jede zweite Secunde einen Lichtstreifen aufblitzen und erkennt leicht, dafs ϱ gleich der doppelten Wiederholung eines Farbenwechsels zu setzen ist. Dabei empfiehlt es sich, nicht die Farbenwechsel selbst, sondern die Zeitpunkte zu beobachten, in welchen statt der Dunkelheit zuerst ein farbiger Streifen aufleuchtet. Die Reihenfolge der Farben während einer ganzen Periode ϱ ist dann z. B. die folgende, wenn die linke Verticalreihe etwa für die ungraden, die rechte für die graden Secunden gilt:

grün-dunkel
— — —
grün-dunkel
roth-dunkel
— — —
roth-dunkel
dunkel-grün
— — —
dunkel-grün
dunkel-roth
— — —
dunkel-roth
(grün-dunkel).

Um die Dauer der optischen Schwebungen zu zählen, benutzt man am besten eine zu andern Zwecken am Apparat befindliche Vorrichtung; dieselbe besteht in einer leichten Feder, die durch einen an der Axe befestigten Excenter bei jeder Umdrehung einmal in ein Quecksilbernäpfchen gezogen wird: Dadurch wird jedesmal ein Strom geschlossen und geöffnet, der mit einem elektrischen Zählwerk in Verbindung steht. Schaltet man das letztere ein, während man die Schwebungen zählt, so giebt dasselbe die während der Beobachtungsdauer geschehenen Um-

drehungen an, aus denen sich mit Hülfe der Rotationszahl leicht die verflossene Zeit sehr genau berechnen läfst. Ist s die Dauer einer Schwebung, l die Zahl der in 1 Secunde vorbeigegangenen Spalten, so ist die Schwingungszahl der Gabel

$$m = l \pm \frac{1}{s}.$$

Ueber das Verzeichen entscheidet man leicht, indem man beobachtet, ob bei steigender oder sinkender Rotationsgeschwindigkeit die Zahl der Schwebungen wächst oder abnimmt. Es genügt dazu schon eine aufmerksame Betrachtung der Art, in welcher sich während einer Versuchsreihe mit den Schwankungen der Umdrehungsgeschwindigkeit die Schwebungsdauer verändert.

§ 4.

Resultate der Beobachtung.

Als Versuchsobject diente eine von König angefertigte und normale Gabel, deren Tonhöhe ursprünglich auf 326 Doppelschwingungen angegeben war. Die Reihenfolge der Beobachtungen war folgende:

I. Die Versuchsgabel (V.-G.) wurde nach der Lissajous'schen Methode mit der Mikroskopgabel (M.-G.) verglichen, die Deckungszeit τ zweier Gipfelpunkte der Klangfigur mit Hülfe eines $\frac{1}{3}^{\text{sec}}$ schlagenden Metronoms bestimmt und festgestellt, welche von beiden Gabeln beschwert werden mufste, um den Werth von τ zu vergröfsern.

II. Die M.-G. wurde, während sie ruhig zu schwingen fortfuhr, vom Stativ genommen und in die geeignete Stellung oberhalb der rotirenden Scheibe gebracht. Die Rotationsgeschwindigkeit war bei einem Vorversuche durch Verstellung des Regulators so fixirt, dafs die optischen Schwebungen bequem gezählt werden konnten. Zur Ermittelung der Periodendauer ϱ wurde eine grofse Zahl von Bestimmungen gemacht, indem man nach dem Vorgange von Gauss mit Unterbrechungen beobachtete und

in der Zwischenzeit verflossene Zahl von Epochen ɔchnete. In der Pause zwischen 2 Sätzen wurden ɔsmal 40 Schwebungen gezählt, und die während der- ɔen gemachten Umdrehungen auf der elektrischen Uhr elesen. Die ungefähre Umdrehungszahl in 1^{sec} war 4,5; Farbenfolge bei der Rotation war grün-roth, der Farwechsel im Fernrohr gleichfalls, die Correctur daher itiv; die unten angeführten Zeiten beziehen sich auf erste Aufleuchten von grün am Anfang und in der te jeder Periode.

III. Am Schlusse wurde die M.-G. nochmals mit G. verglichen, um eine etwaige Aenderung der Schwingsdauer während der Beobachtungen II. festzustellen. Demnach ist eine Beobachtungsreihe die folgende: $= 60 . \frac{1}{3}^{sec}$; M.-G. beschwert.

II.

Ordnungszahl.	Zeit. Min.	Zeit. Sec.	Zwischenzeit.	Uhrschläge während 40 Schwebungen.
0	33	59		
	34	24	54″	
1	. .	53		
	35	18	54	
2	. .	47		
	36	12	54	
3	. .	41		
				978
8	41	13		
	. .	38	54	
9	42	7		
	. .	32	54	
10	43	1		
	. .	26	54	
11	. .	55		
				956
15	47	41		
	48	6	56	
16	. .	37		
	49	2	56	
17	. .	33		
	. .	58	56	
18	50	27		

Ordnungs-zahl.	Zeit. Min.	Sec.	Zwischen-zeit.	Uhrschläge während 40 Schwebungen.
				952
23	55	1		
	. .	28	54	
24	. .	55		
	56	20	54	
25	. .	49		
	57	16	56	
26	5.	45		
				996
30	1	21		
	. .	48	54	
31	2	15		
	.	42	56	
32	3	11		
	.	38	56	
33	4	7		
				958
38	8	43		
	9	8	56	
39	.	39		
	10	4	54	
40	. .	33		
	11	0	54	
41	. .	27		
				930
45	15	15		
	. .	40	56	
46	16	11		
	. .	38	54	
47	17	5		
	. .	30	56	
48	18	1		
				958
53	22	31		
	. .	56	54	
54	23	25		
	23	52	56	
55	24	21		
	24	48	56	
56	25	17		

III. $\tau = 50 \,.\, \frac{1}{5}^{\text{sec}}$; M.-G. beschwert.

Die mittlere Dauer einer Periode ergiebt sich danach:

$$\varrho = \frac{51' \; 18''}{56} = \frac{3078}{56} = 54^{s} \; 96.$$

Daher die mittlere Rotationsgeschwindigkeit

$$4{,}5 + \frac{1}{54{,}96} = 4{,}5182,$$

und die Zahl der vorbeigegangenen Spalten:

$$l = 4{,}5182 \,.\, 24 = 108{,}437.$$

Die mittlere Zahl von Uhrschlägen während 40 Schwebungen beträgt 961, während einer Schwebung daher

$$\frac{961}{40} = 24{,}025.$$

Da in 1^{sec} $2 \,.\, 4{,}5182 = 9{,}036$ Uhrschläge geschehen sind, so folgt die Dauer einer Schwebung:

$$s = \frac{24{,}025}{9{,}036} = 2{,}66,$$

mithin die Schwingungszahl der M.-G.

$$m = 108{,}437 + 0{,}376 = 108{,}813.$$

Um endlich die Schwingungszahl n der Versuchsgabel zu finden, kennt man die folgende Relation (wenn $\frac{\mu}{\nu}$ das angenäherte ganzzahlige Verhältnifs beider Schwingungszahlen ist)

$$\mu n - \nu m = \pm \frac{1}{2\tau},$$

wo das obere oder untere Vorzeichen zu wählen ist, je nachdem die Versuchs- oder Mikroskopgabel beschwert werden mufste, um gröfsere Harmonie zu erreichen. In unserm Falle ist $\frac{\mu}{\nu} = \frac{1}{3}$, und als Mittel aus der Anfangs- und Endvergleichung

$$\tau = \frac{55''}{3} = 18'',3,$$

daher $n = 3 \,.\, 108{,}813 - 0{,}03 = 326{,}41.$

Die Verschiedenheiten in der Zahl der Uhrschläge während 40 Schwebungen, die bei den einzelnen Beobachtungen ziemlich erheblich zu sein scheinen, rühren

hauptsächlich von kleinen Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit her, da geringe Temperaturänderungen trotz der angewandten Vorsichtsmafsregeln nicht ganz vermieden werden konnten. Die periodischen Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit vermöge der Thätigkeit des Regulators bewegen sich in so engen Grenzen, dafs sie wohl kaum eine merkliche Unsicherheit in der Dauer der Schwebungen hervorrufen; dagegen dürfte die Wärmeausstrahlung des Beobachters während der Zählung der optischen Schwebungen auf die Feder des Regulators nicht ohne Einfluſs sein. Gleichwohl kann man die gefundenen Zahlen bis auf 0,01 Schwingungen als genau ansehen, wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht, in welcher die Schwingungsdauern aus den einzelnen Beobachtungen unter Berücksichtigung der gleichzeitigen Rotationsgeschwindigkeit berechnet sind:

Gruppe	Mittel der Zeit	Rotationsgeschw.	Schwebungsdauer	m	n
0 bis 11	54,2	4,5184	2,″706	108,811	326,40
8 bis 18	55,4	4,5180	2,″64	108,812	326,41
15 bis 26	55,0	4,5182	2,″63	108,817	326,42
26 bis 30	54,0	4,5185	2,″75	108,808	326,39
30 bis 41	55,1	4,5181	2,″65	108,813	326,41
38 bis 48	55,8	4,5179	2,″57	108,818	326,42
45 bis 56	54,7	4,5183	2,″65	108,816	326,42
0 bis 56	54,96	4,5182	2,″66	108,813	326,41

Die gröfsere Abweichung in der vierten Reihe ist wohl daraus zu erklären, dafs während der Beobachtung der Schwebungen die Rotationsgeschwindigkeit grade ein Maximum erreichte, dem der gefundene Mittelwerth 4,5182 nicht ganz entspricht. Es scheint indessen nicht unmöglich, wenn es darauf ankommt, auch solche Schwankungen noch auf ein Minimum zu reduciren, da der Apparat, ganz sich selbst überlassen, noch in der 4. Decimale constante Rotationsgeschwindigkeiten liefert.

Die angeführte Bestimmung wurde bei 14° C. ausgeführt. Es ist nicht ohne Interesse den Einfluſs der Temperatur zu beachten; zwei andere Versuchsreihen, an verschiedenen Tagen bei 10° C. aufgestellt, ergaben übereinstimmend die Zahl 326,47, also eine Abweichung von 0,06 Schwingungen, deren Sinn den Vermuthungen entspricht, die man von vorn herein über den Einfluſs der Temperaturänderung haben kann. Es ist ersichtlich, daſs gröſsere Temperaturdifferenzen die Schwingungszahl bis in die Zehntel hinein modificiren können, und daſs es daher wenig Werth hat, genaue Bestimmungen der Schwingungszahl ohne Angabe der Temperatur vorzunehmen. Uebrigens ist es nach der obigen Tabelle schon ausreichend, die Beobachtungen 10 Minuten lang fortzusetzen, um zu genauen Resultaten zu gelangen.

Es braucht kaum hinzugefügt zu werden, daſs man auf diese Weise die Schwingungszahl jedes beliebigen tönenden Körpers bestimmen kann, indem man zunächst die Lissajous'sche Mikroskopgabel darauf einstellt und dann die Schwingungszahl derselben nach der auseinandergesetzten Methode aufsucht. Es dürfte auch keine Schwierigkeit machen, den schwingenden Körper direct unter die Spalten zu bringen und einen leuchtenden Punkt desselben mit einem beliebigen Mikroskop zu beobachten.

§ 5.

Abhängigkeit der Tonhöhe der Lissajous'schen Mikroskopgabel von der Amplitude.

Bei den Beobachtungen mit dem Vibroskop stellte sich eine eigenthümliche Veränderlichkeit der Schwingungszahl mit der Amplitude heraus, die für die Kenntniſs des Instruments wie für die Theorie wichtig genug erschien, um näher studirt zu werden.[1])

War die M.-G. auf V.-G. ein wenig unterhalb des einfachen Verhältnisses 1:3 eingestellt, so trat bei Beob-

1) Die Thatsache ist bereits von Lissajous bemerkt, vgl. Ann. de Chim. (3) LI. p. 147.

achtung der Deckungszeit zweier Gipfelpunkte zuweilen die auffällige Erscheinung ein, dafs die Figur in der Mitte zwischen zwei Deckungen plötzlich stehen blieb und dann in die frühere Lage zurückkehrte. Dies deutete darauf hin, dafs während der Abnahme der Elongation die Stimmung beider Gabeln durch die vollkommene Consonanz hindurchging, und dafs beide nachher im entgegengesetzten Sinne von einander abwichen. Vergleiche der Versuchsgabel mit der constant erregten Mikroskopgabel zeigten, dafs bei unbeschwerten symmetrisch gearbeiteten Gabeln von gröfserer Masse wie die König'sche Gabel eine solche Abhängigkeit der Deckungszeit von der Amplitude nicht bemerkbar ist, und dafs daher die obige Erscheinung hauptsächlich auf Rechnung der Mikroskopgabel kommt. Es war daher gestattet, um das Gesetz dieses Zusammenhanges zu studiren, die Schwingungszahl der V.-G. als vollkommen constant bei allen Amplituden zu betrachten, zumal die Schwingungen der auf einem Resonanzkasten stehenden und mäfsig angeschlagenen Normalgabel im Vergleich zur Mikroskopgabel so langsam abnahmen, dafs sich ihre Amplitude während einer der unten bezeichneten Beobachtungen nur innerhalb sehr enger Grenzen bewegte.

Zur genaueren Messung der Elongation wurde mittels eines unter 45° gegen das Ocular geneigten Planglases das Bild einer Skala in das Gesichtsfeld projicirt, und der zu beobachtende leuchtende Punkt auf den Nullpunkt der Theilung eingestellt. Darauf wurde die Mikroskopgabel kräftig angeschlagen und die Schläge eines Drittelsecunden angebenden Metronoms vom Augenblicke des Anschlags an gezählt, um den Vorübergang des einen Endes der leuchtenden Linie vor den einzelnen Skalentheilen fixiren zu können. Der Anschlag geschah bei allen Versuchen in möglichst gleicher Stärke, so dafs die Dauer bis zum ersten beobachtbaren Vorbeigang (vor dem Theilstrich 10) in den einzelnen Reihen nicht wesentlich differirte, wovon man sich während der Beobachtungen selbst leicht überzeugen konnte. D s Mittel aus einer gröfseren Zahl von

(12) Observationen giebt folgende Tabelle, in welcher α Skalentheile, τ Drittelsecunden bedeutet, die vom Augenblick des Anschlags an gezählt sind:

I.

α	10	7	5	4	3	2	1
τ	9	19	28	35	43	54	74

Man erkennt aus dieser Zusammenstellung zunächst, dafs die Amplituden auch bei der vorliegenden Gabel in einer geometrischen Reihe abnehmen. Interpolirt man die Zeiten für die nicht beobachteten Durchgänge, so findet man für die logarithmischen Decremente die im folgenden angegebenen Werthe. Dabei sind die mit * bezeichneten Amplituden direct beobachtet, die übrigen interpolirt; dem ersteren entsprechen die in der letzten Reihe befindlichen Decremente:

II.

Amplitude.	Zwischenzeit in Drittelsec.	logar	Decrem.
*10			
	) 3	0,035	
9			0,036
	) 3	0,039	
8			
	) 4	0,033	
*7			
	) 4	0,038	0,037
6			
	) 5	0,036	
*5			
	) 7	0,032	0,032
*4			
	) 8	0,036	0,036
*3			
	) 11	0,037	0,037
*2			
	) 20	0,035	0,035
*1			

Danach wurden beide Gabeln gleichzeitig angeschlagen und die aufeinander folgenden Deckungszeiten der Gipfelpunkte so lange beobachtet, als die Figur überhaupt noch kenntlich war. Ein Mittel aus 10 solchen Reihen ist die folgende, in der die erste Zahl die Metronomschläge vom Moment des Anschlags bis zur ersten Deckung giebt.

III.

	τ_5	τ_4	τ_3	τ_2	τ_1	τ_0
(7)	11	12,3	14,2	16	18	20

Man bemerkt demnach eine stetige Zunahme der Deckungsdauer und da die V.-G. beschwert werden mufste, um τ zu vergröfsern, so folgt zunächst, dafs mit abnehmender Elongation die Schwingungszahl wächst, wie von vornherein zu erwarten war.

Aus dem Vergleich der aufgestellten Reihen ergiebt sich ferner, dafs den Mitten der verschiedenen Deckungszeiten ungefähr folgende Amplituden entsprechen:

IV.

τ	11	12,3	14,2	16	18	20
α	8,8	5,85	3,65	2,1	1,2	(0,6)'

Berechnet man nun die Schwingungszahlen nach der Formel:

$$3m = 326{,}41 - \frac{1}{2\tau},$$

wo τ ganze Secunden bedeutet, so findet man:

V. Schwingungszahl.	Zugehörige Amplitude.
$m_5 = 108{,}758$	$\alpha_5 = 8{,}8$
$m_4 = 108{,}762$	$\alpha_4 = 5{,}85$
$m_3 = 108{,}768$	$\alpha_3 = 3{,}65$
$m_2 = 108{,}772$	$\alpha_2 = 2{,}1$
$m_1 = 108{,}775$	$\alpha_1 = 1{,}2$
$m_0 = 108{,}778$	$\alpha_0 = (0{,}6).$

Aus dem Vergleich der Schwingungszahlen und der zugehörigen Amplituden scheint unzweifelhaft zu folgen, *dafs die Aenderung der Schwingungsdauer der Mikroskopgabel nicht, wie beim Pendel, mit dem Quadrat der Amplitude, sondern nahezu mit der ersten Potenz derselben proportional ist.* In diesem Falle hat man zu setzen:

$$T_r = T_0 (1 + p\alpha_r)$$
$$T_s = T_0 (1 + p\alpha_s)$$
$$\frac{T_r - T_0}{T_s - T_0} = \frac{m_r - m_0}{m_s - m_0} \cdot \frac{m_s}{m_r} = \frac{\alpha_r}{\alpha_s},$$

oder, da $\frac{m_r}{m_s}$ sehr wenig von 1 verschieden ist:

$$\frac{m_r - m_0}{m_s - m_0} = \frac{\alpha_r}{\alpha_s}.$$

Berechnet man nach diesem Schema die Verhältnisse der Schwingungsdifferenzen und die der entsprechenden Amplituden (wobei m_o ohne Bedenken mit der zu α_o gehörigen Schwingungszahl identificirt werden kann), so ergiebt sich, wenn r/s die Indices der jedesmal verglichenen Zahlen bedeutet:

r/s	$\frac{m_r - m_o}{m_s - m_o}$	$\frac{\alpha_r}{\alpha_s}$
5/4	1,25	1,50
5/3	2,00	2,41
5/2	3,33	4,19
5/1	6,66	7,33
4/3	1,60	1,60
4/2	2,66	2,79
4/1	5,33	4,88
3/2	1,66	1,74
3/1	3,33	3,04
2/1	2,00	1,75
	2,91	3,12

Die Zahlen weichen, wie das arithmetische Mittel zeigt, nach beiden Seiten hin um ziemlich gleichviel von der vorausgesetzten Gleichheit ab; ihre Uebereinstimmung konnte bei der Unvollkommenheit der ausgeführten Messungen nicht genauer erwartet werden, sie sprechen aber zum mindesten entschieden gegen eine Abnahme der Schwingungsdauer mit dem Quadrat der Amplitude, wie sie u. a. auch für schwingende Stäbe gültig zu sein scheint.[1])

Noch deutlicher wird das gefundene Resultat, wenn man die Constante p auf strengerem Wege berechnet.

Setzt man dazu

$$n = n_o (1 + p\alpha_n + q\alpha_n^2)$$

und beachtet, dafs die beobachteten Schwingungszahlen $(\overline{n})$ die Mittelwerthe der factischen Schwingungszahlen während einer Deckungsperiode darstellen, so folgt

1) vgl. F. Braun, diese Ann. 1874, Heft I, II.

$$\bar{n} = \frac{\sum_{0}^{\nu} n_0 \left(1 + p\alpha_t e^{-n\varepsilon\Delta t} + q\alpha_t^2 e^{-2n\varepsilon\Delta t}\right) \Delta t}{\nu \Delta t}$$

$$= n_0 \left(1 + p\frac{(\alpha_{t'} - \alpha_t)}{\varepsilon\tau} + q\frac{(\alpha_{t'}^2 - \alpha_t^2)}{2\varepsilon\tau}\right),$$

wobei bedeuten

α_t die Amplitude am Anfange der Deckungsperiode,

$\nu \Delta t = \tau$ die Dauer einer Deckungsperiode,

$\alpha_{t'} = \alpha_t \cdot e^{-\varepsilon\tau}$ die Amplitude am Ende der Deckungsperiode.

Man erhält daher zur Berechnung von p und q

$$\left(\frac{\bar{n}}{n_0} - 1\right) = p\frac{\alpha_{t'} - \alpha_t}{\varepsilon\tau} + q\frac{\alpha_{t'}^2 - \alpha_t^2}{2\varepsilon\tau}.$$

Mit Hülfe des Werthes von $\varepsilon = 0{,}035$ findet man leicht aus Tabelle I und III die Amplituden, welche den Augenblicken der Deckung entsprechen.

α	τ	$\bar{n}$
10,7		
	11	108,758
7,3		
	12,3	108,762
4,7		
	14,2	108,768
2,8		
	16	108,772
1,7		
	18	108,775
0,85		
	20	108,778
0,4		

Wählt man die ersten beiden Schwingungszahlen zur Berechnung der Constanten, so darf ohne erheblichen Fehler $n_0 = 108{,}778$ gesetzt werden, und man erhält dann

$$\left.\begin{aligned} p &= -\ 0{,}000.0311 \\ q &= -\ 0{,}000.0011 \end{aligned}\right\}$$

Der Vergleichung halber mag noch eine zweite Beobachtungsreihe hier Platz finden:

V_a.

Ordnungszahl.	τ	α	$\bar{n}$
	12,5	8,35	108,763
	15,1	5,0	108,770
	17,3	2,9	108,776
	20	1,5	108,778
	24	0,7	108,782

VI_a.

r/s	$\frac{m_r - m_o}{m_s - m_o}$	$\frac{\alpha_r}{\alpha_s}$
4/3	1,58	1,67
4/2	3,17	2,86
4/1	4,75	5,56
3/2	2,00	1,73
3/1	3,00	3,33
2/1	1,50	1,93
	1,60	1,71

$$p = -0{,}000.027$$
$$q = -0{,}000.00077.$$

Man erkennt aus den gefundenen Zahlen, dafs der Werth von q sehr klein gegen den von p ist, und dafs mithin in der That die Aenderung der Schwingungsdauer wesentlich von der ersten Potenz der Amplitude abhängt.

§ 6.

Verhalten unbeschwerter Gabeln.

Auch dünnere unbelastete Stimmgabeln zeigten mit abnehmender Amplitude geringe Veränderungen der Schwingungszahl, die sich ungefähr zwischen denselben Grenzen wie die oben angeführten bewegten. So wurde eine Stimmgabel von etwa 220 Schwingungen mit der constant schwingenden galvanischen Gabel verglichen, nachdem zuvor die Art der Abnahme der Amplitude durch Beobachtung des Vorbeiganges des schwingenden Punktes vor den einzelnen Skalentheilen wie oben bestimmt war.

Es trat hier der Uebelstand auf, dafs das logarithmische Decrement trotz möglichst sicherer Befestigung der in einen eisernen Block eingeschraubten Gabel nicht constant war, sondern mit abnehmender Amplitude etwa auf die Hälfte des anfänglichen Werthes herabsank. Ferner verlor man den Vortheil der vorhergehenden Untersuchung, dafs die Aenderungen der tieferen Mikroskopgabel beim Vergleich mit der constant schwingenden höheren Gabel in den Deckungszeiten verdreifacht zum Ausdruck gelangten; im Gegentheil konnten die Abnahmen bei der Gabel von 220 Schwingungen in den Schwingungsfiguren mit der galvanischen Gabel von 160 Schwingungen nur halbirt sichtbar werden. Aus diesen Gründen machen die folgenden Beobachtungsreihen keinen Anspruch auf die relative Genauigkeit der früheren; sie geben indessen einigen Anhalt zur Beurtheilung der Veränderung der Schwingungszahl.

Die Abnahme der Amplitude zeigt die folgende Zusammenstellung:

Amplitude in Skalentheilen.	Zwischenzeit in Drittelsecunden.	logar. Decrement.
30—25	5	0,0364
25—20	8	0,0279
20—15	11	0,0261
15—10	17	0,0237
10—7	18	0,0209
7—5	16	0,0198
5—3	28	0,0182
3—2	23	0,0176
2—1	40	0,0173

Aus einer gröfseren Zahl von Beobachtungen der Deckungszeiten wurden diejenigen ausgewählt, bei denen die erste Deckung mit der Amplitude 30 zusammenfiel. Das Mittel aus denselben giebt die folgende Reihe, wenn α die den Mitten der Deckungszeiten entsprechende Amplitude bezeichnet:

α	τ	n
23	12,5	219,889
17	14,	219,902
12	14,5	219,906
7,5	15, 15,	219,909
4,8	15,5	219,912
3	16, 16, 16, 16, 16,	219,915
1	16,5	219,918

Man erkennt, dafs die Schwingungszahlen mit sinkender Amplitude in ähnlicher Weise zunehmen, wie in der früheren Beobachtungsreihe. Eine rohe Vergleichung der Werthe von n mit den zugehörigen α ergiebt auch hier dasselbe Resultat wie Tab. VI. des vorigen Paragraphen. Auf eine Berechnung der Constanten p und q mufste jedoch in diesem Falle wegen der unsicheren Abgrenzung der einzelnen Deckungsdauern vor der Hand verzichtet werden.

Die vorstehende Untersuchung wurde im hiesigen physikalischen Institut unter Leitung des Herrn G. R. Professor Kirchhoff ausgeführt, dem ich für seine liebenswürdige Unterstützung meinen wärmsten Dank ausspreche.

Heidelberg, 18. Mai 1874.

VI. *Notiz über das Verhalten des Halb-Schwefelkupfers gegen eine Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd; von R. Schneider.*

Der Verfasser ist bei seinen neueren Arbeiten über Schwefelsalze auf die Frage nach dem Verhalten der Sulfurete des Kupfers gegen eine wässerige Lösung von salpetersaurem Silberoxyd geführt worden.

Was zunächst das Einfach-Schwefelkupfer betrifft, so scheint nach einer in Gmelin's Handbuch[1]) enthaltenen Angabe kein Zweifel darüber zu bestehen, dafs dies Sulfuret sich mit salpetersaurem Silberoxyd einfach in Schwefelsilber und salpetersaures Kupferoxyd umsetzt nach der Gleichung

$$CuS + Ag_2N_2O_6 = CuN_2O_6 + Ag_2S.$$

Ueber das Verhalten dagegen, welches Halb-Schwefelkupfer gegen Silbernitrat zeigt, hat Verfasser nirgends eine Angabe finden können. Zwar liefs sich mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen, dafs die beiden Verbindungen im Sinne der Zeichen

$$Cu_2S + 2\,(Ag_2N_2O_6) = 2\,(CuN_2O_6) + Ag_2S + 2\,Ag$$

auf einander wirken würden; doch bedurfte diese Annahme des experimentellen Beweises. Verfasser glaubt diesen durch die folgenden Versuche geführt zu haben.

0,200 Grm. eines sehr reinen, zum feinsten Pulver zerriebenen Kupferglanzes wurden in einer mit Glasstöpsel verschliefsbaren Flasche mit einer titrirten Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd (0,010 Grm. Ag. im CC) versetzt und durch anhaltendes Umschütteln des Flascheninhaltes die Einwirkung unterstützt. Sobald in einem kleinen Pröbchen der durch ruhiges Stehen geklärten Flüssigkeit — (dasselbe wurde auf eine Glasplatte dicht neben einem Tröpfchen Salzsäure so aufgetupft, dafs beide Flüssigkeiten sich bei der Ausbreitung alsbald berührten) — kein Silber mehr nachgewiesen werden konnte, wurde von Neuem Silberlösung zugefügt und damit so lange fortgefahren, bis die geklärte Flüssigkeit auch nach längerer Zeit noch eine schwache Reaction auf Silber zeigte. Dies war der Fall, nachdem zusammen 54,5 CC Silberlösung zugefügt waren. Nach der Zersetzungsgleichung

$$Cu_2S + 2\,(Ag_2N_2O_6) = 2\,(CuN_2O_6) + Ag_2S + 2\,Ag$$

hätten 54,32 CC. Silberlösung der angegebenen Stärke verbraucht werden sollen.

1) Bd. III, S. 394.

Die Lösung zeigte nach beendigter Reaction eine hellblaue Farbe; sie enthielt, abgesehen von dem geringen Ueberschufs an salpetersaurem Silberoxyd, nur salpetersaures Kupferoxyd; von Schwefelsäure war sie völlig frei. Der Bodensatz war ein dichtes, weifsgraues, krystallinisch körniges Pulver, in dem sich hellere, schmutzig weifse von dunkeln schwarzgrauen Theilchen deutlich unterscheiden liefsen.

Dies Pulver wurde nach dem vollständigen Auswaschen im noch feuchten Zustande mit Salpetersäure vom spec. Gewicht 1,18 übergossen und einige Zeit damit bei gewöhnlicher Temperatur in Berührung gelassen: ein Theil — und zwar nur metallisches Silber — löste sich dabei unter Entwickelung von Stickstoffoxyd; ungelöst blieb ein gleichmäfsiges schwarzes Pulver, welches das Verhalten des Schwefelsilbers zeigte.

a. Die erhaltene, salpetersaure Lösung gab, durch Salzsäure gefällt, 0,360 Grm. Chlorsilber, entsprechend *0,270 Grm. Silber.*

b. Der schwarze, in Salpetersäure unlösliche Rückstand, der übrigens völlig kupferfrei war, hinterliefs nach dem Rösten an der Luft und nach anhaltendem starken Glühen *0,272 Grm. Silber,* dem nur eine Spur Eisenoxyd (von einem geringen Eisengehalte des Kupferglanzes herrührend) beigemengt war.

Der bei der Einwirkung des salpetersauren Silberoxyds auf Halb-Schwefelkupfer bleibende Rückstand ist demnach ein Gemenge von metallischem Silber und Schwefelsilber, und zwar beträgt die in dem entstandenen Schwefelsilber enthaltene Silbermenge nahezu ebensoviel wie die im metallischen Zustande abgeschiedene.

Dies Verhältnifs entspricht, wie man bemerken wird, genau den Voraussetzungen der Gleichung

$$Cu_2S + 2\,(Ag_2N_2O_6) = 2\,(CuN_2O_6) + Ag_2S + 2\,Ag.$$

Diese erweist sich demnach als ein für die fragliche Reaction in jeder Beziehung zutreffender Ausdruck.

Berlin, im Mai 1874.

VII. *Bemerkung zu den meteorologischen Notizen des Herrn Budde; von R. Clausius.*

Herr Budde hat in einem „Meteorologische Notizen" überschriebenen Aufsatze[1]) auch eine frühere Arbeit von mir[2]) besprochen, in welcher ich durch theoretische Betrachtungen zu dem Schlusse gelangt war, dafs die Lichtreflexion in der Atmosphäre durch Dampfbläschen bewirkt werde.

Schon i. J. 1853, nachdem Brücke gegen meine Ansicht den Einwand erhoben hatte, dafs auch andere trübe Medien, in welchen sehr kleine reflectirende Körperchen vorkommen, im reflectirten Lichte bläulich und im durchgehenden Lichte roth erscheinen, habe ich unter bereitwilliger Anerkennung des Gewichtes, welches diesem Einwande zukam, erklärt[3]), meine mathematischen Betrachtungen beruhten auf der Voraussetzung, dafs die reflectirenden Körperchen in der Atmosphäre grofs genug seien, um nach den gewöhnlichen Gesetzen der Reflexion und Brechung zu wirken; sollten aber die Körperchen so klein sein, dafs diese Gesetze auf sie keine Anwendung mehr fänden, so wären für diesen Fall auch meine Schlüsse ungültig. Nach dieser Erklärung hatte ich kein persönliches Interesse mehr mich an der Discussion dieser Frage zu betheiligen, und ich würde daher auch jetzt in dem Umstande, dafs Herr Budde sich gegen das Vorhandensein von Dampfbläschen ausspricht, keinen Grund zu einer Erwiderung erblicken; da aber die Art, wie er meine Arbeit bespricht, zu dem Schlusse Veranlassung geben könnte, als ob meine mathematischen Entwickelungen falsch wären, so sehe ich mich doch genöthigt, einige Worte zur Erläuterung zu sagen.

1) Diese Ann. Bd. 150, S. 576.
2) Diese Ann. Bd. 76, S. 161.
3) Diese Ann. Bd. 88, S. 556.

Herr Budde sagt, durch den Druck, welchen das Wasserhäutchen eines Dunstbläschens durch seine Cohäsion auf die eingeschlossene Luft ausübe, werde diese letztere erheblich verdichtet, und das Bläschen könne daher in Betreff seiner Wirkung auf das Licht nicht mit einer dünnen Platte verglichen werden. Dann fährt er fort: „Das ganze Gebilde stellt eine Kugel dar, deren Brechungsindex von dem seiner Umgebung merklich abweicht. Es gehört demnach zu den Körpern, für welche Clausius berechnet, dafs sie in der Atmosphäre nicht existiren können. (Man erinnert sich, dafs Clausius seinen Beweis im zweiten Theile der Abhandlung ausdrücklich auch für solche Körper führt, deren Brechungsexponent von 1 aufserordentlich wenig abweicht.)“

In dieser letzten Beziehung hat Hr. Budde mich mifsverstanden.

Nimmt man an, die Reflexion des Lichtes in der Atmosphäre werde durch Dampfbläschen bewirkt, so erhält man von jedem Bläschen, welches von einem Strahle durchdrungen wird, eine bedeutende Menge reflectirten Lichtes, weil der Strahl viermal aus Luft in Wasser und aus Wasser in Luft übergehen mufs, und somit vier Reflexionen von solcher Stärke erleidet, wie sie dem Uebergange zwischen zwei Medien von so verschiedener Dichtigkeit, wie Luft und Wasser, entspricht. Man braucht daher, um die ganze in der Atmosphäre stattfindende Lichtreflexion zu erhalten, nur eine geringe Anzahl von Dampfbläschen als vorhanden anzunehmen, nämlich bei heiterem Wetter etwa so viele, dafs Lichtstrahlen, welche die Atmosphäre senkrecht durchdringen, auf diesem ganzen Wege nur je Ein Bläschen treffen.

Nimmt man dagegen statt der Bläschen solide Kugeln an, so finden beim Durchdringen einer solchen nur zwei Reflexionen statt, und setzt man ferner an die Stelle des Wassers einen Stoff, dessen Brechungsexponent weniger von 1 abweicht, so werden auch die einzelnen Reflexionen schwächer. Man mufs daher die Anzahl der vorhandenen

Kugeln in entsprechendem Maafse als gröfser annehmen, um doch wieder im Ganzen eine eben so starke Lichtreflexion zu erhalten.

In diesem Sinne habe ich den Gegenstand behandelt. Ich habe Kugeln von verschiedenem Reflexions- und Brechungsvermögen in Bezug auf ihre Wirkung auf das die Atmosphäre durchdringende Licht unter sich verglichen, habe dabei aber als selbstverständlich vorausgesetzt, dafs bei Kugeln von geringerem Reflexionsvermögen dieser Mangel durch eine gröfsere Anzahl der vorhandenen Kugeln compensirt wird, so dafs die Gesammtreflexion aller vorhandenen Kugeln ungeändert bleibt. Unter dieser Voraussetzung habe ich berechnet, dafs selbst solche Kugeln, deren Brechungsexponent von 1 aufserordentlich wenig abweicht, doch eine Lichtzerstreuung geben würden, welche in der Wirklichkeit in der Atmosphäre nicht vorkommt.

Herr Budde dagegen läfst jene zwischen Reflexionsvermögen und Anzahl vorausgesetzte Beziehung aufser Acht. Er spricht von den in den Dampfbläschen eingeschlossenen verdichteten Luftmassen, also von kugelförmigen Körpern, die gegen die äufsere Luft nur ein kleines Reflexions- und Brechungsvermögen besitzen, und dabei doch in eben so geringer Anzahl vorkommen, wie die Dampfbläschen. Diese Luftmassen können auf das die Atmosphäre durchdringende Licht nur eine sehr unbedeutende Wirkung ausüben, welche mit derjenigen, die ich berechnet habe, gar nicht zu vergleichen ist.

VIII. *Ueber Thalbildung durch Gletscher.* *Von Alexander Müller.*

Herr Dr. Pfaff neigt sich, im Anschlufs an seine dankenswerthen Mittheilungen über Gletscherbewegung (diese Annal., Februarheft), entschieden zu der Ansicht Rüti-

neyer's, dafs Thäler nicht eine Folge der Gletscherthätigkeit, sondern vielmehr eine Ursache derselben seien, während die Herren Ramsay und Tyndall die entgegengesetzte Ansicht vertreten. Ganz lasse sich allerdings die Erosionskraft der Gletscher nicht leugnen, da die Felssohle unter Gletschern bei deren zeitweiligem Rückgang abgeschliffen[1]) erscheine, aber sicherlich sey diese Thätigkeit eine sehr unbedeutende.

Seine Hauptargumente sind die Sätze:

dafs es ohne Thäler keine Gletscher gebe;

dafs die hoch über dem jetzigen Gletscherniveau befindlichen Felsenschliffe nur erst wenig verwittert seyen, und dafs bei Thalbildung durch Abschleifung die mit der Vertiefung allgemein stattfindende Verengerung unerklärlich sey.

Die dem zweiten Satz zu Grunde liegende Beobachtung wird nicht bestritten werden können, wohl aber die von Herrn Pfaff gegebene Deutung, nämlich dafs die Vertiefung des Thales *sehr schnell*[2]) erfolgt seyn müsse, weil die Schliffe sonst der Verwitterung anheimgefallen wären, welche eisfreie Felsen stärker angreife als eisbedeckte.

Herr Pfaff setzt hierbei offenbar voraus, dafs das Sinken des Gletscherniveaus ein Maafsstab für die Vertiefung der Thalsohle sey.

1) Anm. Ein gleiches Zeugniss legen die theilweise abgeschliffenen Geschiebe in den Endmoränen ab, wie ganz besonders der die Gletscherbäche trübende und charakterisirende, durch Zermalmung (nicht Verwitterung) von Gestein gebildete, aus scharfkantigen Fragmenten bestehende Schlamm. Messungen der Schlammmengen, auch nur annähernde, sind wohl noch nicht veranstaltet worden. Die Centnerzahl mag eine recht bedeutende seyn; relativ zum Gletscherthal wird sie nicht sehr in's Gewicht fallen!

2) Anm. Bezüglich der geologischen Zeitrechnung wird angegeben, dafs Gletscherthätigkeit nicht weiter zurück als zur Tertiärformation verfolgt werden könne. Wenn nun Herr Pfaff darauf hin meint, dafs Thaleinschnitte in älteren Formationen nicht durch Gletscher entstanden seyn können, so mufs ich bekennen, dafs mir der Zusammenhang nicht klar geworden ist.

Nach meiner Ansicht ist dies nicht statthaft; ich halte das Sinken des Gletscherniveaus weniger für eine Folge der Thalerosion, sondern überwiegend für eine Folge klimatischer Veränderungen, für eine Abnahme der Gletschermasse.

Die Existenz einer Eisperiode vor, geologisch gerechnet, kurzer Zeit ist nicht mehr zu bezweifeln. Darnach war der ganze europäische Norden wenigstens so vergletschert, wie gegenwärtig Grönland. Auch in den Gränzländern der Alpen, welche speciell Herr Pfaff im Auge hat, sind weithin die Spuren einer ausgedehnten Vergletscherung unverkennbar und sicherlich sind die Centralalpen von zusammenhängendem, theilweise vielleicht tausende von Fufsen mächtigem Gletschereis bedeckt gewesen.

Im Vergleich mit der Verwitterungsgeschwindigkeit mufs dieses Gletschereis seit der Eisperiode *sehr schnell* abgeschmolzen seyn; es würden sonst nicht auf Tausenden von Quadratmeilen im nördlichen Europa (Scandinavien und Finnland) wie in Amerika (Canada und angränzenden Ländern) die Gletscherschliffe noch deutlich aufzufinden seyn, ebenso wie nicht nur die Gesteinstrümmer der ehemaligen Moränen ihre scharfen Kanten, sondern sogar die aus Gletscherschlamm entstandenen nordischen Thone den Alkalireichthum des eingebetteten Feldspathmaterials behalten haben.

Wenn meine Deutung des Vorkommens unverwitterter Gletscherschliffe hoch über dem jetzigen Eisniveau die richtigere ist, so verliert auch Herrn Pfaff's erster Satz an Geltung. Bei dem jetzigen Klima bilden sich die Gletscher der Alpen nur in Thälern aus und setzen deren Präexistenz voraus. In der Eiszeit war das anders, wie auch jetzt in der arktischen Zone. Grönland ist zum gröfsten Theil vergletschert und, wenn man von der jetzigen Oberflächengestaltung Schwedens und Finnlands einen Schlufs ziehen darf, wahrscheinlich ganz unabhängig von der Oberfläche der Gesteinsunterlage.

Denken wir uns innerhalb des periodisch offenen arktischen Meeres ein Tausende von Quadratmeilen grofser Felsenplateau, so wird sich dieses allmählich mit eines Tausende von Fufs mächtigen Eisschicht bedecken, in gröfster Dicke an dem kältesten, der Wassercondensation günstigsten Punkte, also mehr oder weniger in der Mitte. Da das Eis unter hohem Druck plastisch ist, gleichgültig ob chemisch, oder chemisch-moleculär, so wird das centrale Eisgebirge das peripherische Eis nach aufsen fortdrücken und ein Gleichgewichtszustand mit Eiszuwachs und -Abfluſs sich herstellen.

An der Küste wird der Widerstand des Eises gegen den centralen Druck allmählich immer geringer, da es von dem Wasser des Meeres balancirt und von der Frictionsfläche des Felsengrundes abgehoben wird. Schliefslich bricht es in grofsen Schollen ab und schwimmt als Treibeis und einzelne Eisberge von dannen.

Der zur Fortbewegung des Landeises nöthige ungeheure Druck wirkt selbstverständlich auch auf die nirgends ganz homogene Felsunterlage. In erster Linie mufs an der Küste seine zerstörende Wirkung hervortreten, da hier der Druck einseitiger und zugleich intermittirend wird, letzteres zufolge der abwechselnden Hebung und Senkung des Meeresspiegels, der Fluth und Ebbe.

Die einmal losgedrückten Gesteintrümmer unterstützen die zerstörende Macht des Eises, indem sie unter dem schiebenden und hämmernden Eise als Schleifmittel und Meifsel dienen. Die anfänglich seichten Schrammen und Riefen erweitern sich allmählich zu Thälern — allerdings mit abnehmender Geschwindigkeit!

Zweifelsohne entstehen Thäler auf vielerlei Art. Sind solche auf unserem Eiland vor der Vergletscherung vorhanden gewesen, so können sie dem Gletschereise als Strombett dienen und weiter ausgefurcht werden. Sie können aber auch unter Umständen, besonders wenn sie die Hauptrichtung des Eisstroms kreuzen, ausgetilgt werden,

indem die sie scheidenden Bergwände zerdrückt und abgeschliffen werden.

Inwieweit bei der Thalbildung in den Alpen ein umgränzendes Meer mitgewirkt habe, können wir aufser Betracht lassen; wir beschränken uns auf die gegenwärtige Thätigkeit der Gletscher und auf die Frage, ob sie die von ihnen eingenommenen Thäler noch wesentlich zu vertiefen vermögen, oder ob sie dieselben nicht vielmehr conserviren?

Dafs eine ruhende Eisdecke das Gestein conservirt, mufs ohne Weiteres zugegeben werden. Die Verwitterungsfactoren sind: Temperaturwechsel, mit folgendem Wechsel von Ausdehnung und Zusammenziehung besonders durch zeitweilige Eisbildung; Oxydation mit Volumveränderung und Lockerung des Gefüges; Auslaugung durch Wasser und Kohlensäure; Einwirkung der Vegetation. Alle diese Factoren werden unter einer Eisdecke, wenn nicht ganz beseitigt, so doch sehr geschwächt. Dagegen darf die mechanische Wirkung des strömenden Gletschereises nicht unterschätzt werden.

In einigen Beziehungen greift ein alpiner Thalgletscher die Unterlage noch härter an, als ein arktischer Plateaugletscher. Sein zum Theil sehr starkes Gefälle ersetzt die geringere Mächtigkeit und veranlafst auf der Thalsohle Kataraktbildungen, welche die Ablösung von Gesteintrümmern begünstigen. Temperaturwechsel beeinflufst das Volumen und damit die Spannung der eingeklemmten Eismasse; das Gleiche gilt vom ersten Schmelzwasser, welches nach intensiver Kälte in die Spalten eindringt und dort gefriert. Bei stellenweise auf der Sohle anwachsendem Druck sinkt der Erstarrungspunkt des Wassers und ein Theil des gedrückten Eises schmilzt, während an einer benachbarten Stelle unter geringerem Drucke wieder Wasser gefriert.

Bei eintretendem Thauwetter dringt wärmeres Tagewasser vom Festland zwischen Thalwand und Eisstrom ein, und verursacht ein immer tieferes Abschmelzen und

Ablösen. Zugleich fallen Steinbrocken und Sand mit hinab, welche im Fortrücken des Eises an die Thalwand angepresst werden und diese abscheuern. Wo wegen Unebenheiten der Sohle, wie sie durch die abwechselnd härtere und weichere Beschaffenheit des Gesteins bedingt sind, Zwischenräume zwischen Eis und Gestein sich bilden, führt das Wasser, abgesehen von den durch Eisspalten von oben eindringenden Steinen, feineren und gröberen Grus hinein und wäscht das Schleifpulver wieder als Gletscherschlamm heraus. Je mehr sich das Gletschereis von der Thalwand ablöst, um so leichter kann warmes Tagewasser zwischen den Geschieben bis in die Mitte der Thalsohle vordringen und dort ein Abschmelzen von unten her bewirken, was natürlich das Fortschreiten des Eises auch hier wesentlich fördert. Vielleicht ist das Tagewasser der Hauptmotor der alpinen Gletscher!

Ueber das Strömen des Gletschereises auf der Thalsohle liegen noch keine directen Beobachtungen vor, und es ist sehr wünschenswerth, dafs dergleichen ausgeführt werden. Möglich mufs es wohl sein, an günstig gelegenen Punkten Bohrlöcher durch die ganze Dicke des Eises zu treiben, und interessant würde es sein, neben den Temperaturverhältnissen zu beobachten, ob und wie schnell durch den inneren Druck das Lumen eines solchen Bohrlochs verengt wird?

Aber auch ohne solche Beobachtungen kann es meines Erachtens nicht bezweifelt werden, dafs der Eisstrom auf der Sohle fortgleitet; wenngleich langsamer als auf der geringerer Reibung begegnenden Oberfläche und stellenweise vielleicht mit Anstauung und Katarakterscheinungen, so mufs dieses Fortgleiten gerade die Sohle am stärksten abschleifen, weil diese am stetigsten und stärksten gedrückt wird.

Daraus folgt denn auch, dafs das Gletscherthal im Allgemeinen mit der Zeit und besonders bei allmähliger Abnahme der Eismasse immer enger wird, im Widerspruch mit dem 3. Satz des Herrn Pfaff.

Die grofse Ungleichartigkeit der Gesteine verursacht natürlich grofse Unregelmäfsigkeiten in der Thalbildung durch Gletscher und beeinflufst wesentlich das Verhältnifs, in welchem die zerstörende Thätigkeit der Verwitterung gegenüber derjenigen des Gletschereises sich äufsert.

IX. *Die Rollsteinrücken; von Alexander Müller.*

Rollsteine bis herab zu abgerundeten Sandkörnern sind zunächst als Produkte des Rollens im bewegten Wasser anzusprechen. Man findet sie in Bächen und Flüssen wie am Meeresstrand. Je weicher das Material, je kräftiger die Bewegung des Wassers, um so schneller tritt die Abstumpfung der Ecken und Kanten ein. In den Bächen der Alpen können die Rollsteine hoch hinauf an die Quellengebiete verfolgt werden, und über ihr Entstehen giebt das unaufhörliche Poltern der vom strömenden Wasser fortbewegten Steine, besonders bei zeitweiligen Anschwellungen, unzweideutigen Aufschlufs. Von strömendem Wasser werden die Rollsteine allmählig an den Ufern ausgeworfen und bilden mehr oder weniger regelmäfsige und dem Flufslauf parallele Rücken und Wälle.

Am Meeresstrand sind die Rollsteine selten; das Material desselben ist meist Sand — oder Fels. Wo Rollsteine massenhaft sich finden, werden sie von der Brandung in regelmäfsige, der Wogengröfse entsprechende, mehretagige Bänke geordnet. Eine der interessantesten Rollsteinbänke ist diejenige, welche bei Weymouth (an der Südküste Englands) das Festland mit der Insel Portland verbindet.

Die grofsartigste Entwicklung nach Zahl und Ausdehnung dürften in Europa die schwedischen Rollsteinrücken (Rullsten-åsar) zeigen, und zugleich ist ihre Entstehungs-

geschichte noch in tiefes Dunkel gehüllt. Ihre Lagerung verdanken sie weder dem fliefsenden Wasser, noch der gewöhnlichen Meeresbrandung, und doch müssen sie den Strandbildungen zugezählt werden.

Wahrscheinlich sind sie unter Bedingungen entstanden, wie sie nur aus der gemeinschaftlichen Wirkung von Brandung und arktischer Vereisung hervorgehen.

Denken wir uns eine flache aber weit ausgedehnte Felseninsel, welche zu Tausenden von Fufs Mächtigkeit vergletschert ist, und von welcher die langsam gleitende Eisdecke zu Hunderten von Quadratmeilen in das Meer hinausgeschoben wird, ehe sie in einzelne schwimmende Eisberge zertrümmert wird.

Diese hinausgeschobene Eisfläche ist bis zu einem gewissen Grade biegsam (wie man im Kleinen auf gefrorner Wasserfläche Wellenbewegung wahrnehmen kann) und ruht jenseits des Gürtels, wo das Gewicht des Eises vom Wasser balancirt wird, nicht mehr auf Fels, sondern wird vom Wasser getragen.

Nun ist der Wasserspiegel kein constanter; er wechselt im offenen Meere durch Sturm, durch Ebbe und Fluth, durch den Luftdruck. Was ist die Folge? Die Eisdecke hebt und senkt sich dem entsprechend und unter ihr strömt auf dem Felsengrunde das Meer bald ein, bald aus, wie die Luft in eine athmende Brust. Wir haben hier eine submarine Brandung, die in der Thätigkeit zu rollen der gewöhnlichen Oberflächenbrandung gewifs nicht nachsteht.

Für das zurollende Material sorgt der Inlandsgletscher theils durch die von dem Eis selbst getragenen und geschobenen, theils durch die von den Gletscherbächen fortbewegten Steintrümmer, das gerollte Material aber lagert sich am Meeresgrund parallel der jeweiligen Eisküste.

Bei der allmähligen Hebung des Landes über den Wasserspiegel sind die ursprünglich submarinen Rollsteinrücken in und durch das Bereich der Oberflächenbrandung hindurchgeführt worden; dieselbe hat sicherlich theilweise umgestaltend gewirket, doch im Ganzen mit wenig Energie.

Vermuthlich war damals schon die Ostsee ein vom Weltmeer abgetrenntes Wasserbecken und den hier sich entwickelnden Strömungen stellten sich Tausende von Felskegeln (Schären) als Wogenbrecher entgegen, wenigstens auf der gröfsten Fläche des jetzigen Festlandes.

Erfolgreicher dürfte an vielen Punkten das aus dem Polarmeer kommende Treibeis eingewirkt haben zur Zeit, als Rollsteinrücken noch unter dem Meeresspiegel sich befanden. Wie es heut noch an den Küsten des Eismeeres, z. B. von der Baringstrafse, bisweilen so heftig an das Land gedrängt wird, dafs es den losen Meeresgrund, wie der Schneepflug den Schnee, in hohe Wälle zusammenschiebt, so wird es auch weiter hinaus im tieferen Wasser die etwa vorhandenen und erreichbaren Rollsteinbänke verschoben und umgelagert haben.

X. *Ueber die Darstellung von Magneten auf elektrolytischem Wege; von W. Beetz.*

(Aus den Berichten der Bayerschen Akademie der Wissenschaften; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.

Herr Staatsrath von Jacobi[1]) beginnt einen Bericht an die mathematisch-physikalische Classe der K. Akademie zu St. Petersburg mit folgenden Worten: „Die Frage, wie sich die Molecule des galvanisch reducirten Eisens gruppiren werden, wenn die Reduction unter Einwirkung eines kräftigen Magnetismus geschieht, kann nur auf experimentellem Wege beantwortet werden. Der Versuch wurde von mir angestellt unter der Voraussetzung, es sey recht wohl möglich, durch zweckmäfsige Anordnung das ohnehin im Bruche stahlartige, galvanische Eisen zu determiniren, sich unmittelbar zu per-

1) Bekanntlich seitdem (10. März d. J.) der Wissenschaft durch den Tod entrissen. P.

nanenten Magneten zu constituiren[1]).“ Als Herr von Jacobi liese Worte niederschrieb, war ihm gewifs der 111. Band von Poggendorff's Annalen nicht gerade zur Hand, er würde onst gefunden haben, dafs ich, schon zwölf Jahre früher ls er, mir ganz dieselbe Frage gestellt und deren Beantvortung versucht hatte[2]). Ich würde mir nicht die Mühe geben, diese Thatsache in Erinnerung zu bringen, wenn ich veiter nichts beabsichtigte, als mein Erstenrecht zu wahren; lenn es werden wohl nicht alle Physiker so, wie Herr von Jacobi, meine Arbeit ganz übersehen haben. Aber es nandelt sich hier um etwas ganz Anderes, nämlich darum, lafs ich auf elektrolytischem Wege Magnete erhalten habe, Herr von Jacobi aber nicht. Und da auch von anderen Seiten im Laufe der Jahre zum Theil einander widersprechende Angaben über die magnetischen Eigenschaften les elektrolytisch dargestellten Eisens ausgesprochen worden sind, so erlaube ich mir, auf den fraglichen Gegenstand noch einmal zurückzukommen.

Herr von Jacobi stellte gleichzeitig durch denselben Strom zwei hohle Eisencylinder dar, deren einer sich innerhalb einer starken Magnetisirungsspirale bildete, während der andere keinem solchen magnetisirenden Einflusse ausgesetzt wurde. Dafs das erhaltene Eisen überhaupt Coërcitivkraft besafs, geht daraus hervor, dafs beide Cylinder in Folge ihrer verticalen Stellung einen permanenten, wenn auch schwachen Magnetismus der Lage annahmen. Ich habe dieselbe Thatsache an den von mir früher elektrolytisch erzeugten Magneten ebenfalls bemerkt und auch erwähnt[3]). Dafs trotzdem das in der Magnetisirungsspirale befindliche Eisen keinen stärkeren Magnetismus zeigte, als das andere, erklärt sich sehr einfach dadurch, dafs dessen Magnetisirung unter Umständen versucht wurde, unter denen sie garnicht eintreten kann. Auch ich hatte Eisen im Innern einer

1) Pogg. Ann. CXLIX. (1873) p. 341; aus dem XVIII. Bd. der Bulletins de l'acad. de St. Pétersbourg, Mai 1872.
2) Pogg. Ann. CXI. (1860) p. 107.
3) a. a. O. p. 111.

Magnetisirungsspirale niedergeschlagen und nachher magnetisch gefunden [1]), aber meine Kathode war eine ebene Platte, der als Anode ein ebene Eisenplatte gegenüberstand. Herr von Jacobi bediente sich als Kathode einer überkupferten Wachskerze, und stellte derselben eine cylindrisch aufgerollte, jene ganz umschliefsende Eisenanode gegenüber. Hierdurch wurden die sich niederschlagenden Eisenmolecule von vorn herein in den magnetischen Schatten gestellt; sie wurden äufseren magnetisirenden Einflüssen in derselben Weise entzogen, wie, nach Poisson [2]), eine kleine Magnetnadel, welche sich im Innern einer Hohlkugel von weichem Eisen befindet, keine magnetisirende Wirkung erleidet durch Magnete, welche sich aufserhalb dieser Kugel befinden. Um zu erkennen, wie weit ein solcher magnetischer Schatten in dem Falle, in welchem Herr von Jacobi experimentirte, eine Richtung der im Innern der Spirale befindlichen Molecule verhindern könne, stellte ich folgende Versuche an:

Ein frisch gehärteter, von Magnetismus freier Stahlstab, A, 238^{mm} lang, mit quadratischem Querschnitt von 6,6^{mm} Seite, 83^{grm} schwer, wurde durch Korke in der Axe einer Magnetisirungsspirale befestigt, welche bei gleicher Länge, wie der Stab, aus 330 Windungen in 2 Lagen bestand. Zuerst wurde der Stahlstab von einem in das Innere der Spirale geschobenen hohlen Eisencylinder von 2^{mm} Wanddicke umgeben und der Strom von drei Groveschen Elementen durch die Spirale geleitet. Nach mehrmaligen Unterbrechungen und Schliefsungen des Stromes wurde der Stab aus der Spirale genommen, an einem Seidenfaden horizontal aufgehängt und seine Schwingungsdauer untersucht. Hierauf wurde der hohle Eisencylinder durch einen ähnlichen Messingcylinder ersetzt, der Stab in die Spirale zurückgesetzt, und wieder auf seine Schwingungsdauer untersucht. Ganz dieselbe Versuchsreihe wurde dann mit einem zweiten Stahlstabe B, von ganz gleichen Dimensionen wiederholt. Die

1) Fortschr. d. Physik XVI. (1860) p. 522.

2) Pogg. Ann. I. (1824) p. 318; aus den Ann. de chim. et de phys. XXV. 113.

beobachteten Schwingungsdauern waren nach der Magnetisirung

	A	B
in der Eisenhülse	96	84 Sec.
in der Messinghülse	12	11,1

und nachdem die Stäbe am Pole eines kräftigen Electromagnets gestrichen worden waren 9 9,5.

Die sich aus den mitgetheilten Daten ergebenden specifischen Magnetismen der beiden Stäbe, d. h. deren magnetische Momente dividirt durch ihr Gewicht, waren demnach (die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus $T = 2{,}00$ gesetzt) nach der Magnetisirung

	A	B
in der Eisenhülse	2,5	3,3
in der Messinghülse	161,9	199,2
nach dem Strich	288,2	258,3.

Wenn nach diesen Versuchen sich das einfache Umgeben des Stabes mit einer Eisenhülse die magnetisirende Wirkung der Spirale auf denselben auf einen sehr geringen Werth hinabdrückt, so wurde dieser Werth noch weiter dadurch verringert, dafs das Glas, welches die Kupferkathode und die röhrenförmige Eisenanode enthielt, auch von aufsen noch von einer aus Eisenblech zusammengebogenen Röhre umgeben war, über welche dann die Spirale gewickelt wurde. Was der Zweck dieser Eisenröhre gewesen sein kann, weifs ich nicht, da es sich hier nicht um Inductions-, sondern um Magnetisirungsversuche handelt.

Weshalb Herr von Jacobi keinen elektrolytisch erzeugten Magnet zu Stande brachte, ist demnach hinreichend verständlich. Es fragt sich aber noch, ob das von ihm dargestellte Eisen wirklich garnicht fähig war, permanenten Magnetismus anzunehmen.

Der Gedanke liegt nahe, dafs das elektrolytisch niedergeschlagene Eisen je nach der Lösung, aus welcher es erhalten ist, ein verschiedenes Verhalten gegen den Magnetismus zeigen kann. Nach übereinstimmender Angabe aller Beobachter ist das galvanische Eisen, ohne Rücksicht auf diese Lösungen, stets hart und spröde; nur eine abweichende

Angabe finde ich, nämlich die von Krämer[1]), welcher das aus Eisenchlorürlösung niedergeschlagene Eisen so weich fand, daſs es sich an den Rändern mit dem Messer schneiden lieſs, während das nach Böttger's Vorschrift[2]) aus einem Gemisch von schwefelsaurem Eisenoxydul und Salmiak gewonnene spröde und des bleibenden Magnetismus fähig war. Krämer sieht aber diesen Niederschlag nicht als reines Eisen, sondern als Stickstoffeisen an, eine Ansicht, welcher Meidinger[3]) entgegengetreten ist, der den Stickstoff in der Gestalt von Ammoniak dem Eisen beigemengt glaubt. Auch die Angabe Krämer's, daſs das stickstofffreie Eisen weich sey, hat directen Widerspruch gefunden, indem Stammer[4]) auch aus Eisenvitriollösung, ohne allen Zusatz, glasharte Niederschläge erhielt und der Meinung ist, daſs die Molecularbeschaffenheit des Eisens nur von der Stromstärke, der Nähe der Elektroden und der Entwickelung von Gasblasen abhängig sey. Schon früher hat Matthiessen[5]) darauf aufmerksam gemacht, daſs das aus Eisenvitriol- und aus Eisenchlorürlösung erhaltene Eisen eine bedeutende Coërcitivkraft besitze, und Hobler[6]) hat sogar aus concentrirter Eisenvitriollösung in ganz ähnlicher Weise, wie ich früher aus der Böttger'schen, unter dem Einflusse eines starken Magnets magnetische Eisenniederschläge dargestellt. Dagegen sagt Klein[7]) selbst von dem aus einer Mischung aus Eisenvitriol- und schwefelsaurer Ammoniaklösung dargestellten Eisen, es scheine keinen permanenten Magnetismus zu haben, sondern, wie das weiche Eisen, den Magnetismus der Lage anzunehmen, und Herr von Jacobi[8]), dem alle oben erwähnten Angaben entgangen oder der Beachtung

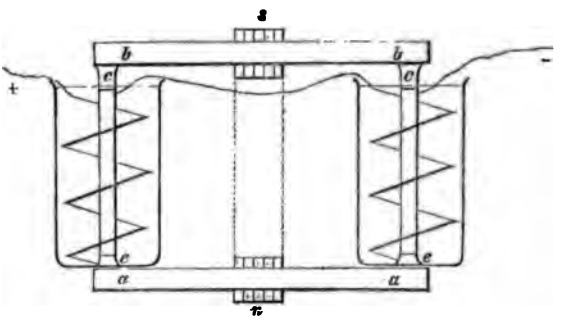
1) Dingler polyt. J. CXI. (1861) p. 444.
2) Pogg. Ann. LXVII. (1846) p. 117.
3) Dingler polyt. J. CLXIII. (1862) p. 295.
4) Dingler polyt. J. CLXI. (1861) p. 303.
5) Phil. Mag. (4) XV. (1858) p. 80.
6) Proc. of the lit. and phil. soc. of Manchester II. (1862) p. 1.
7) Bull. de l'Acad. Imp. de St. Pétersbourg XIII. (1868) p. 48.
8) Pogg. Ann. CXLIX. (1872) p. 349.

nicht werth gewesen zu sein scheinen, denkt sogar daran, ob nicht dem galvanischen Eisen eine vortheilhafte Benützung im Gebiete des Elektromagnetismus in den Fällen bevorstehe, wo es sich, wie z. B. bei Inductionsapparaten u. s. w., darum handelt, einen starken, temporären und ohne Residuum augenblicklich verschwindenden Magnetismus herzustellen, zu welchem Zweck er freilich gar nicht das galvanische Eisen direct untersucht hat, sondern erst, nachdem dasselbe durch Ausglühen u. dgl. in seiner Structur verändert worden war. Füge ich zu diesen, einander zum Theil geradezu widersprechenden Angaben hinzu, dafs nach den Versuchen von Lenz[1]) das galvanische Eisen sehr beträchtliche Mengen von Gasen, namentlich von Wasserstoffgas, absorbiren kann, so ist die Behauptung gewifs gerechtfertigt, dafs man es je nach der Beschaffenheit der Lösungen, der Stärke und Dichtigkeit des Stromes und nach andern Nebenumständen mit Niederschlägen ganz verschiedener Natur zu thun haben kann, und dafs erst durch den Versuch festgestellt werden mufs, ob das nach Herrn von Jacobi's Methode dargestellte Eisen wirklich aller Coërcitivkraft bar ist, oder ob er elektrolytische Magnete ebensogut, wie ich, erhalten haben würde, wenn er, wie er versprochen hatte, seinem Apparate eine „zweckmäfsige Anordnung" gegeben hätte.

Ich habe defshalb folgende vergleichende Versuche angestellt[2]).

1) Bull. de l'Acad. Imp. de St. Pétersburg XIV. (1869) p. 252 und 337.

2) Ich habe bei meinen Versuchen nie so dicke Eisenschichten anwachsen lassen, wie es Herr von Jacobi gethan hat, weil mit zunehmender Dicke des Niederschlages dessen specifischer Magnetismus abnehmen mufs. Vergleiche meine frühere Abhandlung p. 112.



Ein fünflamelliger Haarlemer Magnet von 75 Kgr. Tragkraft wurde so aufgestellt, dafs seine beiden Pole *n* und *s* sich lothrecht übereinander befanden. Vor jede Polfläche wurde horizontal ein Eisenanker, *aa* und *bb*, gelegt; auf die Enden *a* und *a* wurden zwei Bechergläser mit fast ebenem Boden gestellt, deren jedes eine Spirale aus etwa 4 ^{mm} dickem Eisendraht enthielt. In der Achse jedes Glases wurde eine überkupferte 60^{mm} lange Wachskerze lothrecht auf einen mit Firnifs überzogenen Eisenklotz *e* aufgestellt und durch einen anderen Eisenklotz *c*, der an ein Ankerende *b* aufgehängt war, in dieser Lage festgehalten. Das eine Glas wurde mit der von Herrn von Jacobi benützten, von Klein vorgeschlagenen, bittersalzhaltigen Lösung, das andere mit der Böttger'schen Lösung gefüllt. Die erstere war durch kohlensaure Magnesia nahezu neutralisirt und ganz wie es Herr von Jacobi vorschreibt, bis zum specifischen Gewicht 1,270 verdünnt; die letzte war concentrirt. Nun wurde der Strom eines Leclanché-Elementes durch beide Zersetzungszellen hintereinander geleitet, so dafs die Eisenspiralen als Anoden, die Kupfercylinder als Kathoden dienten. Die Spiralform war für die Anoden defshalb gewählt, weil zusammenhängende Eisencylinder unter dem inducirenden Einflufs der stark magnetischen Anker selbst einen kräftigen Magnetismus annehmen, der auf die Magnetisirung des Niederschlages nachtheilig wirken mufs. Der Firnifsüberzug auf den Eisenklötzen *cc* und *ee* verhinderte die Entstehung

eines Niederschlages auf den Klötzen selbst, sowie eine Nebenschliefsung des Stromes durch den Eisenanker *bb*. Das Gewicht der Kerzen war vor Beginn des Versuches bestimmt. Nachdem derselbe 3 Tage gedauert hatte, wurde der Apparat auseinander genommen. Beide Kerzen waren mit Eisen bedeckt. Der Niederschlag I aus der Böttger'schen Lösung war schön metallisch glänzend, ganz glatt, und nur mit kleinen Gruben, den Anzeichen einer mäfsigen Wasserstoffentwicklung, bedeckt. Der Niederschlag II aus der Jacobi'schen Lösung war schwarz, ganz mit rauhen Aesten bedeckt in der Art, wie die Zeichnung, welche Herr von Jacobi seiner Mittheilung beigegeben hat, zeigt, nur waren die Aeste alle nach oben gerichtet, offenbar durch die ziemlich lebhaft aufsteigenden Gasblasen gedrängt. Dafs die Gasentwickelung in dieser Zelle lebhafter gewesen war, als in der andern, war nicht nur während des Versuchs bemerkbar, es zeigte sich auch dadurch, dafs die Gewichtszunahme der Anode

$$\text{I} = 7{,}47 \text{ gr.}, \qquad \text{II} = 6{,}46 \text{ gr.}$$

betrug. Die gröfsere Concentration der Böttger'schen Lösung hatte wohl diese lebhafte Gasentwicklung gemäfsigt. Aus den beiden Magnetröhren wurde das Wachs nicht herausgeschmelzt, weil die Erwärmung dem etwa vorhandenen Magnetismus Eintrag thun konnte; vielmehr wurden die ganzen Stäbe sorgfältig getrocknet, durch Eintauchen in dünne Schellacklösung mit einem gegen Rost schützenden Ueberzug versehen, und dann nach der Methode der Ablenkung auf ihren Magnetismus untersucht. Dabei ergab sich der specifische Magnetismus von

$$\text{I} = 214{,}5, \qquad \text{II} = 59{,}0.$$

Der Magnet I zog Eisenfeile kräftig an, II nur schwach. In der vorher beschriebenen Magnetisirungsspirale der magnetisirenden Wirkung von 3 Groveschen Elementen im Sinne ihres bisherigen Magnetismus ausgesetzt, nahmen sie die specifischen Magnetismen an:

$$\text{I} = 256{,}0, \qquad \text{II } 65{,}5.$$

In der That also ist das aus der Böttger'schen Lösung erhaltene Eisen des permanenten Magnetismus in viel höherem Maafse fähig, als das Jacobi'sche Eisen. Wenn aber am letzteren gar kein solcher gefunden wurde, so war das nur der unzweckmäfsigen Anordnung des Jacobi'schen Apparates zuzuschreiben. Der ästige Magnet zeigte sich auch bei weiteren Versuchen mit Coërcitivkraft wohl begabt; in der Magnetisirungsspirale konnte er sowohl durch galvanische Ströme, als durch die Funkenschläge einer Holtz'schen Maschine nach Belieben in der einen oder anderen Richtung mit permanentem Magnetismus versehen werden.

Es war weiter zu untersuchen, ob der aus der Böttger'schen Lösung erhaltene Niederschlag als materiell verschieden (als Stickstoffstahl) eine gröfsere Coërcitivkraft besafs, als der aus der Klein'schen Lösung gewonnene (der dann nur als Eisen oder als Wasserstoffeisen zu betrachten wäre), oder ob lediglich die verschiedene Form der beiden Niederschläge ihre ungleiche Coërcitivkraft bedingte. Ich versuchte defshalb aus beiden Lösungen möglichst gleichartige Niederschläge darzustellen. Auch die Klein'sche Lösung wurde concentrirt angewandt. Der elektrolysirende Strom wurde wieder durch ein Leclanché-Element erregt, er wurde aber durch Einschaltung eines Widerstandes von 20 Q. E. soweit geschwächt, dafs die Wasserstoffentwicklung nur eine geringe war. Sie ganz zu unterdrücken gelang, auch durch gröfsere Widerstände, nicht. Die sich abscheidenden Blasen wurden mittelst eines Pinsels von Zeit zu Zeit entfernt, was sehr leicht geschehen konnte, da die spiralförmige Elektrode den Niederschlag dem Auge nicht verdeckt. Die beiden ersten auf diese Weise erhaltenen Niederschläge, III aus Böttger'scher, IV aus Klein'scher Lösung, wurden nicht gleichzeitig, sondern jeder für sich direct zwischen den Magnetpolen dargestellt. Das Gewicht von III war = 4,105 gr., das von IV = 1,405 gr. Bei allen folgenden Versuchen wurde dagegen jedesmal ein Magnetpaar zugleich an dem in der Figur dargestellten

Apparat erzeugt, und durch ein gleichzeitig eingeschaltetes Kupfervoltameter ermittelt, welche Eisenmenge auf den Kathoden zu erwarten war. Als solche dienten von jetzt an polirte Messingstäbe von 130^{mm} Länge. So wurde zunächst aus der Böttger'schen Lösung der Magnet V, 1,062 gr. schwer und aus der Klein'schen VI, 1,316 gr. schwer, erhalten, während nach Angabe des Voltameters 1,100 gr. Eisen hätte niedergeschlagen werden sollen. Die Magnete III und V waren vollkommen blank und silberweifs, IV und VI schwarz, matt, mit kleinen Warzen bedeckt, nach dem Trocknen unter der Luftpumpe über Schwefelsäure ging ihre Farbe in mattes Grau über. Die specifischen Magnetismen waren bei

III = 1084 IV = 49,9
V = 1225 VI = 66,6

und nach dem Magnetisiren in der Spirale

III = 1150 IV = 57,7
V = 1261 VI = 73,5.

Da es mir also nicht gelungen war, aus der Klein'schen Lösung glatte Magnete zu erhalten, so verliefs ich dieselbe und wählte statt ihrer eine Lösung von Eisenchlorür. Es wurden wieder zwei Magnetpaare nacheinander dargestellt: Im ersten Versuch sollten 0,436 gr. Eisen gewonnen werden; der Magnet VII (aus Böttger'scher Lösung) wog 0,426 gr., VIII (aus Eisenchlorür) 0,411 gr. Im zweiten Versuch waren 0,746 gr. Eisen zu erwarten; der Magnet IX (aus Böttger'scher Lösung) wog 0,716 gr., X (aus Eisenchlorür) 0,660 gr. Die specifischen Magnetismen dieser Stäbe waren

VII = 1419 VIII = 157,9
IX = 931,4 X = 215.

Nach dem Magnetisiren in der Spirale hatte

IX = 1466 X = 267.

Wiederum waren VII und IX silberweifs und glänzend, VIII und X hellgrau, matt und mit etwas dunkleren Leisten in der Längsrichtung bewachsen. Eine solche 35^{mm} lange Leiste wurde vom Stabe VIII losgesprengt; sie wog 0,116 gr.

und zeigte den specifischen Magnetismus 374,7. Nachdem ich diese auffallende Beobachtung gemacht hatte, untersuchte ich die Stäbe VIII und X näher, und fand, dafs jede dieser kleinen Leisten ein Magnet für sich war, dafs also der als Elektrode dienende Messingstab mit einer schwach magnetisirten Unterlage bedeckt war, auf welche dann eine Anzahl von kleinen, aber ziemlich kräftigen Magneten aufgewachsen war. Die ganzen Stäbe verhielten sich daher wie Magnete, welche mit Folgepunkten versehen sind. Führt man sie an dem Pole einer Magnetnadel vorüber, so wird derselbe in der That bald angezogen, bald abgestofsen. Ueber den Stab X zog sich fast der ganzen Länge nach eine solche etwa 2^{mm} breite Leiste hin, defshalb erscheint auch sein Gesammtmagnetismus höher, als der von VIII, an welchem nur kürzere Leisten vorhanden waren[1]).

Hiernach darf ich nun wohl die Ergebnisse meiner Versuche in Folgendem zusammenfassen:

„Das aus salmiakhaltiger Eisenlösung niedergeschlagene Eisen ist in ganz hervorragendem Maafse des permanenten Magnetismus fähig[2]), das aus den anderen Lösungen nur in geringerem Grade. Entsteht der Niederschlag unter der Einwirkung eines starken Magnetismus (und unter Vermeidung schädlich wirkender Nebenumstände), so bilden sich aus der salmiakhaltigen Lösung starke Magnete von gleichmäfsiger Structur, während aus salmiakfreier Lösung Magnete gebildet werden, deren Structurunregelmäfsigkeiten Folgepunkte hervorrufen, und dadurch den von vornherein schon schwächeren Magnetismus des Niederschlages noch schwächer erscheinen lassen. Ein nicht unbedeutender Grad von Coërcitivkraft ist aber dem galvanischen Eisen unter keinen Umständen abzusprechen, es sei denn,

1) Die sämmtlichen Magnetproben wurden der math.-phys. Classe in deren Sitzung vorgelegt.

2) Nach F. Kohlrausch (dessen Leitfaden der praktischen Physik. 2. Aufl.) betragt der specifische Magnetismus bei den besten Magneten von sehr langgestreckter Gestalt etwa 1000.

dafs es durch Glühen oder dgl. Processe in seiner Structur verändert worden ist".

Als Grund der erwähnten Structurunregelmäfsigkeiten glaube ich die Beschaffenheit der Lösungen selbst ansehen zu müssen. Während die salmiakhaltige Lösung vollkommen klar bleibt, scheidet sich auf ihr eine feste krystallinische Kruste ab. Werden Stücke derselben losgebrochen, so fallen sie zu Boden, ohne den Stab zu verunreinigen. Die Chlorürlösung trübt sich, und lagert beständig etwas von ihrem schlammigen Niederschlage auf die Elektrode ab. Die Klein'sche Lösung bleibt zwar auch ziemlich klar, auf ihrer Oberfläche bildet sich aber ein schlammiger Schaum; fällt von diesem etwas nieder, so wird ebenfalls die Elektrode verunreinigt. Dadurch mufs der Eisenniederschlag an Homogenität verlieren, und durch theilweises Entfernen der Verunreinigung (durch Abpinseln, Aufsteigen der Gasblasen u. dgl.) kann die Bildung der oben erwähnten Partialmagnete veranlafst werden. Das auffallend hohe Gewicht des Niederschlages VI kann wohl auch nur durch Einmischung fester fremdartiger Bestandtheile erklärt werden, während das zu kleine Gewicht der übrigen aus stickstofffreier Lösung erzeugten Magnete auf eine lebhaftere Gasentwicklung schliefsen läfst.

In der k. k. Staatsdruckerei in Wien wird ebenfalls ein salmiakhaltiges Eisenbad angewandt, um die Kupferplatten mit einer silberweifsen Schicht zu verstählen. Klein schlägt (a. a. O.) mehrere ammoniakhaltige Bäder für den gleichen Zweck vor. Ob die in der k. Staatsdruckerei in St. Petersburg von Scamoni dargestellten, „zum Kupferdruck vollkommen geeigneten Eisenplatten", welche Herr von Jacobi (Pogg. Ann. CXLIX. p. 345) erwähnt, aus ammoniakhaltiger Lösung gewonnen werden, ist nicht angegeben. Gewifs aber ist eine solche für die Darstellung homogener Niederschläge die geeignetste.

XI. *Welche Strahlen des Lichtes zerlegen bei Sauerstoffzutritt das Chlorophyll?*

von Julius Wiesner,
ord. Professor an der Universität zu Wien.

Es ist lange bekannt, dafs sich alkoholische Chlorophyllextracte im Lichte unter Verfärbung zersetzen, rasch im Sonnenlichte, langsam im diffusen Tageslichte. In einer Dunkelheit, in welcher Samen monocotyler und dicotyler Pflanzen keimen, ohne jedoch zu ergrünen, verfärben sich solche grüne Auszüge, selbst bei reichlichem Zutritt von atmosphärischer Luft nicht; aber selbst bei so geringen Helligkeiten, welche das Lesen gedruckter Schrift nur schwer ermöglichen, aber bei welchen schon nach mehreren Stunden ein Ergrünen vergeilter Keimlinge eintritt, verfärben sich Chlorophylllösungen, vorausgesetzt, dafs der Alkohol des Extracts nicht zu Essigsäure oxydirt wird, selbst nach viele Tage hindurch andauerndem Stehen nicht, woraus sich ergiebt, dafs zur Zerstörung des Chlorophylls im Lichte gröfsere Helligkeiten, als zur Entstehung desselben nothwendig sind.

Die Zerlegung des Chlorophylls im Lichte ist, wie Gerland [1]) zuerst zeigte, ein Process, der ebenso vom Sauerstoff als vom Lichte abhängt. Denn ebenso, wie ein Chlorophyllextract im Dunkeln bei Sauerstoffzutritt intact bleibt, ebenso unverändert bleibt es, wenn die grüne Flüssigkeit, vorher durch Auskochen sauerstofffrei gemacht, über Quecksilber aufgestellt wird. Gerland [2]) bestreitet indefs, dafs man es in der Zerstörung des aufgelösten Chlorophylls, vom Anfang bis zum Ende, mit einem Oxydationsprocefs zu thun habe, welcher Auffassung ich auf Grund der von mir angestellten Beobachtungen nicht zustimmen kann. Auf diese Frage werde ich jedoch hier

1) Diese Annalen, 1871, S. 594 ff.
2) l. c. S. 595.

nicht eingehen, sondern selbe in einer gröfseren Abhandlung über die Beziehungen des Lichtes zum Chlorophyll, welche in den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Wien erscheinen wird, beantworten; in diesen Zeilen werde ich blofs über jene von mir angestellte Beobachtungen berichten, welche den Zusammenhang zwischen Brechbarkeit des Lichts und Zerstörung des Chlorophylls aufzuklären suchen.

Die ersten Versuche, welche über diesen Gegenstand angestellt wurden, rühren von Sachs[1]) her. Er zeigte, dafs hinter einer besonnten Lösung von doppeltchromsaurem Kali, welcher blofs die Strahlen von Roth bis zum Anfange von Grün durchläfst, die Verfärbung eines alkoholischen Chlorophyllextractes fast ebenso rasch vor sich geht, als wenn das Sonnenlicht, ohne durch ein absorbirendes Medium zu gehen, auf die grüne Flüssigkeit trifft; dafs hingegen die Verfärbung von Chlorophylllösungen hinter eine Auflösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak, welche blofs Grün bis zu Violett durchläfst, weitaus langsamer fortschreitet.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich, dafs den Strahlen der schwächer brechenden Hälfte des Sonnenspectrums eine gröfsere chlorophyllzersetzende Kraft als den Strahlen der stärker brechenden Hälfte zukommt, dafs mithin die sogenannten chemischen Strahlen des Lichtes bei diesem Processe eine relativ nur geringe Wirkung ausüben.

Zu der genannten Abhandlung[2]) spricht Sachs, jedoch ohne weitere Beibringung von Beweisen, den Satz aus, dafs die hellleuchtenden Strahlen des Lichtes, also die gelben und beiderseits benachbarten, das Chlorophyll am raschesten zerlegen.

Dieser Ansicht steht eine andere gegenüber, welche sich aus einer Arbeit von Lommel[3]) ableiten lässt. Der

1) Bot. Zeit. 1864, S. 362.
2) l. c. S. 363.
3) Diese Annalen 1871, S. 568 ff.

genannte Autor sucht festzustellen, dafs jene Strahlen des Lichtes, welche im Chlorophyllspectrum absorbirt erscheinen, die Kohlensäurezerlegung in den grünen Pflanzentheilen vollziehen, und hält aus Gründen, auf welche ich hier nicht eingehe, dafür, dafs die rothen, zwischen den Fraunhoferschen Linien B und C gelegenen Strahlen, die Hauptrolle bei diesem Processe spielen. — Lommel hat aber, wie ich glaube, den Bau und die Function eines lebenden *Chlorophyllkorns* übersehen, welches letztere bekanntlich aus einem geformten, an sich farblosen Stück Protroplasma besteht, das, namentlich in seiner peripheren Partie, durch den Chlorophyllfarbstoff tingirt wird, und auch aufserachtgelassen, dafs die Assimilation der Kohlensäure und des Wassers im Protoplasmakörper und nicht im grünen Farbstoff des Chlorophyllkorns vor sich geht. Die Absorptionsstreifen im Spectrum einer Chlorophylllösung besagen nichts über jene Antheile des Lichts, welche bei der Assimilation der Kohlensäure und des Wassers in der Pflanze betheiligt sind, vielmehr scheinen sie uns jene Strahlen des Lichtes zu bezeichnen, welche bei Vorhandenseyn von Sauerstoff das Chlorophyll zersetzen, eine Anschauung, welche Gerland[1]) jedoch mit bestimmten Modificationen vertritt.

Gerland sagt, „dafs das Chlorophyll durch alle Strahlen verfärbt (zersetzt) wird, welche es in Schichten von der Dicke von einigen Millimetern absorbirt.“ — Wenn ich Gerland's Auseinandersetzung richtig aufgefasst habe, so sucht er auf Grund von Untersuchungen, die sich theils mit der Verfärbung von durch Chlorophylllösungen tingirtem Papier hinter farbigen Gläsern, theils mit der Verfärbung von Chlorophylllösungen beschäftigen, darzuthun, dafs die zwischen B und C gelegenen rothen, und die im Violett gelegenen, im Chlorophyllspectrum absorbirt erscheinenden Strahlen des Lichtes bei der Chlorophyllzersetzung am stärksten betheiligt sind.

1) l. c. S. 601 ff.

Nach Baranetzky[1]) soll die Geschwindigkeit der lorophyllzersetzung im Lichte gar nicht von der Brechkeit, sondern lediglich von der Helligkeit des die Chlophylllösung treffenden Lichtes abhängig seyn. Hinter ich durchsichtigen Lösungen von schwefelsaurem Kupferydammoniak und Eisenchlorid oder doppelt chromsaurem li würde, nach Baranetzky, die Verfärbung mit Chlophylllösungen mit gleicher Geschwindigkeit erfolgen.

Ich erlaube mir die folgenden Versuchsreihen als klein Beitrag zur Lösung der bezeichneten Frage mitzueilen.

Ich bereitete eine concentrirte Lösung von doppeltromsaurem Kali, eine ebensolche Lösung von schwefelurem Kupferoxydammoniak und eine gesättigte ätherische lorophylllösung, die sich bekanntlich bei Sauerstoffzutritt el langsamer als eine alkoholische im Licht zersetzt, und achte diese drei Flüssigkeiten durch Zusatz von Wasser, ziehungsweise Aether, auf gleiche Durchsichtigkeit. Ich tzte nämlich die Verdünnungsflüssigkeiten so lange zu, s ein von der Sonne beleuchteter Gesimsstreifen eines ir gegenüber stehenden Gebäudes bei Betrachtung durch e farbigen Lösungen für mein Auge eben sichtbar wurde. Ferner versetzte ich eine aufserordentlich verdünnte ässerige Lösung von Oxalsäure mit einer Spur von Chlorryum, wodurch eine vom herausfallenden oxalsauren Kalk errührende nebelige Trübung in der Flüssigkeit entstand. iese Flüssigkeit wurde unter Schütteln so lange mit Vasser verdünnt, bis sie, bei gleicher Dicke, mit den drei ühor genannten Flüssigkeiten in der Helligkeit übereinimmte. Endlich brachte ich noch eine fünfte Flüssigkeit, imlich eine Lösung von Aesculorcëin mit den übrigen auf leiche Helligkeit.

Die zuletztgenannte, von Rochleder entdeckte Subanz, deren merkwürdige optische Eigenschaften Grai-

1) Botan. Zeit. 1871, S. 193 ff.

lich[1]) auffand und näher untersuchte, verdanke ich der Güte des erstgenannten Herrn.

Die fünf eben bezeichneten Flüssigkeiten wurden auch nach dem Lambert'schen Verfahren auf ihre Helligkeit geprüft, und da selbe sich als gleich hell erwiesen hatten, zum Versuche benutzt; vorher wurden sie jedoch erst spectroskopisch geprüft. Es ergab sich bei einer Dicke der Flüssigkeit von 20 Millim. Folgendes:

Das durch oxalsauren Kalk getrübte Wasser, in den folgenden Zeilen mit W (weifs) bezeichnet, liefs alle Strahlen durch.

Die Lösung von doppelchromsaurem Kali, die ich mit G (gelb) bezeichnen werde, liefs die Strahlen von B—E durch.

Die ätherische Lösung des Chlorophylls, Gr (grün), liefs alles Licht bis auf die sieben Absorptionsstreifen durch[2]), B—C wurde absorbirt.

Die Lösung von Aesculorcëin, R (roth), liefs, wie Grailich zuerst zeigte,[3]) blofs Roth von B—C durchgehen.

Die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak, Bl (blau), liefs E—H und daneben eine Spur von Roth durch.

Diese Flüssigkeiten wurden in cylindrische Glasgefäfse gebracht, in welche je ein zu $\frac{1}{3}$ mit frischer, smaragdgrüner Chlorophylllösung gefüllter kleiner Glascylinder tief in die Flüssigkeit versenkt wurde. Ich trug dafür Sorge, dafs die kleineren Cylinder alle genau senkrecht in den Versuchs-Flüssigkeiten ständen; die Dicke der Flüssigkeitsschicht vor jeder Chlorophylllösung in jedem Apparat die gleiche war, nämlich 20 Millim. betrug, und dafs der Zutritt des Lichtes von oben her zu den Chlorophylllösungen abgehalten wurde.

1) Krystallographisch-optische Untersuchungen, Wien 1858.

2) Kraus, Chlorophyllfarbstoffe, Stuttgart 1872.

3) l. c. S. 188; auch selbst noch bei einer Dicke von 3 Millim. wird blofs rothes Licht von der bezeichneten Brechbarkeit durchgelassen.

;och habe ich zu bemerken, daſs die ätherische Chlo-
/lllösung (Gr), um sie während des Versuches mög-
intact zu halten, früher ausgekocht wurde, und daſs
Flüssigkeit der Einwirkung gröſserer Sauerstoffmengen
1 einen dichten Korkverschluſs entzogen war. Es ist
tverständlich, daſs dieser Verschluſs die Einsenkung
Gefäſses zur Aufnahme der alkoholischen Chlorophyll-
g nicht hindert.

)ie fünf Apparate wurden der Einwirkung des Sonnen-
: sausgesetzt bei einer Lufttemperatur von 20 bis 22° C.
kleineren Cylinder wurden von Zeit zu Zeit aus den
gen Lösungen herausgenommen und die in ersteren
ltenen Chlorophylllösungen mit einer im Dunkeln auf-
hrten Probe des grünen Extractes, beziehungsweise
ler im Apparate W verfärbten Chlorophylllösung ver-
en.

a) Beginn der Entfärbung der Chlorophyllextracte:

In	W	nach	10	Minuten
„	G	„	15	„
„	Gr	„	17	„
„	R	„	24	„
„	Bl	„	55	„

b) Die Chlorphyllextracte wurden olivengrün:

In	W	nach	30	Minuten
„	G	„	34	„
„	Gr	„	37	„
„	R	„	95	„
„	Bl	„	150	„

c) Die Chlorophyllextracte wurden hellbräunlich:[1])

In	W	nach	1.18	Stunden
„	G	„	1.18	„
„	Gr	„	1.30	„
„	R	„	2.50	„
„	Bl	„	4.08	„

[1]) Die Absorptionsspectra waren völlig identisch.

Aus einer grofsen Zahl von Versuchen, die stets übereinstimmende Resultate ergaben, hebe ich noch die folgenden hervor.

Im diffusen Tageslichte wurden die weingeistigen Chlorophyllextracte nach folgenden, in Stunden ausgedrückten Zeiten hellbräunlich und stimmten auch im Absorptionsspectrum miteinander überein.

W nach 30
G „ 35
Gr „ 82
Bl „ 211[1])

Aus diesen Beobachtungen geht zunächst hervor, dafs die Behauptung Baranetzky's, die Geschwindigkeit der Chlorophyllzersetzung sey bei gleicher Helligkeit von der Brechbarkeit der wirksamen Strahlen unabhängig, unrichtig ist.

Diese Beobachtungen lehren ferner, dafs die Strahlen im Roth, welche zwischen den Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* liegen, nicht, wie man nach Lommel's Auseinandersetzungen vermuthen sollte, die relativ gröfste Chlorophyll zerstörende Kraft besitzen; denn wäre dem so, so müfste sie hinter einer normalen Chlorophylllösung, in welcher die Strahlen *B-C* ausgelöscht sind, viel langsamer vor sich gehen, als hinter einer Lösung von Aesculorcein, welche blofs die Strahlen von *B-C* durchläfst, denn gerade der umgekehrte Fall fand statt.

Auch Gerland's Angabe, dafs die rothen und violetten Strahlen bei der Chlorophyllzersetzung am stärksten betheiligt sind, kann nach obigen Mittheilungen nicht als richtig angesehen werden.

Vielmehr lehren vorstehende Beobachtungen, dafs der von Sachs aufgestellte, von ihm aber nicht näher begründete Satz: dafs die am meisten leuchtenden Strahlen des Lichtes, also die gelben und beiderseits benachbarten, am raschesten die Zersetzung von Chlorphylllösungen hervorrufen, richtig ist.

1) Dieser Versuch dauerte 20 Tage.

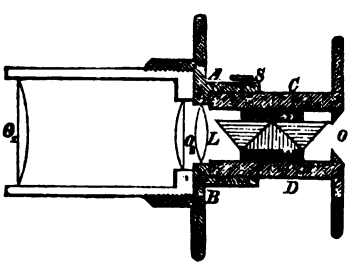
Diese und andere Beobachtungen[1]) lassen annehmen, lafs alle vom Lichte abhängigen, chemischen Vorgänge m Chlorophyllkorn, nämlich Entstehung und Zerstörung on Chlorophyll und Assimilation der Kohlensäure und les Wassers, am raschesten durch die am meisten leuchenden Strahlen vollzogen werden und alle sichtbaren Anheile des Spectrums die Fähigkeit haben, diese Functionen uszuüben; während die durch das Licht hervorgerufenen nechanischen Wirkungen auf die Pflanze vorwiegend den ogenannten chemischen Strahlen des Lichtes zuzuschreiben seyn dürften.

Wien, im März 1874.

XII. Ueber ein einfaches Ocularspectroskop für Sterne; von F. Zöllner.

(Aus den Berichten der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaft April 1874 vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Die beistehende Figur zeigt in natürlicher Gröfse den Durchschnitt einer compendiösen Form eines Stern-Spectroskopes in Verbindung mit dem Oculare eines beliebigen Fernrohres.



Das Spectroskop besteht aus einem kleinen Prisma mit gerader Durchsicht, welches in einer Hülse *CD* be-

1) Sachs, Lehrbuch der Botanik 3. Aufl. p. 652.

festigt ist und dessen Zerstreuung ungefähr aequivalent dem Prismensysteme eines Browning'schen Miniaturspectroskopes ist. Die Hülse *CD* ist in einer zweiten Hülse *AB* beweglich, welche auf den Ocularkopf geschraubt werden kann und eine Cylinderlinse *L* von ungefähr 100 Millimeter Brennweite enthält. Da die Länge der durch diese Linse erzeugten Lichtlinie aufser von ihrer Brennweite auch von den Dimensionen und Verhältnissen der optischen Theile des Fernrohrs abhängt, so ist es zweckmäfsig, mehrere Cylinderlinsen von verschiedener Brennweite vorräthig zu haben, um sie je nach der gewünschten Länge der Lichtlinie und somit der Breite des Spectrums in Anwendung bringen zu können:

O_1 und O_2 sind die beiden Linsen des Oculars und gehören daher nicht mehr zum Spectroskop.

Soll mit diesem Instrumente das Spectrum eines Sternes beobachtet werden, so wird zunächst die Hülse *CD* mit dem Prisma entfernt, und das Ocular so eingestellt, dafs dem in *O* befindlichen Auge eine scharfe Lichtlinie erscheint. Es ist bei dieser Einstellung wesentlich, dafs sich das Auge ungefähr in derselben Entfernung von der Linse *L* befinde, wie bei Anwendung des Prisma's. Hierauf wird die Hülse *CD* so eingesetzt, dafs die brechende Kante des Prisma's, wie gewöhnlich, parallel der Lichtlinie liegt und somit dafs Spectrum seine gröfste Breite erhält. Selbstverständlich braucht für ein gegebenes Fernrohr die erwähnte passende Einstellung nur einmal ermittelt zu werden, so dafs alsdann durch eine kleine Schraube *S* das Prisma in unveränderlicher Lage zur Cylinderlinse *L* befestigt werden kann. Das Prisma ist von Herrn Merz in München angefertigt, und wird von ihm in dieser compendiösen Form vorzugsweise für Mikroskope benutzt.

Die Lichtstärke dieses Ocularspectroskopes ist so bedeutend, dafs dasselbe bereits in Verbindung mit einem kleinen Reisefernrohr von nur 35 Millimeter Objectivöffnung und ungefähr 400 Millimeter Brennweite die

Linien von Sternen erster Gröſse, wie Wega, Arctur, α Orionis und selbst α Herculis bei entsprechender Beschaffenheit der Luft deutlich zeigt, wie sich u. A. im Laufe des vergangenen Jahres bei Gelegenheit ihres Besuches in Leipzig die Herren Prof. Winnecke und Dr. Vogel überzeugt haben. Besonders schön ist das Spectrum der Venus, wenn sie als schmale Sichel erscheint.

Obschon sich nach den bekannten, von Browning, Vogel u. A. angewandten Methoden sehr leicht eine Scale mit diesem Instrumente verbinden läſst, so dürfte sich dasselbe auch ohne eine solche besonders zu systematischen Massenbeobachtungen von Fixsternspectren empfehlen, bei denen es sich vorzugsweise um Ermittelung der typischen Beschaffenheit der Spectra handelt. Da die wesentlichen Unterschiede dieser Typen wahrscheinlich nur von der Temperatur und Masse jener glühenden Himmelskörper abhängen, und nach den bisherigen Untersuchungen Secchi's u. A. jene Typen in einer gewissen Beziehung zur räumlichen Vertheilung der Sterne am Himmel stehen, so dürften derartig systematisch unternommene Massenbeobachtungen in Zukunft von hoher Bedeutung für die Fortschritte der Astrophysik werden.

Ich erlaube mir schlieſslich die Bemerkung, daſs die beschriebene Combination bereits auf der letzten Versammlung der astronomischen Gesellschaft im September 1873 zu Hamburg von mir erläutert und vorgezeigt worden ist.

XIII. *Ueber die Anzahl der Bilder bei zwei gegen einander geneigten Planspiegeln;*

von Dr. H. Klein,
Prof. am Vitzthum'schen Gymnasium in Dresden.

In den Lehrbüchern der Physik steht über die Anzahl der Bilder, welche von einem leuchtenden Punkte in zwei gegen einander geneigten Planspiegeln entstehen, ein Gesetz, welches entweder ganz falsch ist, wie sich durch das Experiment und durch eine einfache theoretische Betrachtung beweisen lässt; oder welches wenigstens für ein Lehrbuch zu unbestimmt gehalten ist. Es soll nämlich die Zahl der Bilder, wenn α, der Neigungswinkel der beiden Spiegel, ohne Rest in 360° aufgeht, $\frac{360^\circ}{\alpha} - 1$ seyn oder mit anderen Worten der Gegenstand erscheint $\frac{360^\circ}{\alpha}$ mal[1]). Nach diesem Gesetze wäre demnach z. B. bei $\alpha = 72^\circ$ die Anzahl der Bilder 4. Es giebt aber wirklich, nur wenn der leuchtende Punkt auf der Halbirungslinie des Neigungswinkels beider Spiegel liegt, wie unten gefunden werden soll, 4 Bilder sonst aber stets 5.

Diese 5 Bilder von Lichtpunkten, die nicht auf der Halbirungslinie liegen, lassen sich leicht beobachten, wenn man nur das Auge in die Nähe der Spiegel bringt, wie unten theoretisch gefolgert werden soll.

Es soll nun zunächst die Abhängigkeit der Anzahl der Bilder von dem Neigungswinkel der Spiegel und dem Ort des leuchtenden Punktes gefunden werden.

Sey der Winkel, den die beiden Spiegel I und II mit einander bilden α und liege der leuchtende Punkt S so, daſs $\angle SCI = \varphi$, mithin $\angle SCII = \alpha - \varphi$ ist. Bezeichnen wir dann die auf einander folgenden Bilder von S, wenn wir mit dem Bild in I beginnen, durch S mit einem unten

1) So steht es in den Lehrbüchern der Physik von Wüllner, Reis, Reichert-Hellmuth, Bänitz, Ule, Pisko etc. Unvollständig bei Eisenlohr, Dorner etc.

angefügten Index und die, wenn wir mit dem Bilde in II beginnen, durch S mit einem oben angefügten Index, so ist $\angle SCS_1 = 2\varphi$, $\angle SCS_2 = 2\alpha$, $\angle SCS_3 = 2\alpha + 2\varphi$, $\angle SCS_4 = 4\alpha$ und allgemein $\angle SCS_{2\nu} = 2\nu\alpha$, $\angle SCS_{2\nu+1} = 2\nu\alpha + 2\varphi$, wo die Bilder mit einem geraden Index entstanden sind, indem die Lichtstrahlen zuletzt von II reflectirt werden. Wenn die Winkel, welche einen geraden Index haben, so gerechnet werden, als ob sie von SC aus entstanden wären durch eine Drehung wie sie der Uhrzeiger macht, so sind die anderen Winkel nach der entgegengesetzten Richtung zu nehmen.

Für die anderen Bilder erhält man, indem man entweder direkt wie oben von S ausgeht oder in die obigen Werthe statt φ setzt $\alpha - \varphi$:

$\angle SCS^{\mathrm{I}} = 2\alpha - 2\varphi$, $\angle SCS^{\mathrm{II}} = 2\alpha$, $\angle SCS^{\mathrm{III}} = 4\alpha - 2\varphi$, $\angle SCS^{\mathrm{IV}} = 4\alpha$ und allgemein $\angle SCS^{2\nu} = 2\nu\alpha$, $\angle SCS^{2\nu+1} = (2\nu+2)\,\alpha - 2\varphi$, wo dann die Winkel mit geradem Index durch Drehung entgegengesetzt dem Uhrzeiger und die mit ungeradem durch Drehung wie die des Uhrzeigers entstanden sind.

1. Soll nun $S_{2\nu+1}$ das letzte Bild seyn, so muſs dasselbe entweder auf die Verlängerung eines Spiegels oder in den Scheitelwinkel der Spiegel fallen, während $S_{2\nu}$ noch nicht so weit gekommen ist. Es muſs demnach sein $\angle SCS_{2\nu+1} \gtreqless 180^0 - \alpha + \varphi$ und $\angle SCS_{2\nu} < 180^0 - \varphi$ dieſs giebt

$$\frac{180^0 - \varphi}{\alpha} \gtreqless 2\nu + 1 < \frac{180^0 + \alpha - \varphi}{\alpha}.$$

2. Soll $S_{2\nu+2}$ das letzte Bild seyn, so giebt die analoge Betrachtung:

$\angle SCS_{2\nu+2} \gtreqless 180^0 - \varphi$ und $\angle SCS_{2\nu} < 180^0 - \alpha + \varphi$, also,

$$\frac{180^0 - \varphi}{\alpha} \gtreqless 2\nu + 2 < \frac{180^0 + \alpha - \varphi}{\alpha}.$$

3. Soll $S^{2\nu+1}$ das letzte Bild seyn, so muſs seyn $\angle SCS^{2\nu+1} \gtreqless 180^0 - \varphi$ und $\angle SCS^{2\nu} < 180^0 - \alpha + \varphi$, also

$$\frac{180^0 - \alpha + \varphi}{\alpha} \gtreqless 2\nu + 1 < \frac{180^0 + \varphi}{\alpha}.$$

4. Soll $S^{2\nu+2}$ das letzte Bild seyn, so muſs seyn

$$\frac{180^0 - \alpha + \varphi}{\alpha} \leqq 2\nu + 2 < \frac{180 + \varphi}{\alpha}.$$

Hieraus ergiebt sich dann, wenn wir die Anzahl der Bilder der ersten Art mit a_n und die der zweiten mit a^n bezeichnen,

$$\frac{180^0 - \varphi}{\alpha} \leqq a_n < \frac{180 + \alpha - \varphi}{\alpha}, \qquad 1.$$

$$\frac{180 - (\alpha - \varphi)}{\alpha} \leqq a^n < \frac{180 + \varphi}{\alpha}, \qquad 2.$$

und hiermit durch Addition die allgemeine Formel:

$$\frac{360^0 - \alpha}{\alpha} < a_n + a^n < \frac{360 + \alpha}{\alpha},$$

oder

$$\frac{360}{\alpha} - 1 \leqq a_n + a^n < \frac{360}{\alpha} + 1.$$

Hieraus folgt nun, daſs das gewöhnlich aufgestellte Gesetz nicht richtig ist; denn es kann demnach auch seyn $a_n + a^n = \frac{360^0}{\alpha}$ wie es wirklich z. B. bei $\alpha = 72^0$ der Fall ist.

Ist $\varphi = \frac{\alpha}{2}$ d. h. liegt der leuchtende Punkt auf der Halbirungslinie des Winkels, den die Spiegel bilden, so is

$$\frac{180^0 - \frac{\alpha}{2}}{\alpha} \leqq a_n < \frac{180^0 + \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

oder

$$\frac{360}{2\alpha} - \frac{1}{2} \leqq a_n < \frac{360}{2\alpha} + \frac{1}{2}$$

und dem entsprechend

$$\frac{360}{2\alpha} - \frac{1}{2} \leqq a^n < \frac{360}{2\alpha} + \frac{1}{2}$$

Für $\alpha = 72^0$ ist dieſs

$2 \leqq a_n < 3$, $2 \leqq a^n < 3$ also wirklich

$$a_n + a^n = 4 = \frac{360^0}{72} - 1.$$

Ist $\frac{360^0}{2\alpha}$ eine ganze Zahl, oder $\frac{360}{\alpha}$ eine gerade Zahl, so ist zunächst ganz allgemein $a_n + a^n = \frac{360^0}{\alpha}$, aber es werden hier stets zwei Bilder in eins zusammenfallen, so daſs

$a_n + a^* = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$, also das gewöhnlich aufgestellte Gesetz richtig ist. Es ist nämlich dann entweder

$\angle SCS_{2\nu} + \angle SCS^{2\nu} = 360^\circ$, weil $2\nu = a_n = \frac{180^\circ}{\alpha}$, oder

$\angle SCS_{2\nu+1} + \angle SCS^{2\nu+1} = 360^\circ$, weil $2\nu + 1 = a^* = \frac{180^\circ}{\alpha}$ ist.

Aus dem eben gefundenen Werth von a_n und a^* geht zugleich hervor, dafs nur in dem speciellen Falle, dafs $\frac{180^\circ}{\alpha}$ eine ganze Zahl ist, zwei Bilder in eins zusammenfallen können.

Ist α nicht ein Theiler von 360°, sondern $\frac{360^\circ}{\alpha} = n + \frac{\varrho}{\alpha}$ wo n eine ganze Zahl ist und ϱ den kleinsten positiven Rest bezeichnet, so erhält die obige Formel für die Anzahl der Bilder folgende Gestalt

$$n - 1 + \frac{\varrho}{\alpha} < a_n + a^* < n + 1 + \frac{\varrho}{\alpha},$$

also ist im Allgemeinen

$$a_n + a^* = n + 1 \text{ oder } n.$$

Um nun hier zu finden, wie die Anzahl der Bilder bestimmt werden kann, verfahren wir folgendermafsen. Wir setzen:

$$\frac{180^\circ}{\alpha} = \nu + \frac{\varrho'}{\alpha},$$

wo ϱ' den kleinsten positiven Rest bezeichnet, dann ist

$$n + \frac{\varrho}{\alpha} = 2\nu + \frac{2\varrho'}{\alpha}$$

und mithin,

$$\text{wenn } \frac{2\varrho'}{\alpha} > 1 \text{ ist, } n = 2\nu + 1,$$

$$\text{wenn } \frac{2\varrho'}{\alpha} < 1 \text{ ist, } n = 2\nu.$$

$\frac{2\varrho'}{\alpha} = 1$ ist bei unserer Annahme unmöglich; denn sonst wäre $\varrho = \alpha$ und also $\frac{360^\circ}{\alpha}$ ohne Rest theilbar.

Es ist nun nach 1. und 2.

$$\nu + \frac{\varrho' - \varphi}{\alpha} \leqq a_n < \nu + 1 + \frac{\varrho' - \varphi}{\alpha} \quad 1.^*$$

$$\nu + \frac{\varrho' - (\alpha - \varphi)}{\alpha} \leqq a^* < \nu + 1 + \frac{\varrho' - (\alpha - \varphi)}{\alpha} \quad 2.^*, \text{ also}$$

$$2\nu + 1 + \frac{2\varrho'}{\alpha} \leqq a_* + a^* < 2\nu + 1 + \frac{2\varrho'}{\alpha}.$$

Wenn demnach $\frac{2\varrho}{\alpha} < 1$ ist, so ist $a_* + a^* = 2\nu + 1$ oder 2ν also $n + 1$ oder n, und wenn $\frac{2\varrho'}{\alpha} > 1$ ist, so ist $a_* + a^* = 2\nu + 1$ oder $2\nu + 2$ also n oder $n + 1$, mithin immer noch unbestimmt. Gehen wir nun zu den einzelnen Gleichungen 1^* und 2^* zurück, so folgern wir aus 1^* je nachdem $\varrho' = \varphi$ oder $< \varphi$ oder $< \varphi$ ist, $a^* = \nu$, $\nu + 1$, ν und aus 2^* je nachdem $\varrho' = \alpha - \varphi$ oder $> \alpha - \varphi$ oder $< \alpha - \varphi$ ist, ist $a^* = \nu$, $\nu + 1$, ν.

Die Combination dieser einzelnen Annahmen giebt folgende besondere Fälle.

1. $\varrho' = \varphi$, und $\varrho' = \alpha - \varphi$, ist nicht denkbar; denn dieſs würde geben $\frac{360^\circ}{\alpha} = 2\nu + 1$.

2. $\varrho' = \varphi$ und nicht gleich $\alpha - \varphi$, oder $= \alpha - \varphi$ und nicht $= \varphi$; dann haben wir den im Obigen schon berührten Fall, daſs ein Bild auf die Verlängerung eines Spiegels fällt. Dieſs nämlich tritt ein, wenn

$$a_* = \frac{180^\circ - \varphi}{\alpha} = \nu + \frac{\varrho' - \varphi}{\alpha}$$

ist, also $a_* = \nu$,

oder, wenn

$$a^* = \frac{180^\circ - (\alpha - \varphi)}{\alpha} = \nu + \frac{\varrho' - (\alpha - \varphi)}{\alpha}, \text{ also } a^* = \nu.$$

Ist $\varrho' = \varphi$, $\varrho' < \alpha - \varphi$, so ist $2\varrho' < \alpha$, mithin $2\nu = n$, also $a_* + a^* = 2\nu = n$.

Ist $\varrho' = \varphi$, $\varrho' > \alpha - \varphi$, so ist $2\varrho' > \alpha$, mithin $2\nu + 1 = n$, also $a_* + a^* = 2\nu + 1 = n$.

Durch Vertauschung von φ mit $\alpha - \varphi$ erhalten wir die andere Combination $\varrho' = \alpha - \varphi$ und nicht gleich φ. Dieſs giebt analoge Resultate.

3. $\varrho' < \varphi$ und $\varrho' < \alpha - \varphi$, also 2ν die Anzahl der Bilder, so ist $\frac{2\varrho'}{\alpha} < 1$, und $n = 2\nu$, mithin die Anzahl der Bilder n.
4. $\varrho' > \varphi$ und $\varrho' > \alpha - \varphi$ also $2\nu + 2$ die Anzahl der Bilder. Es ist hier $\frac{2\varrho'}{\alpha} > 1$, mithin $n + 1$ die Anzahl der Bilder.
5. Ist $\varrho' \gtrless \varphi$ und $\varrho' \lessgtr \alpha - \varphi$, also $2\nu + 1$ die Anzahl der Bilder, mithin ist diese hier je nachdem $\frac{2\varrho'}{\alpha} < 1$ oder > 1 ist, $n + 1$ oder n.

Nachdem nun angegeben ist, wie in jedem besonderen Fall die Anzahl der Bilder gefunden werden kann, soll noch untersucht werden die Stellung, welche ein Auge zwischen den Spiegeln in der Ebene durch den leuchtenden Punkt senkrecht zur Spiegelkante einnehmen muſs, um alle Bilder gleichzeitig beobachten zu können.

Bezeichnet A den Augenpunkt, so muſs, wenn man von da aus z. B. das Bild S_5 sehen können soll, eine Gerade von S_5 nach A den Spiegel I. schneiden; denn nur so kann ein in I. reflectirter Strahl, der bekanntlich so reflectirt wird, als ob er von S_5 ausginge, das Auge treffen. Die äuſserste Lage des Punktes A wird also seyn ein Punkt der Verlängerung der Geraden vom Spiegelbild durch den Scheitel des Winkelspiegels. Daraus ergiebt sich folgende Zusammenstellung, je nachdem $S_{2\nu+1}$ oder $S_{2\nu+2}$ oder $S^{2\nu+1}$ oder $S^{2\nu+2}$ das letzte Bild ist.

1. $\angle ACI \gtreqless 180^0 - \angle ICS_{2\nu+1}$,
   $\gtreqless 180^0 - 2\nu\alpha - \varphi$,
2. $\angle ACI \gtreqless (2\nu+2)\ \alpha - 180^0 + \varphi$,
3. $\angle ACI \gtreqless (2\nu+2)\ \alpha - 180^0 - \varphi$,
4. $\angle ACI \lessgtr 180 - (2\nu+2)\ \alpha + \varphi$.

Man übersieht, daſs die betreffende Bedingung für jedes beliebige A nur dann erfüllt ist, wenn das letzte Bild auf der Verlängerung eines Spiegels liegt.

Ist demnach z. B. $\alpha = 72^0$, so ist für $\varphi < 36^0$ S_3 nur dann sichtbar, wenn $\angle ACI < 36^0 - \varphi$, dann ist auch S'' zu sehen, denn es ist $\angle ACI < 36^0 + \varphi$.

XIV. *Bemerkung zur Elektromaschine.*

Es ist behauptet worden, die rotirende Scheibe der Holtz'schen Maschine müſse möglichst dünn seyn, um eine gute Wirkung zu erhalten; und Hr. W. Veltmann folgert aus seiner Theorie, der gemäſs diese Scheibe winkelrecht gegen ihre Flächen ein Elektricitätsleiter seyn soll (Ann. Bd. 151 S. 514), daſs die Wirkung ein Maximum erreichen würde, wenn man die Dicke der Scheibe = 0 machen könnte. — Hiergegen muſs ich bemerken, schon im Jahre 1869 (Ann. Bd. 136, S. 174) angegeben zu haben, daſs ich mit einer *drei* par. Linien dicken Scheibe von gutem altem Spiegelglase ganz dieselbe Wirkung bekam wie mit einer Scheibe aus Fensterglas von gewöhnlicher Dicke. Neuerdings habe ich dieſs bestätigt gefunden, als ich statt *einer* Scheibe aus geblasenem Glase, deren *zwei* auf die Axe steckte und gemeinschaftlich rotiren lieſs. Jede dieser Scheiben hielt *drei* Millimeter in Dicke. Weder in der Funkenlänge (Maximum 8 par. Zoll) noch in der Funkenmenge war bei dieser Combination irgend eine Abnahme zu spüren. — Das Gesagte gilt für die Maschine erster Art; ob es auch für die zweiter Art richtig sey, habe ich bis jetzt noch nicht experimentell untersuchen können. Ich zweifle indeſs nicht daran.

P.

1874. ANNALEN № 8.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLII.

I. *Ueber die Intensität der wahrgenommenen Schwingungen bei Bewegung der Schwingungsquelle und des Beobachters;*

von Dr. Baron Roland Eötvös,
Professor an der Universität in Pesth.

(Vorgelegt in einer Sitzung der mathem. naturwiss. Classe der ungarischen Academie, am 15. Juni 1874.

In einer der ungarischen Akademie der Wissenschaften am 19. Juli 1871 vorgelegten Abhandlung bestimmte ich auf theoretischem Wege die Intensität der Schwingungsbewegung für den Fall der gleichzeitigen Bewegung des Beobachters und der Schwingungsquelle. Die Formel, welche ich in dieser Arbeit zur Berechnung der Intensität feststellte, steht zwar mit der von Fizeau [1]) allerdings nur in einem sehr speciellen Falle gebrauchten, in Widerspruch; doch glaube ich nicht zu einer eingehenden Kritik dieser Untersuchung Fizeau's verpflichtet zu seyn, da ja hierin wohl das Quadrat der Amplitude ausgedrückt, die Frage aber, in welcher Beziehung diese Gröfse bei Bewegung von Quelle und Beobachter zur Intensität steht, gar nicht berührt wird. Seitdem veröffentlichte Professor Ketteler in den Bänden 144, 146, 147 und 148 dieser Annalen eine Reihe interessanter Abhandlungen über den „Einfluſs der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen". Die erweiterte Sammlung dieser Arbeiten, die unter dem Titel „Astronomische Undulations-

1) *Cosmos*, *t. I, p.* 690. Pogg. Ann. Bd. 92, S. 652.

theorie“ [1]) im Jahre 1873 erschien, beschäftigt sich in einem Zusatz (S. 135) auch mit der „Verbreitung der Schall- und Lichtintensität im Raume bei Bewegung des Erschütterungscentrums und Beobachters“. Die Formel, die hier Professor Ketteler für die Intensität aufstellt, weicht von der von mir aufgestellten wesentlich ab, so dafs ich wohl gezwungen war, die Richtigkeit meiner Untersuchung einer strengen Prüfung zu unterwerfen, um so die Wahl zwischen der Ketteler'schen und meiner Formel treffen zu können.

Worin der Grund der Nichtübereinstimmung jener beiden Formeln hauptsächlich liegt, kann schon eine flüchtige Betrachtung zeigen. Bezeichnen wir mit a die gröfste Verrückung d. i. die Amplitude, mit α dagegen die gröfste Geschwindigkeit (Geschwindigkeits-Amplitude) der Schwingung eines Punktes, so werden a und α von der Entfernung abhängen, aus welcher die Schwingungsquelle dem Punkte ihre Schwingungen mittheilt. Insofern nun diese Entfernung bei der Bewegung der Lichtquelle verändert wird, müssen in Folge dessen auch a und α Veränderungen erleiden. Jedenfalls bleibt aber noch die Frage zu beantworten, ob a und α durch diese Bewegung wirklich *nur* in Folge der Veränderung jener Entfernung beeinflufst werden? Für beide Gröfsen ist dieſs gewifs nicht der Fall, da sie ja etwa für Lichtschwingungen durch die bekannte Gleichung

$$\alpha = a \frac{2\pi}{T}$$

verbunden sind, wo T, die Schwigungsdauer, von der Geschwindigkeit der bewegten Lichtquelle abhängt. Professor Ketteler behandelte nun die Aufgabe als eine Fortpflanzung der Verrückungen und machte dabei stillschweigend die Annahme, dafs a sich nur insofern mit der Bewegung der Lichtquelle ändert, als durch diese die oben erwähnte Entfernung beeinflufst wird; Aehnliches that ich in Bezug

1) Astronomische Undulationstheorie oder die Lehre von der Aberration des Lichts von Dr. E. Ketteler. Bonn. Neusser 1873.

auf α, indem ich die Fortpflanzung der Schwingungen als Fortpflanzung von Geschwindigkeiten auffafste.

In dieser vorliegenden Arbeit will ich nun die Richtigkeit meiner Ansicht beweisen und den Irrthum darlegen, der in Prof. Ketteler's Behandlungweise liegt. Die Ableitung der Formel für die Intensität, wie ich sie hier geben will, wird unabhängig bleiben von jeder speciellen Annahme über die Art und Weise, wie sich das die Fortpflanzung bewirkende Mittel innerhalb der Schwingungsquelle oder des Beobachters bewegt. Diese Bemerkung zeigt, mit welchem Recht die gewonnene Formel zur experimentellen Entscheidung der Frage über die Aetherbewegung angewandt werden könnte.

§. 1.

Vor Allem will ich hier eine Ableitung des Doppler'schen Princips bekannt machen, die mir als Grundlage der folgenden Betrachtungen diente.

Betrachten wir ein homogenes isotropes Mittel, das sich in Ruhe befindet oder wenigstens nur als ein Ganzes bewegt, so dafs seine einzelnen Theile ihre relativen Lagen nicht ändern. Innerhalb dieses Mediums soll eine Schwingungsquelle Q isochrone Schwingungen ausführen, welche durch die Gleichung

$$U = Af(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

bestimmt werden, wenn U die Geschwindigkeit der Schwingungsbewegung des Punktes Q zur Zeit t, A die gröfste von diesem erreichbare Geschwindigkeit, d. i. seine Geschwindigkeitsamplitude und $f(t)$ eine um T, der Schwingungsdauer periodische Function der Zeit t bedeutet. Dieser schwingende Punkt Q soll nebenbei noch mit dem Körper, an dem er haftet, eine geradlinige und gleichmäfsige Bewegung ausführen, deren constante Geschwindigkeit innerhalb des ruhend gedachten Mediums mit g bezeichnet werden möge. Zerlegen wir nun die Schwingungsbewegung des Punktes Q in ihre der Zeit nach aufeinander folgenden und unendlich kleinen Zeitintervallen entsprechenden

Bewegungstheile, die wir auch kurz Stöfse nennen können; so wissen wir, dafs sich ein jeder dieser Stöfse im Medium in Kugelflächen fortpflanzen mufs. Wird von dem Einflufs abgesehen, den die translatorische Bewegung der Schwingungsquelle auf ihre Schwingungsbewegung selbst ausüben könnte; so fogt, dafs die Stöfse, in welche diese zerlegt wurde, ihrer Gröfse, Richtung und Reihenfolge nach dieselben sind im Falle der Bewegung und im Falle der Ruhe. Daher ist auch die einzige Veränderung, welche durch die Bewegung hervorgerufen wird, nur die, dafs jeder einzelne jener, statt der ganzen Schwingung betrachteten Reihe von Stöfsen, im Falle der Bewegung aus einem anderen Punkte des Mediums ausgeht, als im Falle der Ruhe.

Die oben erwähnte Abstraction von dem Einflusse der translatorischen Bewegung der Schwingungsquelle auf seine Schwingungsbewegung, bildet bei Ketteler, so wie bei allen anderen Autoren, die sich vor ihm mit der Frage beschäftigten, eine nothwendige Annahme, der wir uns im Folgenden auch anschliefsen werden.

Jeder einzelne der von der Schwingungsquelle ausgeführten Stöfse gelangt nun zu einem von dieser im Augenblicke des Stofses um δ entfernten Punkte P des Mittels während des Zeitintervalls $\frac{\delta}{v}$, wenn nämlich v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Erschütterung bedeutet. Der Stofs also, der in irgend einem Momente zum Punkte P gelangt, ist derjenige, welcher von der Schwingungsquelle um das Zeitintervall $\frac{\delta}{v}$ früher ausgeführt wurde. Diese Betrachtung führt zur Bestimmung der oscillatorischen Geschwindigkeit des Punktes P durch die Formel:

$$u = \alpha f\left(t - \frac{\delta}{v}\right) \ldots\ldots \quad (2),$$

worin α die gröfste während der Oscillation erreichte Geschwindigkeit, also die Geschwindigkeitsamplitude des Punktes P bedeutet, vorläufig aber ganz unbestimmt bleibt. Um dieses Gesetz der Schwingungen näher kennen zu ler-

nen, soll vor allem festgestellt werden, in welcher Weise δ von der Zeit abhängt. Diese Schwierigkeit, welche sich bei allen Fragen über die Fortpflanzung der Schwingungen im Falle der bewegten Schwingungsquelle darbietet, ist hauptsächlich der Umstand, dafs wir hierbei immer mit zwei verschiedenen Entfernungen der Schwingungsquelle zu thun haben, nämlich erstens mit ihrer Entfernung zur Zeit t, in welcher die Geschwindigkeit u bestimmt werden soll, und zweitens mit ihrer Entfernung in dem Momente als die Schwingungsquelle jenen Stofs ausführte, der zur Zeit t in P anlangte. Um jeden Irrthum zu vermeiden, werde ich die erst erwähnte jener Entfernungen in der Folge *momentane Entfernung* nennen und mit D bezeichnen, der anderen Entfernung aber, für welche schon das Zeichen δ eingeführt wurde, den Namen *active Entfernung* geben.

Betrachten wir nun vorläufig den Fall, dafs sich die Schwingungsquelle Q auf der Geraden QP mit der gleichmäfsigen Geschwindigkeit g bewegt, so ist, unter c die Geschwindigkeit ihrer Annäherung, d. i. die Componente der Geschwindigkeit g in der Richtung $\overrightarrow{QP}$ verstanden:

$$\delta - \frac{\delta}{v} = D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Ferner ist leicht einzusehen, dafs

$$D = D_0 - ct.$$

wenn D_0 die momentane Entfernung zur Zeit $t = 0$ bedeutet. Demnach folgt für den betrachteten Fall

$$\delta = \frac{v}{v-c}(D_0 - ct) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und in Folge dessen aus Gleichung (2)

$$u = \alpha f\left(\frac{v}{v-c}\, t - \frac{D}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Da nun die Function f um T periodisch ist, so wird sie gleiche Werthe in Zeitpunkten annehmen, die von einander um

$$T' = \frac{v-c}{c} T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

abstehen, so dafs T' nichts anderes als die Schwingungsdauer im Punkte P bedeutet. Die Formel (5) zeigt aber auch, dafs zwei Punkte, die in der Geraden QP um

$$\lambda' = (v - c)\,T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

von einander abstehen, zur gleichen Zeit die gleiche Phase der Geschwindigkeit u besitzen, dafs also die Gröfse λ' die Wellenlänge der Schwingungen im Punkte P ist.

Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt, dafs wir im Fall, dafs g klein gegen v ist, diese Folgerungen auch dann gelten lassen können, wenn sich Q nicht in der Geraden QP, sondern in einer Richtung bewegt, die mit $\overleftrightarrow{QP}$ den Winkel ψ einschliefst. Der Anfangspunkt der Zeit mufs dabei so gewählt werden, dafs gt klein gegenüber D sey. In diesem Falle ist selbstverständlich:

$$c = g \cos\psi.$$

Die soeben betrachtete Fortpflanzungsweise der Schwingungen in einem elastischen Mittel kann natürlich durch die Art ihrer Beobachtung nicht beeinflufst werden. Denken wir uns daher einen Beobachter B, der sich im Punkte P in Ruhe befindet, so empfängt er die Schwingungen der Schwingungsquelle stets aus einer activen Entfernung derselben, welche durch die Formel (4) gegeben ist. Bewegt sich aber auch der Beobachter auf der Geraden BQ d. i. PQ mit der constanten Geschwindigkeit g', so theilen ihm immer neue und neue Theilchen P des Mediums ihre Schwingungsphasen mit. Für jede dieser einzelnen Theilchen P besteht die Gleichung (3). Bezeichnen wir nun die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Beobachter der Schwingungsquelle nähert, also die Componente der Geschwindigkeit g' in der Richtung $\overrightarrow{BQ}$ mit c'; so ergiebt sich seine momentane Entfernung von der Schwingungsquelle

$$D = D_0 - ct - c't.$$

Man kann diese Entfernung D auch als die momentane Entfernung der an dem Beobachter gränzenden Theilchen des Mittels von der Schwingungsquelle ansehen, dann erhält man, den Werth von D in (3) gesetzt, für die active

Entfernung der Schwingungsquelle von jenen Punkten des Mittels die jederzeit mit dem Beobachter in Berührung stehen:

$$\delta = \frac{v}{v-c}(D_0 - ct - c't) \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Die Geschwindigkeit der Schwingungsbewegung dieser Punkte ist demnach in Folge der Gleichung (2):

$$u = \alpha f\left(\frac{v+c'}{v-c}t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Da nun die Function f um T periodisch ist, so zeigt diese Gleichung, dafs der Beobachter in zwei Zeitpunkten, die um das Zeitintervall

$$T'' = \frac{v-c}{v+c'}T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

von einander abstehen, mit Punkten des Mediums in Berührung kommt, für welche die Function f denselben Werth hat.

Die Zeitdauer T'' kann also mit Recht die beobachtete Schwingungsdauer genannt werden. Der in der Gleichung (10) enthaltene Satz ist nichts anderes als Doppler's Princip.

Zur sicheren Feststellung der Werthe von c und c' in allen speciellen Fällen wird es von Nutzen seyn, auf der Geraden QB einen zwischen Q und B gelegenen Punkt O des Mittels festzustellen, der im selben Bewegungszustand als die anderen Theile des Mittels verharrt. Es sind dann c und c' die Geschwindigkeiten, mit welcher sich die Schwingungsquelle Q, respective der Beobachter B diesem Punkte O nähern.

Lassen wir jetzt die Voraussetzung fallen, dafs sich der Beobachter in der Geraden BQ bewege, und nehmen vielmehr an, dafs die Geschwindigkeit g' mit der Richtung $\overrightarrow{BQ}$, oder was gleichbedeutend ist, mit der Richtung $\overrightarrow{BQ}$ den Winkel ψ' einschliefst; so behalten unsere Folgerungen nichtdestoweniger ihre Gültigkeit, wenn nur g' gegenüber v als klein anzusehen ist. Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt die Richtigkeit dieser Behauptung; nur mufs

der Anfangspunkt der Zeit so gewählt werden, dafs man $g't$ gegenüber D_0 als klein betrachten könne.

Die allgemeine Lösung der Aufgabe, wenn g und g' gegenüber v nicht klein sind, führt auf demselben Wege zu Formeln, die jeder Eleganz entbehren und kaum von besonderem Interesse seyn können.

§. 2.

Die Gleichung (5) des §. 1 bestimmt wohl die Geschwindigkeit der Schwingung eines Punktes P insofern diese von der Phase abhängt, enthält aber in der Geschwindigkeitsamplitude α immer noch einen unbestimmten Factor. Für jede Richtung der Fortpflanzung wird nun Q von der Entfernung δ abhängig seyn.

Bedenken wir, dafs sich die lebendige Kraft jedes einzelnen von der Schwingungsquelle ausgehenden Stofses in concentrischen Kugelflächen ausbreitet, so gelangen wir leicht zum Schlufs, dafs α jetzt ebenso wie im Falle der ruhenden Schwingungsquelle, umgekehrt proportional seyn mufs der Entfernung des Punktes P von jenem Punkte des Mediums, aus dem der betreffende Stofs ausging. Wir sehen also, dafs:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

wenn A_1 die entsprechende Geschwindigkeitsamplitude auf einer Kugelfläche bedeutet, deren Radius der Einheit gleich ist. Nach der Annahme, welche der Ketteler'schen Arbeit zu Grunde liegt, wäre nun α von der Geschwindigkeit c nicht nur *implicite* (durch δ), sondern aufserdem noch *explicite* von dieser abhängig. Die Abhängigkeit vorläufig zugegeben, soll nun, um sie genauer bestimmen zu können, ein Fall betrachtet werden, in dem α von der Entfernung δ unabhängig ist, also jedenfalls nur explicite von c abhängig seyn kann. Ein solcher liegt uns aber vor, wenn sich Schwingungen im cylindrisch begränzten Raume fortpflanzen. Innerhalb dieses cylindrischen Raumes soll sich die Schwin-

gungsquelle in der Richtung der Axe mit gleichmäfsiger Geschwindigkeit g bewegen können.

Da nun nach der gemachten Voraussetzung die translatorische Bewegung der Schwingungsquelle von keinem Einfluſs auf ihre Schwingungsbewegung ist, so folgt, *daſs sie während jeder ihrer Schwingungen dem sie umgebenden Mittel in Form fortgepflanzter Schwingungen eine Menge lebendiger Kraft mittheilt, welche dieselbe ist im Falle ihrer Ruhe wie im allgemeineren Falle ihrer Bewegung.*

Dieser Satz ist an und für sich klar, da ja jede Veränderung in der dem Mittel in Form fortgepflanzter Schwingungen abgegebenen lebendigen Kraft, durch eine Veränderung in der Schwingungsbewegung der Quelle begleitet werden müſste.

Die lebendige Kraft, welche von der Schwingungsquelle während einer ihrer Schwingungen dem Mittel abgegeben wird, pflanzt sich im cylindrischen Raume in zwei entgegengesetzten Richtungen fort. Im Falle der ruhenden Quelle wird sie jederzeit in zwei gleich dicken Scheiben enthalten seyn, die auf beiden Seiten der Quelle liegen. Die Dicke jener Scheiben ist gleich der Wellenlänge

$$\lambda = v\,T.$$

Wir wollen nun eine dieser Scheiben in Lamellen von unendlich kleiner Dicke zerlegen, so daſs deren Endflächen den Gleichungen $D = D_1$, $D = D_1 + dD$, $D = D_1 + 2\,dD$ etc. genügen, wo unter D_1 die Entfernung der Erschütterungsquelle von jenen Punkten des Mittels verstanden wird, welche ihr unter allen, durch diese eine Schwingung bewegten, am nächsten sind. Jene Punkte des Mittels, die in einer solchen Lamelle liegen, können alle als mit gleicher Geschwindigkeit bewegt, angesehen werden, da ja dD beliebig klein gewählt werden darf. Die ganze Masse der in der Entfernung D von der Schwingungsquelle gelegenen Lamelle bewegt sich daher zur Zeit t mit der Geschwindigkeit

$$u = \alpha\, f\left(t - \frac{D}{v}\right).$$

Da die Masse einer Lamelle

$$\mu = \sigma q \, dD$$

ist, wenn q den Querschnitt des Cylinders und σ die Dichte des Mittels bedeutet, so erhalten wir zur Bestimmung der lebendigen Kraft einer Lamelle zur Zeit t den Ausdruck

$$\tfrac{1}{2}\sigma q \, \alpha^2 f^2\left(t - \frac{D}{v}\right) dD.$$

Wollen wir nun die lebendige Kraft kennen lernen, welche nach einer Richtung von der Quelle fortgepflanzt wird, so haben wir die lebendigen Kräfte aller Lamellen zu summiren, welche zu einer der genannten Scheiben gehören. Demnach ist diese

$$L_1 = \tfrac{1}{2}\sigma q \, \alpha^2 \int_{D_1}^{D_1 + vT} f^2\left(t - \frac{D}{v}\right) d\,D$$

Bei dieser Integration ist t natürlich als constant zu betrachten.

Gesetzt $t - \frac{D}{v} = x$ und $t - \frac{D_1}{v} = \Delta$, so folgt:

$$L_2 = -\tfrac{1}{2}\sigma q \, v \, \alpha^2 \int_{\Delta}^{\Delta - T} f^2(x)\, dx$$

Bemerkt man aber, dafs $f(x)$ um T periodisch ist, dafs also der Werth von Δ keinen Einfluſs auf das Integral haben kann und erkennt man ferner, dafs die nach der anderen Seite der Quelle fortgepflanzte lebendige Kraft L_2 gleich L_1 ist; dann wird man leicht zum Ausdruck der gesammten lebendigen Kraft gelangen, welche von der Quelle während einer ihrer Schwingungen dem Mittel mitgetheilt wird. Diese lebendige Kraft ist

$$L = \sigma q \, v \, \alpha^2 \int_0^T f^2(x)\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

In ähnlicher Weise können wir die im cylindrisch begränzten Medium fortgepflanzte lebendige Kraft auch im Falle der bewegten Schwingungsquelle bestimmen, nur ist

hierbei auf die Verschiedenheit von L_1 und L_2 besonders zu achten. Auch in diesem Falle wird sich jene einer Schwingung entsprechende lebendige Kraft zu jeder Zeit in zwei Scheiben befinden, deren Dicken gleich der ihrem Orte zukommenden Wellenlängen sind.

Die Dicke jener Scheibe, welcher sich die Schwingungsquelle nähert, ist demnach

$$\lambda' = (v - g)\,T$$

und die Dicke der anderen, von welcher sich die Schwingungsquelle entfernt

$$\lambda' = (v + g)\,T.$$

Suchen wir nun die lebendige Kraft L_1 zu bestimmen, welche in der ersten enthalten ist.

Die Endflächen dieser Scheibe werden den Gleichungen $D = D_1$ und $D = D_1 + (v - g)\,T$ genügen müssen. Zerlegen wir die Scheibe in Lamellen, deren unendlich kleine Dicke $dD = dD_0$ sey, so kann die lebendige Kraft einer solchen Lamelle auf ähnlichem Wege berechnet werden, wie es schon früher geschah. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Punkte in der Lamelle dient hierbei die Formel (5), in der wir statt α das Zeichen α_1 zu setzen haben, damit die Möglichkeit einer Abweichung dieser Gröfse von dem Werthe α in der Formel (11) nicht schon *a priori* ausgeschlossen erscheine. Die lebendige Kraft einer solchen Lamelle ergiebt sich sodann

$$= \tfrac{1}{2}\sigma q \alpha_1^2 f^2\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right)^2 dD.$$

Die lebendige Kraft der ganzen Scheibe ist daher

$$L_1 = \tfrac{1}{2}\sigma q \alpha_1^2 \int_{D_1}^{D_1 + (v-g)T} f^2\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right) dD.$$

Gesetzt

$$\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g} = x,$$

so folgt, wenn wir darauf achten, dafs $f(x)$ um T periodisch ist:

$$L_1 = \tfrac{1}{2}\sigma q(v - g)\,\alpha_1^2 \int_0^T f^2(x)dx \quad . \quad . \quad (12).$$

Die lebendige Kraft, welche in der anderen, also in jener Scheibe enthalten ist, von welcher sich die Schwingungsquelle entfernt, kann auf gleichem Wege berechnet werden. Statt g mufs hier $-g$ und statt α_1 das Zeichen α_2 gesetzt werden, um die gesuchte Gröfse L_2 zu erhalten. Man findet so

$$L^2 = \tfrac{1}{2}\sigma q(v + g)\,\alpha_2^2 \int_0^T f^2(x)dx \quad . \quad . \quad (13).$$

Die genannte im cylindrisch begränzten Mittel verbreitete lebendige Kraft einer Schwingung ist nun $= L_1 + L_2$. Diese Gröfse mufs nach dem oben angeführten Satze unabhängig von der Bewegung der Schwingungsquelle seyn, so dafs die Gleichung besteht:

$$L_1 + L_2 = L.$$

Oder die Werthe dieser Gröfsen aus den Gleichungen (11), (12) und (13) eingeführt:

$$\alpha_1^2(v - g) + \alpha_2^2(v + g) = 2\alpha^2 v \quad . \quad . \quad (14).$$

Diese Gleichung soll nun darüber entscheiden, welche der beiden bereits oben erwähnten Annahmen, über die Abhängigkeit der Amplitude a, respective der Geschwindigkeits-Amplitude α von der Geschwindigkeit c als richtig zu betrachten sey.

Professor Ketteler bedient sich zur Darstellung der Schwingungen eines Punktes, dessen active Entfernung von der Schwingungsquelle $= \delta$ ist, der Gleichung:

$$\varrho = af\left(t - \frac{\delta}{v}\right)$$

worin ϱ die Verrückung des Punktes aus seiner Ruhelage zur Zeit t, und a den gröfstmöglichen Werth derselben, also die Amplitude im strengen Sinne des Wortes bedeuten. Stillschweigend setzt dann Prof. Ketteler voraus, dafs a wohl von δ abhängt, aber in einer bestimm-

ten Richtung und für einen bestimmten Werth der Entfernung δ von e unabhängig ist. Dieſs bedeutet wenigstens in seinem obenerwähnten Werke (S. 136) die Formel:

$$a = \frac{A_1}{\delta}. \quad ^1)$$

wo A_1 die entsprechende Amplitude auf der Kugelfläche bedeutet, deren Radius gleich der Einheit ist, und als von c unabhängig angesehen wird.

Diese Annahme wiederspricht aber der Gleichung (14).

Bei der Fortpflanzung der Schwingungen im cylindrisch begränzten Raume, wie sie soeben betrachtet wurde, müſsten nach Prof. Ketteler die Schwingungen der auf einer Seite von der Schwingungsquelle gelegenen Punkte durch die Gleichung:

$$\varrho_1 = af\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right)$$

bestimmt werden; für die Schwingungen der Punkte dagegen, welche auf der anderen Seite der Quelle liegen, müſste die Gleichung gelten:

$$\varrho_2 = af\left(\frac{v}{v+g}t - \frac{D_0}{v+g}\right).$$

Die entsprechenden Geschwindigkeiten der Schwingungsbewegung wären demnach:

$$\frac{d\varrho_1}{dt} = a\frac{v}{v-g}f'\left(\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g}\right)$$

und

$$\frac{d\varrho_2}{dt} = a\frac{v}{v+g}f'\left(\frac{v}{v+g}t - \frac{D_0}{v+g}\right).$$

Bedeutet daher φ den Maximalwerth der Function f', so ergeben sich die Geschwindigkeitsamplituden:

$$\alpha_1 = a\frac{v}{v-g}\varphi$$

und

$$\alpha_2 = a\frac{v}{v+g}\varphi.$$

Endlich wenn $g = 0$ ist; so wird:

$$\alpha = a\varphi.$$

1) Prof. Ketteler bezeichnet die Amplitude a mit A.

Diese Werthe in die Gleichung (14) eingeführt, folgt:

$$a^2 \frac{v}{v-g} + a^2 \frac{v}{v+g} = 2a^2.$$

Eine Gleichung der offenbar nicht genügt werden kann, so lange a als von der Geschwindigkeit g unabhängig angesehen wird. Hierauf gestützt werden wir Prof. Ketteler's Annahme als eine unrichtige verwerfen.

Dieselbe Gleichung (14) wird hingegen gewifs erfüllt, sobald

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$$

gesetzt, also angenommen wird, *dafs die Geschwindigkeitsamplitude nur insofern von der Bewegung der Schwingungsquelle abhängt, als diese auf ihre active Entfernung verändernd einwirkt.*

Mit vollem Recht werden wir also in der Gleichung:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

die Gröfse A_1 [1]) als von der Geschwindigkeit c unabhängig ansehen.

Diesen Werth von α setzen wir nun in (5) und erhalten dann mit Benutzung des Werthes von δ aus (3), die Gleichung der Schwingungsbewegung in einem Punkte des Mittels:

$$u = \frac{A_1}{D} \frac{v-c}{v} f\left(\frac{v}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad . \quad 15),$$

worin

$$D = D_0 - ct.$$

Werden diese Schwingungen von einem ruhenden Beobachter aufgefangen, so bestimmt diese Gleichung auch die Schwingungsgeschwindigkeit, welche jederzeit zum Beobachter gelangt. Bewegt sich dagegen der Beobachter, so werden immer neue und neue Punkte des Mediums durch ihre Geschwindigkeiten auf ihn einwirken, deren Phasen durch die Gleichung (9) gegeben sind, und deren Geschwindigkeits-Amplituden jederzeit der activen Entfernung jener Punkte von der Schwingungsquelle entsprechen, die eben den Beobachter berühren. Die Geschwindigkeit, welche in diesem Falle in jedem Momente zum

1) Die Geschwindigkeitsamplitude auf der Kugelfläche, deren Radius = 1.

Beobachter gelangt, ist also durch die Gleichung (9) gegeben, wenn in ihr $\alpha = \frac{A_1}{\delta}$ und für δ der Werth aus (3) gesetzt wird:

$$u = \frac{A_1}{D} \cdot \frac{v-c}{v} f\left(\frac{v+c'}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad . \quad . \quad (16)$$

worin

$$D = D_0 - ct - c't.$$

Wir dürfen aber nicht denken, dafs die Gleichung (16) etwa die Schwingungen eines einzelnen Punktes bestimmt, sondern müssen stets darauf achten, dafs sie jederzeit die Geschwindigkeit jener Punkte ausdrückt, die eben mit dem Beobachter in Berührung stehen.

§. 3.

Ich gehe nun zur Bestimmung der Intensität der vom Beobachter empfangenen Schwingungsbewegung über.

Es bedarf wohl keiner näheren Erörterung, dafs im Falle der Bewegung von Schwingungsquelle und Beobachter die *Intensität* definirt werden mufs, *als jene lebendige Kraft, welche in der Zeiteinheit auf die der Wellenfläche parallele Flächeneinheit fallen würde, wenn alle Schwingungen derjenigen gleich wären, welche ihr von dem Augenblicke ab mitgetheilt wird, wo die Intensität bestimmt werden soll.* Wird sonach die jener ersten Schwingung entsprechende lebendige Kraft mit i bezeichnet, so ist die Intensität:

$$J = ni \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17),$$

wo n die Zahl der in der Zeiteinheit auf die Fläche fallenden einzelnen Schwingungen bedeutet.

Zur Berechnung von J soll nun die Flächeneinheit so gewählt werden, dafs ihre Dimensionen gegenüber D verschwinden, dafs also die Wellen als ebene Wellen beachtet werden können. Ferner wollen wir uns auf Entfernungen D beschränken, welche grofs gegenüber der Wellenlänge sind.

Bei diesen gemachten Voraussetzungen ist es nicht schwer, die lebendige Kraft abzumessen, welche der zur

Intensitätsmessung bestimmten Flächeneinheit während der ersten Schwingung mitgetheilt wird. Diese gesuchte lebendige Kraft ist ja offenbar jene, welche sich im Momente der geforderten Intensitätsbestimmung in einer vom Medium erfüllten planparallelen Platte befindet, deren von der Schwingungsquelle entferntere Basis die zur Intensitätsbestimmung angewandte Flächeneinheit und deren Dicke die Wellenlänge der im Medium dorthin fortgepflanzten Schwingungen ist. Diese von der Bewegung des Beobachters unabhängige Wellenlänge im Medium ist, wie wir schon sahen

$$\lambda' = (v - c)\, T.$$

In welcher Weise die in einer solchen Platte enthaltene lebendige Kraft bestimmt werden kann, haben wir schon in §. 2 gezeigt. Nach Zerlegung der Platte in Lamellen von der Dicke dD folgt für die lebendige Kraft der einzelnen Lamelle:

$$\sigma \frac{A_1^2}{D^2} \frac{(v-c)}{v^2} f^2\left(\frac{v}{v-c}t - \frac{v}{v-c}\right) dD.$$

Da nun D von einer der zu betrachtenden Lamellen zur anderen übergehend nur um eine ihr gegenüber kleine Gröfse (kleiner als λ') verändert wird, so kann D^2 im Nenner mit Recht als constant angesehen werden. Die Summation von $D - \lambda'$ bis D ergiebt dann die lebendige Kraft i, welche in der soeben begränzten Platte enthalten ist. Mit Zugrundelegung der Betrachtungen im §. 2 folgt daher:

$$i = \sigma \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{(v-c)^2}{v} \cdot (v-c) \int_0^T f^2(x)\, dx \qquad (18).$$

Diese Einzelschwingung wird dem Beobachter im Falle seiner Ruhe in dem Zeitintervall $T' = \frac{v-c}{v} T$ mitgetheilt. Im Falle seiner Bewegung dagegen ist diese Zeitdauer, welche ja keine Andere als jene ist, die zwischen zwei gleichen Phasen der dem Beobachter angränzenden Punkte vergeht, durch die Gleichung

$$T'' = \frac{v-c}{v-c'} T$$

gegeben.

Die Zahl der einzelnen Schwingungen, welche in der Zeiteinheit zu dem Beobachter gelangen, ist sonach

$$n = \frac{1}{T''} = \frac{v+c'}{v-c} \cdot \frac{1}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

Die in (18) und (19) enthaltenen Werthe in die Gleichung (17) gesetzt, gelangt man zum gesuchten Ausdruck der Intensität:

$$J = \frac{(v-c)^2}{v^2} (v+c') \sigma \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f^2(x) dx.$$

Wenn $c = 0$ und $c' = 0$, so übergeht diese Gleichung in jene der Intensität für den Fall, dafs Schwingungsquelle und Beobachter in ihrer momentanen Entfernung D still stehend gedacht werden. Bezeichnen wir diese Intensität mit J_0, so ist ihr Werth:

$$J_0 = \sigma v \frac{A_1^2}{D^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f^2(x) dx \quad . \quad . \quad . \quad (20).$$

Demnach kann gesetzt werden

$$J = J_0 \frac{(v-c)^2}{v^2} \cdot \frac{(v+c')}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

oder entwickelt:

$$J = J_0 \left(1 - \frac{2c}{v} + \frac{c'}{v} + \frac{c^2}{v^2} - \frac{2cc'}{v} + \frac{c^2 c'}{v^3}\right) \quad (22).$$

Wir haben hier noch auf die Gränzen aufmerksam zu machen, innerhalb derer diese Gleichung ihrer Ableitung gemäfs gültig seyn kann.

Erstens ist zu bemerken, dafs ihre Gültigkeit nur für solche Werthe der Entfernung D bewiesen wurde, welche grofs gegenüber λ' sind.

Zweitens sieht man wohl, dafs sie zwar bei der Bewegung der Quelle und des Beobachters in einer und derselben Geraden für alle Werthe des g und des g' besteht, welche kleiner als v sind, dafs sie aber im Falle, wenn sich Quelle und Beobachter nicht in derselben Ge-

raden bewegen, nur insofern anwendbar ist, als g und g' für klein im Verhältnifs zu v angesehen werden dürfen.

§. 4.

Die soeben erhaltene Formel für die Intensität stimmt mit der in Professor Ketteler's Arbeit enthaltenen nicht überein. Es wurde aber schon in §. 2 gezeigt, dafs die Annahme, welche dieser letzteren zu Grunde liegt, unhaltbar ist, dafs also auch alle Folgerungen zu verwerfen sind, die aus ihr entspringen.

So führt unter Anderem die Ketteler'sche Formel für den Fall des ruhenden Beobachters zur Gleichung

$$J = J_0.$$

Ein Resultat, welches ebenso wie der hier folgende darauf begründete Satz als unrichtig bezeichnet werden mufs:

„Wie immer die Bewegung der Fixsterne beschaffen seyn möge, die Intensität des in einer bestimmten Entfernung von ihnen wahrgenommenen Lichtes bleibt an einem im Raume als fest angenommenen Punkte die nämliche, als ob der Fixstern in der bezüglichen Entfernung in Ruhe wäre“ [1]).

Unserer Formel (21) gemäfs ist in diesem Falle

$$J = J_0 \left(\frac{v - c}{v}\right)^2$$

und da aus der Gleichung (3)

$$\delta = \frac{v}{v - c} D$$

ist, so folgt

$$J = J_0 \frac{D^2}{\delta^2} = J_\delta,$$

wenn J_δ die Intensität in dem Falle bedeutet, dafs wir Schwingungsquelle und Beobachter in der ihrer momentanen Entfernung entsprechenden activen Entfernung feststehend denken.

Der oben angeführte Satz Ketteler's ist daher durch folgenden zu ersetzen:

1) Dr. E. Ketteler, Astronomische Undulationstheorie, S. 143.

Wie immer die Bewegung der Fixsterne beschaffen seyn möge, die Intensität des in einer bestimmten Entfernung (D) von ihnen wahrgenommenen Lichtes wird an einem im Raume als fest angenommenen Punkte die nämliche seyn, als ob der Fixstern in der jener Entfernung entsprechenden activen Entfernung (δ) in Ruhe wäre.

Die Kritik der Ketteler'schen Intensitätsformeln weiter zu verfolgen, halte ich nach dem bisher Gesagten für unnöthig. Die Ableitung der Gleichung (21), wie ich sie hier darlegte, wird wohl am besten auch zur Aufklärung der anderen widersprechenden Punkte dienen, die in der hierauf bezüglichen Arbeit Professor Ketteler's etwa noch enthalten sind.

§. 5.

Zum Schluſs will ich einige Folgerungen aus der oben gefundenen Gleichung (21) oder (22) mittheilen. Denken wir uns eine Tonquelle und einen Beobachter mit gleicher Geschwindigkeit g etwa in Luft bewegt, dann wird die beobachtete Tonhöhe, der Gleichung (10) gemäſs, dieselbe wie im Falle ihrer Ruhe seyn. Die Stärke der beobachteten Tonschwingungen hingegen wird in diesem Falle durch die Bewegung beeinfluſst. Stellt nämlich der Beobachter die Tonquelle in der Richtung seiner Bewegung vor sich hin, so ist in der Gleichung (22) $c = -g$ und $c' = +g$ zu setzen, demnach ist dann annähernd

$$J = J_0 \left(1 + 3\,\frac{v}{g}\right).$$

Stellt aber der Beobachter die Tonquelle in derselben Entfernung wie früher jedoch so auf, daſs die von dieser zu ihm gezogene Gerade mit der Richtung der Bewegung zusammenfalle, dann ist $c = +g$ und $c' = -g$ zu setzen und demnach:

$$J' = J_0 \left(1 - 3\,\frac{g}{v}\right).$$

Wie groſs der Unterschied zwischen J und J' innerhalb der Gränzen ausführbarer Experimente werden kann, soll

in einem Beispiele gezeigt werden. Nehmen wir an, dafs sich der Beobachter und die Tonquelle mit der auf einer Locomotive erreichbaren Geschwindigkeit von etwa 30 Metern in der Secunde bewegen, dann ist der Bruch $\frac{g}{c}$ nahezu $= 0{,}1$. In diesem Falle ist sonach $J = 1{,}3 \, . \, J_0$ und $J' = 0{,}7 \, . \, J_0$, also annähernd

$$\frac{J}{J'} = 1{,}8.$$

Bei Ausführung eines solchen Versuchs dürfte dieses theoretische Resultat darum nicht erhalten werden, weil wir ja bei bewegten Tonquellen kaum von dem Einflusse der Reibung auf ihre Schwingungen absehen können.

Insofern aber die störenden Einflüsse der Reibung vernachlässigt werden dürfen, könnte die Beobachtung der Intensitäten J und J' zur Bestimmung der Geschwindigkeit dienen, mit welcher die gemeinsame Bewegung des Beobachters und der Tonquelle relative zur Luft geschieht.

Diese Bemerkung führt natürlich auf den Gedanken, die Tonquelle durch eine Lichtquelle zu ersetzen und unsere Formel zur Bestimmung jener Geschwindigkeit anzuwenden, mit welcher sich die mit der Erde bewegten Körper relative zum Aether der irdischen Atmosphäre bewegen.

Im Falle der Lichtschwingungen wird man auch von dem störenden Einflusse der Reibung, in Folge der geringen Masse des Aethers mit mehr Recht absehen können, als bei Tonschwingungen.

Bewegt sich der Aether gemeinschaftlich mit den Körpern, welche ihn enthalten, dann wird der irdische Beobachter das Licht einer in bestimmter Entfernung gelegenen irdischen Quelle immer gleich intensiv empfinden, ob diese in der Richtung der Bewegung der Erde vor ihm oder hinter ihm liegt. Dasselbe würde aber dann nicht geschehen, wenn der Aether im Weltraume feststände oder sich in irdischen Körpern, deren Geschwindigkeit g ist, nach Fresnel's Annahme nur mit der Geschwindigkeit $\frac{n^2-1}{n^2} g$

bewegte (unter n das absolute Brechungsverhältnifs im betreffenden Körper verstanden).

Allerdings scheint die letztere dieser Annahmen die gröfste Berechtigung zu haben, da sie die sämmtlichen Aberrationserscheinungen am besten zu erklären vermag. Nur darf nicht vergessen werden, dafs sobald wir die Bewegung des Aethers von der jener Körper trennen, in welchen er enthalten ist, wir dadurch seine wahre Existenz anerkennen; eine Annahme, die mir dem Criterium der Wahrscheinlichkeit kaum zu genügen scheint. Die experimentelle Entscheidung dieser noch immer offenen Frage auf dem hier angedeuteten Wege hat schon Fizeau i. J. 1852 [1]) vorgeschlagen. Die Berechnung zu diesem projectirten Experimente geschah aber nach der bereits in der Einleitung erwähnten unvollständigen Formel; daher erscheint es mir von Interesse, diese Berechnung mit Zugrundelegung der Formel (22) hier neuerdings auszuführen.

Fizeau gedenkt zwei Thermosäulen p und p' so aufzustellen, dafs ihre entgegengesetzten Pole einer, auf der sie verbindenden Geraden $p'p$ zwischen ihnen stehenden, Lampe zugekehrt seyen. Die Thermosäulen sind dann mit einem Galvanometer zu einer Schliefsung zu verbinden, so dafs die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeigt, so lange die Lampe auf beide Pole p und p' dieselben Wärmemengen ausstrahlt. Lampe und Thermosäulen sollen endlich auf ein Stativ befestigt werden, welches sich um eine auf die Gerade pp' verticale Axe drehen läfst.

Bewegt sich nun dieses Stativ und alle ihr anhaftenden Gegenstände relative zum Aether mit der Geschwindigkeit g, so zwar, dafs die Richtung $\overrightarrow{pp'}$ mit der Richtung der Bewegung zusammenfällt; dann ist die in der Zeiteinheit auf p ausgestrahlte Wärmemenge unserer Formel gemäfs annähernd

$$= pJ_0\left(1 - 3\frac{g}{v}\right),$$

wo p die absorbirende Fläche der Thermosäule bedeutet.

1) *Cosmos, T. I, p.* 690, Pogg. Ann. Bd. 92, S. 652.

Die Wärmemenge dagegen, welche in derselben Zeit auf p' fällt, ist

$$= p' J'_0 \left(1 + 3\frac{g}{v}\right).$$

Es soll nun die Entfernung der Thermosäulen von der Lampe so geregelt werden, dafs die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeige, dann ist für diese erste Stellung des Stativs

$$p J_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right) = p' J'_0 \left(1 + 3\frac{g}{v}\right) . \quad . \quad (23).$$

Wenn aber hierauf das Stativ um ihre Axe mit 180° gedreht wird, so wird bei dieser zweiten Stellung auf p in der Zeiteinheit die Wärmemenge fallen

$$= p J_0 \left(1 + 3\frac{g}{v}\right).$$

Auf p' dagegen die Wärmemenge

$$= p' J'_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right).$$

Bei dieser zweiten Stellung empfängt also p eine Wärmemenge von der Lampe, die um

$$p J_0 \left(1 + 3\frac{g}{v}\right) - p' J'_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right)$$

gröfser als jene dem Pole p mitgetheilte ist. Der Werth dieses Ueberschusses ergiebt sich, mit Berücksichtigung der Gleichung (23) annähernd

$$= 12\, p\, \frac{g}{v} J_0.$$

Würde nun der Lichtäther an der Bewegung der Erde gar nicht Theil nehmen, so könnte man $\frac{g}{v}$ nahezu $= \frac{1}{1000}$ setzen und dem entsprechend müfste auf die Thermosäule p um $\frac{p J_0}{833}$ mehr Wärme in der Zeiteinheit fallen als auf die Thermosäule p'. Das Resultat für den Fall, dafs die Geschwindigkeit des Aethers in irdischen Körpern $\frac{n_2 - 1}{n^2} g$ wäre, ist kaum von diesem abweichend, wenn nur das Experiment in Luft ausgeführt wird. Dieser Ueberschufs der

auf p fallenden Wärmemenge müfste nun durch den Ausschlag der Galvanometernadel meſsbar werden.

Das Experiment ist meines Wissens noch nicht gemacht, die Möglichkeit ihrer Ausführung gewinnt aber durch die Formel (22) an Wahrscheinlichkeit, da ja Ketteler und vor ihm Fizeau nur $\frac{1}{1230}$ der ganzen auf p fallenden Wärmemenge als jene bezeichneten, welche den Ausschlag der Nadel im besten Falle bewirken könnte.

II. *Einige experimentelle Untersuchungen über elektrische Schwingungen;* *von N. Schiller.*

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institute der Berliner Universität auf Veranlassung des Hrn. Geheimrath Helmholtz ausgeführt. Der Zweck derselben war die theoretischen Gesetze der alternirenden Ströme zu prüfen und einige mit den letzteren verbundene Erscheinungen zu untersuchen, welche bisjetzt aus Mangel an hinreichenden Methoden nicht beobachtet werden konnten. Ich benutzte dabei die von Helmholtz im Jahre 1871 gegebene Methode [1]), die wesentlich darin besteht, dafs man die abwechselnden elektrostatischen Ladungen an Enden eines alternirenden Stromes beobachtet.

1. Bevor ich jedoch zur weiteren Auseinandersetzung der Methode und der von mir gewonnenen Resultate schreiten werde, will ich kurz an die Theorie der alternirenden Ströme erinnern.

Stelle man sich zwei Rollen vor, von denen die eine als inducirende und die andere, deren Enden von einander getrennt und isolirt sind, als inducirte dient; es sey p das Potential der letzteren auf sich selbst, w deren galvanischer Widerstand, c deren elektrostatische Capacität, d. h. die

1) Monatsberichte d. Berl. Akad. 1871.

Quantität der positiven Elektricität, welche sich an den äufseren Drahtlagen der Rolle anhäuft, während die unteren Lagen derselben negativ geladen werden und der Potentialunterschied der freien Elektricität an beiden Lagen gleich Eins ist; es seyen ferner i die Intensität des inducirten Stromes und ω der oben erwähnte Potentialunterschied; dann lassen sich i und ω für jedes Zeitelement t nach Unterbrechung des inducirenden Stromes aus folgenden Differentialgleichungen bis auf willkürliche Constanten bestimmen:

$$p\frac{di}{dt} + wi + \omega = 0 \quad \ldots \quad (1),$$

$$i = c\frac{d\omega}{dt} \quad \ldots \quad (2),$$

wenn das Aufhören des inducirenden Stromes plötzlich eintritt und die Dauer des Funkens sehr klein gegen die der inducirten Stromschwingungen ist, was immer bei sehr schwachen Strömen der Fall ist.

Sind die Enden der secundären Rolle mit einem Condensator von der Capacität C verbunden, so wird die Gl. (2)

$$i = (c + C)\frac{d\omega}{dt} \quad \ldots \quad (2a).$$

Sind die isolirenden Schichten zwischen den Windungen der Rolle schwach leitend und ist der reciproke Werth des galvanischen Widerstandes derselben α, so wird diese Gleichung:

$$i = \alpha\omega + (c + C)\frac{d\omega}{dt} \quad \ldots \quad (2b)$$

oder für den Fall, wenn auch der Raum zwischen den Oberflächen des Condensators leitet:

$$i = (\alpha + \alpha')\omega + (c + C)\frac{d\omega}{dt} \quad \ldots \quad (2c),$$

wo α' die entsprechende Leitungsfähigkeit bezeichnet.

Die nachfolgenden Untersuchungen betreffen den Fall, wo

$$\tfrac{1}{4}\left[\frac{w}{p}\right]^2 < \frac{1}{pc}$$

und i nebst ω periodisch sind. Dann folgt nämlich aus den oben aufgestellten Gleichungen

$$\omega = Ae^{\frac{\lambda}{T}t}\sin\left(\frac{\pi}{T}t+\delta\right),$$

wo A und δ aus den Anfangsbedingungen zu bestimmende Constanten sind und

$$\lambda = \tfrac{1}{2}\frac{w}{p}T, \quad T^2 = pc(\pi^2+\lambda^2) \quad . \quad . \quad (3);$$

wenn ein Condensator eingeschaltet ist:

$$\lambda = \tfrac{1}{2}\frac{w}{p}T, \quad T^2 = p(C+c)(\lambda^2+\pi^2) \qquad (3a)$$

oder wenn eine Leitung in den Schichten der Rolle und im Condensator vorhanden ist

$$\lambda = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p}+\frac{\alpha+\alpha'}{c+C}\right)T, \quad T^2 = \frac{p(c+C)}{1+(\alpha+\alpha')W}(\pi^2+\lambda^2) \quad (3c).$$

Stellt man als Anfangsbedingungen, dafs für $t=0$

$$i = (c+C)\frac{d\omega}{dt} = i_0 \text{ und } \omega = 0,$$

so erhält man

$$\delta = 0, \quad A = \frac{i_0}{c+C}\cdot\frac{T}{\pi}.$$

Um i_0 bestimmen zu können, betrachten wir den Fall, wo der inducirende Strom nicht plötzlich aufhört, sondern allmählig von J_0 bis Null fällt. Es sey P das Potential des inducirenden Stromes auf sich selbst, Π das Potential des inducirenden Stromes auf den inducirten, W der Widerstand des ersteren; dann müssen folgende Gleichungen gleichzeitig bestehen:

$$p\frac{di}{dt}+\Pi\frac{dJ}{dt}+wi+\omega = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (a),$$

$$P\frac{dJ}{dt}+\Pi\frac{di}{dt}+WJ = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b),$$

$$i = c\frac{d\omega}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c),$$

wo i, p, w, c, und ω die früheren Bedeutungen haben.

Aus diesen Gleichungen wollen wir den Werth von $w\int_0^\infty i^2\,dt$ bestimmen, indem wir annehmen, dafs für $t=0$

$$J = J_0, \quad i = 0, \quad \omega = 0.$$

Multiplicirt man die Gl. (*a*) einmal mit idt und andermal mit Jdt, die Gl. (*b*) dagegen einmal mit idt und andermal mit ωdt und integrirt von 0 bis ∞, so erhält man, indem man die Gränzwerthe von J, i, ω beachtet:

$$\Pi \int_0^\infty \frac{dJ}{dt} i\,dt + w\int_0^\infty i^2\,dt = 0,$$

$$-p\int_0^\infty \frac{dJ}{dt} i\,dt - \tfrac{1}{2}\Pi J_0^2 + w\int_0^\infty Ji\,dt + \int_0^\infty J\omega\,dt = 0,$$

$$P\int_0^\infty \frac{dJ}{dt} i\,dt + W\int_0^\infty Ji\,dt$$

$$P\int_0^\infty Ji\,dt - \Pi\int_0^\infty i^2\,dt + cW\int_0^\infty J\omega\,dt = 0,$$

woraus sich ergiebt

$$w\int_0^\infty i^2\,dt = \frac{\tfrac{1}{2}J_0\Pi^2 W}{\left(pW + Pw + \frac{1}{c}\left(\frac{\Pi^2}{w} + \frac{P^2}{W}\right)\right)}$$

und für den Fall, wo $W = \infty$

$$w\int_0^\infty i^2\,dt = \tfrac{1}{2}J_0^2\frac{\Pi^2}{p}$$

Diese letzte Voraussetzung führt uns wieder zum früher besprochenen Falle, weil bei $W = \infty$ die plötzliche Abnahme von J stattfinden muſs, wobei der inducirte Strom in verschwindend kleiner Zeit von 0 bis i_0 steigt. Aus der Gl. (1) ergiebt sich aber

$$w\int_0^\infty i^2\,dt = \tfrac{1}{2}p\,i_0^2;$$

vergleicht man die beiden eben gefundenen Werthe der letzten Integrale, so erhält man

$$J_0 = i_0\frac{\Pi}{P} \quad \text{und} \quad A = J_0\Pi\frac{T}{\pi p(c+C)} \quad . \quad . \quad (5).$$

Uebrigens können die sehr kleinen Gröſsen λ und α im

Werthe von T in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen vernachlässigt werden und man erhält schliefslich

$$\omega = J_0 \Pi \frac{\pi}{T} e^{-\frac{\lambda}{T}} \sin\left(\frac{\pi}{T} t\right) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

2. Der Helmholtz'sche Unterbrecher, den ich bei meinen Untersuchungen benutzte, besteht wesentlich aus zwei Hebeln, welche so eingerichtet sind, dafs sie zwei Stromschliefsungen bilden können. Durch ein immer von derselben Höhe fallendes Pendel werden die beiden Hebel nach einander zurückgeworfen und dadurch die beiden Stromschliefsungen in sehr kurzer Zeit nach einander aufgehoben.

Die Figuren (3) und (1, Taf. VII) stellen den Unterbrecher[1]) und die schematische Zusammenstellung der Apparate dar. h und h' sind zwei um die Axen a und a drehbare Hebel; die beiden schwachen Federn f und f' drücken die Hebel gegen die Stifte l und l'; diese und jene sind auf zwei isolirende Platten aus Kautschuck P' und P befestigt. Vier Klemmschrauben k, k_1, $k' k'$ sind in metallischer Verbindung resp. mit h, h', l und l'. Die Platte P' ist unbeweglich; die P ist dagegen auf einen Schlitten gesetzt und kann mittelst der Mikrometerschraube M (Fig. 3, Taf. VII) parallel der Scale mm hin und her geschoben werden; ihre Lage wird durch die Stellung des Zeigers z an der Scale angezeigt. Jede Scalentheilung an mm entspricht einem ganzen Gange der Schraube und aufserdem ist jeder Schraubengang in hundert Theilen getheilt, welche auf die Trommel T gezeichnet sind.

Der inducirende Strom wurde von einer Batterie B (Fig. 1, Taf. VII (einem Daniell) durch die primäre Rolle R_1, den Hebel h' und den Stift l' geleitet. Ein Ende der secundären Rolle R_2 wurde durch Gasröhren mit der Erde verbunden, das andere durch den Hebel h und den Stift l mit einer Platte des Kohlrausch'schen Condensators C und einer Elektrode des Thomson'schen Elektrometers E,

1) Den Unterbrecher hatte nach den Angaben von Hrn. Geheimrath Helmholtz Hr. Zimmermann in Heidelberg gebaut.

die zweite Platte des Condensators und die zweite Elektrode des Elektrometers wurden mit der Erde verbunden.

Das zum Apparat gehörende Pendel trägt an seinem Ende zwei Rahmen r und r' (Fig. 4, Taf. VII), welche an zwei horizontalen Axen befestigt sind und mittelst starken Federn festgehalten werden. An den Rahmen sind Hebel H und H' befestigt, welche zwei mit Achat belegte Hervorragungen haben; die Hebel können sich um zwei horizontale Axen drehen und zwar in entgegengesetzter Richtung als die beiden Rahmen r und r'; zwei Spiralfedern s und s' sind dazu bestimmt um die Hebel immer in derselben Stellung festzuhalten. Durch solche Einrichtung der Rahmen und der beweglichen Hebel werden die Stöfse des Pendels gegen die horizontalen Hebel hh' gemildert und etwaige Beschädigung des Apparats durch mögliche Rückstöfse des Pendels gegen dieselben Hebel verhindert. Die Axe des Pendels liegt auf zwei Paaren Reibungsräder RR aus Messing; ihre Enden stofsen aufserdem gegen zwei Stahlplatten b, b_1, welche durch sechs Schrauben regulirt werden können und das seitliche Gleiten der Axe auf den Rädern verhindern. Das Pendel wurde mittelst eines Elektromagneten D (Fig. 4 und 1 Taf. VII) in horizontaler Stellung gehalten. Nachdem der Strom des Elektromagneten unterbrochen wurde, fiel es nieder, schlug mit beiden mit Achat belegten Hervorragungen gegen die Hebel h und h' und warf sie von den Stiften l, l' zurück. Dadurch wurde zuerst der inducirende Strom unterbrochen und dann die Platte des Condensators und die mit derselben verbundene Elektrode des Elektrometers von der secundären Rolle getrennt. Die am Elektrometer beobachtete Ablenkung liefs die Ladung des Condensators im Moment der Trennung messen. Durch passende Stellung der Mikrometerschraube konnte die Trennung in beliebigem Moment nach der Unterbrechung des inducirenden Stromes geschehen und die entsprechende Ladung des Condensators bestimmt werden. Die Lage der Platte P, welche der gleichzeitigen Zurückwerfung der

beiden Hebel entsprach, wurde gefunden, indem man die Rollen abwechselnd mit dem einen oder dem anderen der Klemmenpaare verband und zwei Lagen der Platte beobachtet, bei welchen das Elektrometer sehr kleine gleiche Ladungen am Condensator zeigte. Die Mitte zwischen den beiden Lagen entsprach der gesuchten Stellung.

Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen je zwei Stellungen der Platte P, bei welchen das Elektrometer keine Ladung am Condensator zeigte, gab die Gröfse der Schwingungsdauer des beobachteten alternirenden Stromes. Um dieselbe in Zeiteinheiten messen zu können, mufste man die Zeit ϑ bestimmen, in welcher das fallende Pendel den Raum zwischen den auf eine beliebige Anzahl der Scalentheilungen von einander entfernten Hebeln durchläuft.

3. Auf jene Zeitbestimmungen war die Methode von Pouillet[1]) angewendet und zwar auf folgende Weise.

Zwei Ströme J und J', jede von zwei Daniells, gingen in entgegengesetzter Richtung resp. durch zwei Rollen eines sehr empfindlichen Differentialgalvanometers und waren durch die Hebel h und h' geschlossen. Passende Widerstände waren in die Stromkreise eingeschaltet und auf die Weise regulirt, dafs der Magnet des Galvanometers in Ruhe blieb, wenn die Ströme durch dasselbe gingen. Man liefs darauf das Pendel fallen; zuerst wurde dadurch der Hebel h' zurückgeworfen und der Strom J' in einer der Rollen unterbrochen; der Strom J der anderen Rolle wirkte eine sehr kurze Zeitdauer auf den Magnet allein, bis der zweite Hebel h durch das weiter fallende Pendel zurückgeworfen war. Man liefs schliefslich den Strom J dauernd durch die entsprechende Rolle gehen, während man eine passende Nebenschliefsung in dieselbe einschaltete. Die Ablenkungen des Galvanometers wurden mittelst Spiegelablesung beobachtet. Aus den Ablenkungen im letzten Versuche und den entsprechenden Widerstandsmessungen wurde die Ablenkung des Galvanometers

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. II, §. 212.

berechnet für den Fall, wenn der Strom J ohne Nebenschliefsung durch dasselbe dauernd ging. Es sey x der auf Bogentheile reducirte Ausschlag des Magneten durch den momentanen Strom, α die Ablenkung durch den dauernden, T die Schwingungsdauer des Magneten, λ dessen Dämpfung, so ist die Dauer des momentanen Stromes

$$D = \frac{x}{\alpha} \cdot \frac{T}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \text{arc. tang } \frac{\pi}{\lambda}},$$

Die nach der oben beschriebenen Methode ausgeführten Messungen gaben für ϑ

0,0084800 Sec.

wenn die beiden Hebel auf 6765 Schraubentheilungen von einander entfernt waren. Daraus ergiebt sich das einer Schraubentheilung entsprechende Zeitintervall

$$\tau = 0{,}0000012536 \text{ Sec.}$$

Die Zuverlässigkeit der Methode liefs sich dadurch controliren, dafs die dem momentanen Strome entsprechenden Ausschläge proportional dem Abstand zwischen den Hebeln h und h' zunahmen; die Extraströme hatten folglich keinen merklichen Einfluſs auf die Messungen.

4. Bei der vorliegenden Arbeit wurden hauptsächlich Schwingungsdauern und Dämpfungen der alternirenden Ströme beobachtet. Die Bestimmungen der Schwingungsdauer wurden gemacht, indem man die Lage jedes zehnten Nullpunkts beobachtete, wo nämlich das Elektrometer einen Potentialunterschied Null an den Condensatorplatten oder an den Enden der secundären Rolle zeigte. Wäre m die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen den $n$ten und $(n + 10)$ Nullpunkte, so ergab sich daraus die betreffende Schwingungsdauer

$$T = \frac{m}{10} \tau.$$

Die Lage einzelner Nullpunkte konnte meistentheils mit einer Genauigkeit bis auf eine ganze oder halbe Schraubentheilung bestimmt werden, je nach der Beschaffenheit des Unterbrechungsfunkens; die Genauigkeit der beobach-

teten Gröfsen der Schwingungsdauer ging also bis auf $\frac{1}{10} - \frac{1}{20}$ einer Schraubentheilung; sie könnte jedenfalls noch mehr vergröfsert werden; das wäre aber wegen anderer Umstände der Versuche überflüssig. Die oben erwähnten zehn Nullpunkte mufsten immer so gewählt werden, dafs sie nicht zu nahe dem Anfangspunkte der Schwingungen lagen, da sie daselbst durch den Funken und die von demselben herrührenden secundären Schwingungen beeinträchtigt worden wären. Es war auch nicht günstig zu weit entfernte Nullpunkte zu wählen, da die negativen und positiven Potentialunterschiede in der Nähe derselben zu klein waren und die Nullpunkte nicht genügend scharf bestimmt werden konnten.

Bei den Dämpfungsbestimmungen beobachtete man die $n$ten, $(n+1)$ten, $(n+11)$ten und $(n+12)$ten Maximalwerthe des Potentialunterschieds ω; waren diese Werthe ω_1 ω_2, ω_{11}, ω_{12}, so ergab sich die Dämpfung

$$x = \tfrac{1}{10} [\log \text{nat} (\omega_1 - \omega_2) - \log \text{nat} (\omega_{11} - \omega_{12})].$$

Es ist wohl zu bemerken, dafs man bei allen nach der oben beschriebenen Methode auszuführende Bestimmungen nur sehr schwache inducirende Ströme gebrauchen mufs; ein starker Funken wird nämlich nicht bei jeder Unterbrechung auf dieselbe Weise vor sich gehen und die Nullpunkte fallen deshalb bei jedem Schlage in verschiedene Zeiten nach der Unterbrechung, was eine genaue Bestimmung ihrer Lage unmöglich macht.

5. Bei den nachfolgenden Versuchen wurde ein kleiner Schlittenapparat als Inductorium gebraucht, in dessen primäre Rolle wurde ein Daniell eingeschaltet und dazu noch ein Widerstand von 60 bis 120 Ohm. Mit Quecksilber gefüllte und paarweise in einander gesteckte Reagensgläschen dienten als Condensatoren und waren mit den Nummern 1, 2 usw. bezeichnet.

Zuerst war die Schwingungsdauer für den Fall bestimmt, wo kein Condensator in den oscillirenden Strom eingeschaltet war; nachher folgten dieselben Bestimmun-

gen für die Fälle, wo mehrere Condensatoren nebeneinander eingeschaltet waren, wie man es aus folgender Tabelle ersieht.

I.

Nummer des eingeschalt. Condensators	Schwingungsdauer in Schraubentheilungen
keine Cond.	33,0
1	77,9
1 + 2	102,1
1 + 2 + 3	125,8
1 + 2 + .. 4	161,9
1 + .. 5	176,4
1 + .. 6	189,2

Aus diesen Versuchen können nun die Gröfsen der Schwingungsdauer berechnet werden für die Fälle, wo die Condensatoren 2, 3, 3 usw. einzeln eingeschaltet sind und die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobachteten verglichen werden. Darauf sind die Formeln (3*a*) und (3*c*) anzuwenden, wobei λ, α und α' gleich Null gesetzt werden dürfen, da dieselben, so weit die Genauigkeit der Beobachtungen sich erstreckt (d. h. bis auf die erste Decimale) keinen Einfluſs auf die zu berechnenden Gröfsen haben, wie man aus den Werthen von λ, α und α', welche später mitgetheilt werden, ersehen kann. Folgende Tabelle stellt die auf diese Weise berechneten und beobachteten Werthe der Schwingungsdauer dar.

II.

Condensator	Schwingungsdauer berechn.	beob.
2	73,9	74,1
3	80,5	80,3
4	106,1	106,2
5	77,4	77,3
7	75,9	75,7
3 + 4	129,9	130,1
4 + 5	128,0	127,9
5 + 6	103,5	103,2

Aus Beobachtungen der Schwingungsdauer kann man eiter das Verhältnifs der Capacitäten und der Potentiale uf sich selbst verschiedener Inductionsrollen bestimmen. ind nämlich T und t die Gröfsen der Schwingungsdauer ir zwei Rollen, wenn sie allein schwingen und T', t' die- elben Gröfsen, wenn die Rollen mit einem Condensator C erbunden sind, so ergiebt sich aus den Formeln (3 a), wo immer gleich Null gesetzt werden darf

$$\frac{p'}{p} = \frac{t^2 - t'^2}{T^2 - T'^2}, \qquad \frac{c'}{c} = \frac{t^2}{T^2} \cdot \frac{T_1^2 - T'^2}{t_1^2 - t'^2} \qquad (7).$$

Auf diese Weise wurden die Bestimmungen gemacht ir eine zweite Rolle, welche zu demselben Inductionsap- arat pafste, der zu den erstgenannten Versuchen gebraucht urde. Man bekam für die Schwingungsdauer der Rolle llein 23,7 Schraubentheile und für dieselbe mit dem Con- ensator No. 1 verbunden 51,2 Schraubentheile; daraus rgab sich für die zweite Rolle mit der ersten verglichen

$$\frac{p'}{p} = 0{,}414 \quad \text{und} \quad \frac{c'}{c} = 1{,}247.$$

Darauf konnte man aus der Tabelle I die Werthe der chwingungsdauer für die Fälle berechnen, wo die Conden- atoren 2, 3 usw. mit der zweiten Rolle verbunden waren nd die berechneten Werthe mit den unmittelbar beobach- ten vergleichen. Folgende Tabelle stellt die Resultate ieser Vergleichung dar.

III.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	80,5	80,2
1 + 2 + 3	93,6	93,5
1 + ... 4	114,1	113,7
1 + ... 5	122,7	122,5
1 + ... 6	130,3	130,5

Für eine dritte Rolle waren ebenso die Gröfsen der Schwingungsdauer 53,6 und 117,4 gefunden, resp. für die Fälle, wenn sie allein schwang oder mit dem Condensator No. 1 verbunden. Daraus ergab sich für diese Rolle mit der ersten verglichen:

$$\frac{p''}{p} = 2{,}192 \text{ und } \frac{c''}{c} = 1{,}233.$$

Die Rechnung und die Beobachtung gaben darauf folgende Resultate für andere Fälle.

IV.

Condensator	Schwingungsdauer	
	berechn.	beob.
1 + 2	152,7	152,3
1 + 2 − 3	187,5	187,4
1 + ... 4	240,6	240,4
1 + ... 5	262,0	262,1
1 + ... 6	280,9	280,7

6. Bei den ferneren Versuchen, welche die Dämpfungen betreffen, wurden die Inductionsrollen mit einem Condensator nach Kohlrausch verbunden, dessen Platten man in verschiedenen Entfernungen von einander aufstellte, um dadurch die Schwingungsdauer zu ändern. Dabei folgten nicht die beobachteten Gröfsen der Dämpfung dem einfachen Gesetz der Formel (3), sondern dem complicirteren der Formel (3 *c*), in welches die Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle eintritt. Es erwies sich auch eine sorgfältig gearbeitete Rolle, im letzten §. als *dritte* gekennzeichnet, deren Draht doppelt mit Seide umsponnen war und reichlich mit Copallack bedeckt, als bedeutend leitend in ihren isolirenden Schichten.

Bestimmt man die Dämpfung λ_0 und die Schwingungsdauer T_0 für den Fall, wo die Enden einer Rolle unmittelbar mit dem Elektrometer verbunden sind und ferner

die entsprechenden Werthe λ_1, λ_2 usw. T_1, T_2 usw. für die Fälle, wo die Rolle abwechselnd mit den Luftcondensatoren von Capacitäten C_1, C_2 usw. in Verbindung gebracht ist, so erhält man nach der Formel (3 *c*)

$$\frac{\lambda_0}{T_0} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0}\right); \quad \frac{\lambda_1}{T_1} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_1}\right);$$

$$\frac{\lambda_2}{T_2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha}{c_0 + C_2}\right),$$

wo α und c_0 die Leitungsfähigkeit der Schichten der Rolle und deren Capacität bezeichnen. Die Luftcondensatoren sind dabei als vollständig isolirt vorausgesetzt, d. h α' in der Formel (3 *c*) gleich Null angenommen. Da nun

$$\frac{c_0 + C_1}{C_1} = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2}, \quad \frac{c_0 - C_2}{C^2} = \frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2} \text{ usw.},$$

so folgt aus jenen Gleichungen

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0} = \frac{\lambda_1}{T_1}\right)\frac{T_1^2}{T_1^2 - T_0^2} = \left(\frac{\lambda_0}{T_0} - \frac{\lambda_2}{T_2}\right)\frac{T_2^2}{T_2^2 - T_0^2}$$

$$= \text{u. s. w.} = \tfrac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und

$$\tfrac{1}{2}\frac{w}{p} = \frac{\lambda_0}{T_0} - \tfrac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}.$$

In folgender Tabelle sind die beobachteten Werthe von λ und T für die *erste* Rolle gegeben und daraus $\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2}\frac{w}{p}$ berechnet.

V.

T	λ	$\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2}\frac{w}{p}$
32,7	0,0424		
40,2	0,0349	0,001237	0,000024
51,5	0,0277	0,001271	0,000026
57,1	0,0254	0,001269	0,000028
63,5	0,0236	0,001260	0,000037
67,5	0,0226	0,001257	0,000040
	Mittel	0,001266	0,000031

T ist hier in Schraubentheilungen des Unterbrechers ausgedrückt und λ in Brigg'schen Logarithmen, so dafs man, um absolute Werthe von $\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2}\frac{w}{p}$ zu erhalten, die letzten durch $\tau \,.\, \lg . \mathrm{Br}e$ dividiren mufs, wo τ das im §. 3 gegebene Zeitintervall ist. Streng genommen müfsten $\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}$ und $\frac{1}{2}\frac{w}{p}$ aus der Gl. (8) nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden; man wäre aber dabei zu complicirten Rechnungen gekommen, welche eigentlich von keinem Nutzen gewesen wären, da der Zweck des Versuchs war, nicht die genauen Bestimmungen zu gewinnen, sondern blofs zu zeigen, inwiefern die betreffenden Methoden bei solchen Untersuchungen zu reichen im Stande sind.

Aus der letzten Tabelle sieht man, dafs hier die Schwingungsdauer der Rolle allein kleiner ist als die, welche in Tab. I gegeben; dieſs läfst sich dadurch erklären, dafs bei den letzten Untersuchungen die inducirende und inducirte Rollen weiter auseinandergeschoben waren und dadurch die Capacität der inducirten verkleinert.

Dieselben Versuche und Rechnungen für die *dritte* Rolle gaben Folgendes.

VI.

T	λ	$\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}$	$\frac{1}{2}\frac{w}{p}$
53,6	0,0562		
76,1	0,0410	0,001008	0,000040
77,0	0,0405	0,001019	0,000029
97,1	0,0335	0,001010	0,000038
97,5	0,0334	0,001010	0,000038
	Mittel	0,001012	0,000036

Sind die eingeschalteten Condensatoren auch leitend, so erhält man aus (3 c) folgende Beziehung zwischen Dämpfungen, Schwingungsdauer und betreffenden Leitungsfähigkeiten

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0}-\frac{\lambda_1}{T_1}\right)\frac{T_1^2}{T_1^2-T_0^2}=\tfrac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}-\tfrac{1}{2}\frac{\alpha_1}{c_1},$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{T_0}-\frac{\lambda_2}{T_2}\right)\frac{T_2^2}{T_2^2-T_0^2}=\tfrac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}-\frac{\alpha_2}{c^2} \quad . \quad . \quad (9)$$

usw., wo α_1, α_2 usw. die Leitungsfähigkeiten der betreffenden Condensatoren bezeichnen

Für folgende Versuche waren die Reagirgläschen, welche bei den Versuchen I bis V gedient hatten, mit Schellack bedeckt und wieder mit Quecksilber gefüllt. Tabelle VII stellt die dabei beobachteten Gröſsen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die erste Rolle dar und die daraus berechneten Werthe von $\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}-\frac{1}{2}\frac{\alpha_1}{c_1}$ usw.; aus den letzteren können nach den Versuchen V $\frac{1}{2}\frac{\alpha_1}{c_1}$, $\frac{1}{2}\frac{\alpha_2}{c_2}$ usw. berechnet werden.

VII.

Condensator	T	λ	$\frac{1}{2}\frac{\alpha}{c_0}-\frac{1}{2}\frac{\alpha_n}{c_n}$	$\frac{1}{2}\frac{\alpha_n}{c_n}$
ohne Cond.	32,7	0,0424		
1	74,6	0,0343	0,001034	0,000232
2	71,5	0,0303	0,001104	0,000162
3	77,2	0,0295	0,001116	0,000150
4	99,8	0,0306	0,001109	0,000157
5	75,3	0,0288	0,001127	0,000139

Darauf wurden dieselben Condensatoren paarweise mit derselben Rolle verbunden und aus den dabei beobachteten Gröſsen der Schwingungsdauer und der Dämpfung die Werthe $\frac{1}{2}\frac{\alpha_1+\alpha_2}{c_1+c_2}$, $\frac{1}{2}\frac{\alpha_2+\alpha_3}{c_2+c_3}$ usw. berechnet; die letzteren konnten auſserdem aus den Versuchen VII berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$\frac{\alpha_1+\alpha_2}{c_1+c_2}=\frac{\alpha_1}{c_1}\cdot\frac{c_1}{c_1+c_2}+\frac{\alpha_2}{c_2}\cdot\frac{c_2}{c_1+c_2},$$

da aber

$$\frac{c_1}{c_1+c_2}=\frac{T_1^2-T_0^2}{T_{1,2}-T_0^2}, \qquad \frac{c_2}{c_1-c_2}=\frac{T_2^2-T_0^2}{T_{2,1}^2-T_0^2},$$

wo $T_{1,2}$ die Schwingungsdauer für den Fall ist, wo die beiden Condensatoren mit der Rolle verbunden sind, so folgt es

$$\frac{\alpha_1+\alpha_2}{c_1+c_2}=\frac{\alpha_1}{c_1}\frac{(T_1^2-T_0^2)}{(T_{1,2}^2-T_0^2}+\frac{\alpha_2}{c_2}\frac{T_2^2-T_0^2}{T_{1,2}^2-T_0^2}$$

usw. Folgende Tabelle stellt diese Beobachtungen und Rechnungen dar.

VIII.

Cond.	T	λ		$\frac{\alpha_n}{c_n}$	
		beob.	ber. aus VII	beob.	ber. aus VII
1 + 2	98,0	0,0338	0,0342	0,000199	0,000192
2 + 3	100,0	0,0308	0,0305	0,000155	0,000158
3 + 4	121,9	0,0333	0,0334	0,000165	0,000162
4 + 5	121,9	0,0333	0,0338	0,000160	0,000163

Die Dämpfungen waren dabei aus den Werthen von $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{c_1+c_2}$, $\frac{\alpha_2+\alpha_3}{c_2+c_3}$ usw. nach der Formel (9) berechnet.

Da nun weiter die Verhältnisse des Potentials und der Capacität der *dritten* Rolle zu denen der *ersten* bereits bekannt waren, so konnten nach den vorigen Versuchen die Gröfsen der Schwingungsdauer und der Dämpfung für die *dritte* Rolle berechnet werden, wenn die letzte mit denselben Condensatoren verbunden war. In folgender Tabelle sind die so berechneten und unmittelbar beobachteten Werthe gegeben.

IX.

Condensator	T		λ		$\frac{\alpha}{c_n}$	
	ber.	beob.	ber.	beob.	gegeben aus d. vor. Vers.	berechn. aus derselben Tabelle
Ohne Cond.		53,6		0,0562		
1	112,8	113,0	0,0501	0,0506	0,000232	0,000236
2	108,2	108,5	0,0440	0,0445	0,000162	0,000169
3	116,6	116,2	0,0429	0,0425	0,000150	0,000149
4	149,5	149,3	0,0453	0,0455	0,000157	0,000159
5	113,8	114,0	0,0420	0,0419	0,000139	0,000139
1 + 2	146,9	146,5	0,0505	0,0510	0,000199	0,000204
2 + 3	149,8	150,2	0,0450	0,0449	0,000155	0,000154
3 + 4	181,9	182,3	0,0500	0,0498	0,000165	0,000165
4 + 5	180,7	181,1	0,0495	0,0497	0,000160	0,000165

7. Sind mehrere Rollen mit einander verbunden und in denselben elektrische Schwingungen inducirt, so verlaufen die letzteren nicht gleichartig und gleichzeitig in allen Rollen, sondern jede Rolle besitzt ihre eigene Schwingung von besonderer Intensität und Dauer; neben dieser Hauptschwingung entstehen in jeder Rolle auch andere, welche von sämmtlichen Rollen abhängen und mit den Hauptschwingungen interferiren.

Die Theorie erklärt alle diese Erscheinungen, wenn man annimmt, dafs nicht die ganze Elektricität aus einer Rolle in die andere benachbarte übergeht, sondern ein Theil davon an den zusammen verbundenen Drahtlagen der beiden Rollen sich anhäuft. Es sey eine Anzahl n der Rollen der Reihe nach mit einander verbunden; die Potentiale derselben auf sich selbst seyen p_1, $p_2 \ldots p_n$ und die Capacitäten c_1, $c_2 \ldots c_n$; ein Ende der ersten Rolle sey mit der Erde verbunden und ein Ende der letzten mit einem Condensator von der Capacität C; eine der Platten des Condensators sey auch nach der Erde abgeleitet. Die äufseren und inneren Drahtlagen der Rollen kann man sich schematisch vorstellen, als Condensatoren c_1, c_2, $c_3 \ldots c_n$ welche von aufserhalb mit den Rollen verbunden sind (Fig. 2 Taf. VII). Es sey ferner ω_1 das Potential der freien Elektricität, welche an den zusammen verbundenen Drahtschichten erster und zweiter Rollen sich ansammelt, ω_2 dasselbe Potential an den Schichten zweiter und dritter Rollen usw. bis auf ω_n; an einer der Platten des Condensators C wird das Potential ω_n seyn und an der anderen Null. Es seyen endlich i_1, i_2, $\ldots$ i_n die Stromintensitäten resp. in jeder der Rollen und ω_1, $\omega_2 \ldots \omega_n$ die Widerstände der letzteren. Für die positive Richtung des Stromes nehme man diejenige, in welcher der Strom zu den Condensatoren c_1, c_3, c_5 usw. hinfliefst und von den Condensatoren c_2, c_4 usw. abfliefst. Nun stellen die Differenzen $i_1 - i_2$, $i_3 - i_4$ usw. mit dt multiplicirt die Elektricitätsmengen dar, welche im Zeitelement dt an den betreffenden Drahtlagen sich anhäufen; anderseits können dieselben Gröfsen aus den Potentialdiffe-

renzen an den Schichten berechnet werden und zwar auf folgende Weise:

$$i_1 - i_2 = c_1 \frac{d\omega_1}{dt} + c_2 \frac{d(\omega_1 - \omega_2)}{dt},$$

$$i_2 - i_3 = c_2 \frac{(d\omega_1 - \omega_2)}{dt} + c_3 \frac{d(\omega_2 - \omega_3)}{dt},$$

. . . . . .

$$i_{n-1} - i_n = c_{n-1} \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_{n-2})}{dt} + c_n \frac{d(\omega_{n-1} - \omega_n)}{dt},$$

$$i_n = c_n \frac{d(\omega_n - \omega_{n-1})}{dt} + C \frac{d\omega_n}{dt}.$$

Zu diesen Gleichungen sind noch die hinzuzufügen, welche ausdrücken, dafs in jeder Rolle das Product aus Widerstand und Stromintensität den sämmtlichen daselbst vorhandenen elektromotorischen Kräften gleich ist. Diese Gleichungen werden folgende seyn:

$$p \frac{di_1}{dt} + w_1 i_1 + \omega_1 = 0,$$

$$p \frac{di_2}{dt} + w_2 i_2 + \omega_2 - \omega_1 = 0,$$

. . . . . .

$$p \frac{di_n}{dt} + w_n i_n + \omega_n - \omega_{n-1} = 0.$$

Hieraus folgt nach der Theorie der simultanen Gleichungen, dafs in gewissen Fällen, welche eben das Entstehen der oscillirenden Ströme characterisiren, jedes ω als eine Summe von n mit der Zeit erlöschender Schwingungen dargestellt werden kann. Es haben nun zwar in allen ω einzelne Schwingungen dieselbe Schwingungsdauer, es sind aber die Intensitäten und Phasenunterschiede derselben für verschiedene ω verschieden, woraus folgt, dafs die resultirenden Schwingungen, welche aus den einzelnen, einfachen sich bilden, für jede Rolle verschieden sind.

Ich will nicht hier in die weitere Erörterung der oben besprochenen Gleichungen eingehen, weil mir eigentlich keine einfache Methode eingefallen ist, um die theoretischen Schlüsse aus denselben durch Versuche zu prüfen,

aufser dem directen Verfahren für an einander sehr nahe liegende Zeitintervalle die entsprechenden Werthe von ω unmittelbar zu beobachten. Solche Untersuchungen sind aber so mühsam und nehmen so viel Zeit in Anspruch, dafs sie zum Gegenstand einer besonderen Arbeit werden müssen.

Doch führe ich einige Bestimmungen der einzelnen nach einander folgenden Nullpunkte hinzu, für die Schwingungen, welche in zusammen verbundenen Rollen entstehen, um einen Begriff von den betreffenden Erscheinungen zu geben.

Es waren zwei Rollen mit einander verbunden, welche in den vorigen §§. als *erste* und *dritte* bezeichnet sind; ein Ende der zweiten Rolle war mit der Erde verbunden; die erste Rolle endete in einem Quecksilbercondensator, dessen eine Oberfläche nach der Erde abgeleitet war. Mittelst des Elektrometers wurden nach den im §. 2 beschriebenen Methoden die Ladungen beobachtet, bald an der Verbindungsstelle zwischen den beiden Rollen, bald zwischen der ersten Rolle und dem Condensator. Auf diese Weise wurde die Zeitdauer bestimmt zwischen einer Anzahl von Nullladungen, welche an den benannten Stellen entstanden. Der inducirende Strom wurde nur durch die primäre Rolle No. 2 geleitet.

a) Combination: Erde, Rolle No. 2, Rolle No. 1, Condensator, Erde. Lagen der Nullpunkte an der Scale des Unterbrechers

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6604		6506	
	90		30
6514		6476	
	91		16
6423		6460	
	91		30
6332		6430	
	91		30
6241		4400	
	90		11
6151		6389	
	90		28
6061		6351	

b) Dieselbe Combination mit zwei Condensatoren nebeneinander

zwischen No. 1 und No. 2		zwischen No. 1 und Condensator	
Lage	Differenz	Lage	Differenz
6418		6503	
	122		20
6296		6483	
	122		30
6174		6453	
	121		21
6053		6432	
	123		24
5930		6408	
	122		33
5808		6375	
	124		13
5684		6362	

c) Combination: Erde, No. 2, No. 1, No. 4; Condensator, Erde

zwischen Cond. u. No. 4		No. 4 u. No. 1		zw. No. 1 u. No. 2	
Lage	Differenz	Lage	Differenz	Lage	Differenz
6494		6499		6506	
	100		104		24
6394		6395		6482	
	89		86		22
6305		6309		6460	
	100		104		18
6205		6205		6442	
	90		84		20
6115		6121		6420	

Streng genommen sind auch die Schwingungen in derselben Rolle an verschiedenen Stellen nicht genau dieselben. An der Rolle No. 2 wurde die Stelle, wo die Drahtwindungen aus der vorletzten Lage in die letzte übergehen, von der isolirenden Umspannung entblöfst und daran die Schwingungen beobachtet. Die Anzahl der Schraubentheilungen zwischen zehn Schwingungen am Ende der Rolle ergab sich gleich 237 und an der entblöfsten Stelle 232. Dadurch läfst sich vielleicht erklären, warum die in den vorigen §§. berechneten Werthe der Schwingungsdauer nur bis auf die ersten Decimalen mit den unmittelbar beobachteten stimmten. Es scheint überhaupt, dafs man, um sich eine genauere Vorstellung dieser Erscheinungen zu machen, darauf die von Kirchhoff[1]) und Helmholtz[2]) für die

1) Pogg. Ann. Bd. 100, S. 193 u. 351, Bd. 102, S. 529.
2) Crelle's Journ. Bd. 72.

Elektricitätsbewegungen angestellten Gleichungen anwenden müfste, in welchen die Anhäufung der freien Elektricität in jedem Raumelemente eines leitenden Körpers vorausgesetzt wird und ω sammt i als Functionen der Zeit und Coordinaten betrachtet werden.

8. Die Beobachtungen der Schwingungsdauer alternirender Ströme können mit Erfolg auf die Bestimmungen der Dielektricitätscoëfficienten für verschiedene Isolatoren angewandt werden; solche Bestimmungen waren noch nicht, so viel es mir bekannt ist, bei einer so kurzen Ladungsdauer, wie sie bei elektrischen Schwingungen vorkommt, gemacht und doch ist es nicht von geringer Wichtigkeit zu ermitteln, wie die dielektrische Polarisation in so kleinen Zeiträumen zu Stande kommt.

Zu diesen Versuchen wurde ein Condensator nach Kohlrausch gebraucht; möglichst planparallele Platten von verschiedenen isolirenden Substanzen wurden zwischen die Condensatorplatten gestellt; für jeden Fall wurde dreimal die Schwingungsdauer bestimmt: 1) für die Rolle ohne Condensator, 2) für die Rolle mit Condensator und einem Isolator zwischen dessen Platten, 3) für die Rolle mit Condensator, wenn der Isolater weggenommen war, die Condensatorplatte aber in derselben Stellung wie in 2) verblieben. Waren T_0, T und T' diese drei Werthe der Schwingungsdauer, so ergab sich daraus das Verhältnifs der Capacität des Condensators mit dem Isolator zu der ohne demselben gleich

$$\frac{T^2 - T^2_0}{T'^2 - T^2_0} = D.$$

Dieses Verhältnifs wird gewöhnlich als die Dielektricitätsconstante oder der Dielektricitätscoëfficient bezeichnet.

Folgende Tabellen stellen solche Bestimmungen für einige Isolatoren dar.

Hartgummi.

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
33,9	52,5	43,2	2,24	
—	51,9	43,1	2,18	Mittel
—	51,6	42,9	2,19	= 0000652 Sec.
—	52,0	43,0	2,22	
		Mittel	2,21	

Reines Kautschuk (braun).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	50,4	42,5	2,13	
—	50,3	42,3	2,17	Mittel
—	50,3	42,5	2,11	= 0,0000630 Sec.
—	50,2	42,6	2,07	
		Mittel	2,12	

Vulcanisirtes Kautsckuk (grau).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	56,3	43,6	2,70	
—	56,2	43,7	2,66	Mittel
—	56,3	43,5	2,74	= 0,0000706 Sec.
—	56,3	43,7	2,67	
		Mittel	2,69	

Paraffin (schnell abgekühlt, fast durchsichtig).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	45,2	41,2	1,64	
—	45,4	41,1	1,70	Mittel
—	45,3	41,1	1,68	= 0,0000568 Sec.
—	45,3	41,0	1,71	
		Mittel	1,68	

Paraffin (langsam abgekühlt, milchweifs).

Rolle No. 3, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
53,3	68,4	62,1	1,81	Mittel
—	68,6	62,2	1,81	$= 0{,}0000858$
		Mittel	1,81	

Paraffin (andere langsam abgekühlte Platte).

Rolle No. 1, T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	46,2	40,4	1,89	
—	46,3	40,5	1,88	Mittel
—	46,4	40,5	1,90	$= 0{,}0000580$ Sec.
No. 3 53,3	71,6	63,6	1,90	
—	71,5	63,7	1,87	$= 0{,}0000898$ Sec.
		Mittel	1,89	

Halbweifses Glas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
34,0	60,0	44,5	2,96	Mittel $= 0{,}0000752$ Sec.

Ein anderes Stück von derselben Sorte.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
32,7	66,8	44,7	3,66	Mittel $= 0{,}0000838$ Sec.

Weifses Spiegelglas.

T_0	T	T'	D	Ladungsdauer $= T \cdot \tau$
				Mittel
32,7	68,5	41,2	5,78	$= 0{,}0000859$ Sec.
53,3	102,2	64,3	5,88	$= 0{,}0001281$ Sec.

9. Für dieselben Bestimmungen wurde darauf die Siemens'sche Methode [1]) benutzt. Der Condensator wurde mittelst einer Batterie von 5 bis 50 Daniells geladen und in jeder Secunde 20 bis 25 Mal mittelst einer von Siemens und Halske construirten Commutators durch ein sehr empfindliches Galvanometer entladen. Die Ablenkungen des Galvanometers gaben die Gröfsen der Ladungen des Condensators, wenn zwischen den Platten desselben Luft oder Isolatoren sich befanden; sie wurden nach der Multiplicationsmethode aus je 7 oder 12 nach einander folgenden Elongationen berechnet. Aus den Ablenkungen wurden nach bekannten Regeln die betreffenden Dielektricitätscoëfficienten berechnet. Das Galvanometer gab kleine Ausschläge auch in dem Fall, wenn der Condensator weggenommen war und zwar verschieden je nach der Anzahl der ladenden Elemente. Diese kleinen Correctionen, welche von der Ladung der Verbindungsdrähte und hinteren Oberflächen der Condensatorplatten herrührten, mufsten bei der Rechnung auch in Betracht genommen werden. Dagegen brachte, wie sich bei den Versuchen ergab, die Stärke der Ladung in den Gränzen der Genauigkeit der Beobachtungen keine Aenderung der Dielektricitätscoëfficienten hervor. Folgende Tabelle giebt die Dielektricitätscoëfficienten, welche ich aus diesen Messungen erhielt.

für	Hartgummi	2,76
„	Reines Kautschuk	2,34
„	Vulcanisirtes Kautschuk	2,94
„	Paraffin (durchsichtig)	1,92
„	Paraffin (milchweifs)	2,47
„	Kalkweifses Glas	4,12
„	Weifses Spiegelglas	6,34.

Für die Ladungsdauer kann man dabei etwa die Zeit einer halben Umdrehung des Commutators annehmen, also von $\frac{1}{40}$ bis $\frac{1}{50}$ Secunde. Vergleicht man die Resultate der beiden letzten §§., so kommt man zum Schlufs, dafs bei

1) Pogg. Ann. Bd. CII, S. 66.

der *kleineren* Ladungsdauer die Dielektricitätscoëfficienten auch *kleiner* werden.

10. Nach der von Maxwell[1]) vorgeschlagenen elektromagnetischen Theorie des Lichts soll eine Beziehung zwischen den Dielektricitäts- und Brechungscoëfficienten existiren und zwar sollen die ersteren den Quadraten der letzteren gleich seyn. Deshalb fand ich es für zweckmäfsig, einige Bestimmungen der Brechungscoëfficienten für Isolatoren anzustellen. Zu diesem Zweck benutzte ich die Beobachtungen des Gränzwinkels der Totalreflexion und zwar in folgender Weise. Ein gleichwinkliges Flintglasprisma war auf ein um die vertikale Axe drehbares Stativ gestellt, so dafs seine Kanten vertikal zu stehen kamen. Das Stativ war mit einem getheilten Kreise versehen, an welchem man die Drehungswinkel ablesen konnte. An einer der Oberflächen des Prismas waren Flecke aus verschiedenen isolirenden Substanzen gemacht, indem dieselben in geschmolzenem Zustande an das Prisma angeklebt wurden; die am Glase liegenden Oberflächen der Flecke wurden in der Entfernung von etwa $\frac{3}{4}$ Meter durch ein Fernrohr beobachtet und das Stativ mit dem Prisma so lange gedreht, bis dieselben verschwanden und zu glänzen anfingen, wie die übrige unbedeckte Oberfläche des Glases.

Aus den betreffenden Winkelablesungeu wurden die Brechungscoëfficienten berechnet. Die Flecke waren aber nicht genug durchsichtig, um die farbige Gränze zwischen dem gebrochenen und dem total reflectirten Licht beobachten zu können; die Beobachtungen beziehen sich also auf die Mittelwerthe des Brechungscoëfficienten. Bei den Paraffinflecken wurde bemerkt, dafs nicht die ganze Oberfläche derselben an der Gränze der Totalreflexion gleichzeitig zu glänzen anfing, sondern es erschienen zuerst zwei runde glänzende Stellen in der Mitte des Fleckes und dann erst wurde bei der weiteren Fortdrehung des Prismas die übrige Oberfläche glänzend. Daraus ergaben sich zwei Gränzwerthe des Brechungscoëfficienten für Paraffin. Diese

1) Maxwell: *A Treatise on Electricity and Magnetism. Vol. II, p.* 386.

Erscheinungen, welche übrigens auf die Doppelbrechung des Paraffins deuten, zeigten, dafs die Abkühlung der Flecke ziemlich langsam vor sich ging, so dafs dabei Krystalle sich ausbilden konnten; der daraus bestimmte Brechungscoëfficient mufs also mit dem Dielektricitätscoëfficienten für langsam abgekühltes Paraffin verglichen werden.

Auf diesem Wege wurden folgende Brechungsceëfficienten gefunden.

Brechungscoëfficient		dessen Quadrat		Dielektricitätscoëff.	
Paraffin	1,53		2,34	1,89	2,47
	1,48		2,19	1,81	1,92
Reines Kautschuk	1,50		2,25	2,12	2,34
Colophonium	1,54		2,37	—	
Stearin	1,53		2,37	—	
Schwefel	2,09		4,27	—	

Bei den Versuchen mit Schwefel wurde statt des Glasprismas ein Prisma aus Faraday'schem Glase gebraucht; im Uebrigen blieb das Verfahren dasselbe.

11. Die Beobachtungen der Dämpfungen der elektrischen Schwingungen können auf Bestimmungen der Leitungsfähigkeit schwachleitender Körper angewandt werden. Im §. 1 ist schon beschrieben, wie solche Bestimmungen für eine Anzahl Reagirgläschen und Rollen gemacht waren, In mehreren Fällen ist aber vielleicht folgendes Verfahren vorzuziehen, das ich für Widerstandsbestimmungen einiger Glasplatten gebraucht habe und wobei keine besondere Bestimmungen der Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten der Rolle nöthig sind.

Eine Spiegelglasplatte wurde zwischen die Condensatorplatten gelegt und die letzteren mit einer Inductionsrolle verbunden; dann wurde die Schwingungsdauer und die Dämpfung der elektrischen Schwingungen für diesen Fall beobachtet. Es ist dabei nach der Formel (3 *c*)

$$\frac{\lambda}{T} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha + \alpha'}{c + C}\right),$$

wo α und c resp. die Leitungsfähigkert und die Capacität der Rolle, α' und C dieselben Gröfsen für den Condensator bezeichnen.

Darauf wurde die Glasplatte vom Condensator entfernt und die Scheiben der letzteren so lange gegeneinander geschoben, bis die Schwingungsdauer dieselbe wurde, wie früher bei Anwesenheit der Glasplatte; die dabei beobachtete Dämpfung mufste eine andere seyn und zwar hatte man

$$\frac{\lambda'}{T} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{w}{p} + \frac{\alpha'}{c+C}\right).$$

Aus den beiden Beobachtungen folgt nun

$$\frac{\lambda - \lambda'}{T} = \tfrac{1}{2}\,\frac{\alpha'}{c-C}.$$

Als Beispiel führe ich hier drei Beobachtungen mit einer Spiegelplatte an. Es waren für solche Platten in verschiedenen Zeiten folgende Werthe der Schwingungsdauer und Dämpfung beobachtet:

T:	102,5	101,8	102,3
λ:	0,0360	0,0364	0,0371.

Die Condensatorscheiben waren jedesmal nach dem Wegnehmen der Glasplatte so lange gegen einander genähert, bis resp. folgende Gröfsen der Schwingungsdauer erreicht waren:

T':	102,6,	101,5,	101,0.

Die Dämpfungen waren dabei:

x':	0,0322,	0,0325,	0,0326.

Es wird keinen erheblichen Einfluſs auf die Rechnung machen, wenn wir in derselben die mittleren Werthe von T und T' einführen; da weiter λ' sich nur sehr wenig für die kleinen Unterschiede der Schwingungsdauer ändert, so dürfen wir den Mittelwerth davon 0,0324 auch für die Schwingungsdauer 102,2 als gültig betrachten. Die aus diesen Zahlen berechneten Werthe von $2\frac{\lambda - \lambda'}{T}$ müssen noch mit $\tau \lg \mathrm{Br}\, e$ multiplicirt werden, wie im §. 6 bemerkt ist.

Auf diese Weise erhält man folgende Werthe von $\frac{\alpha}{c+C}$ für alle drei Fälle:

$$129{,}4, \qquad 143{,}7 \qquad 169{,}0.$$

Um daraus α zu berechnen, muſs man $c+C$ im absoluten Maaſse ausdrücken. Die Capacität C des Condensators mit der Glasplatte kann unmittelbar aus dessen Dimensionen berechnet werden; es war nämlich das Diameter der Scheiben gleich 149 Millim., die Dicke der Platte 2,07 Millim., der Dielektricitätscoëfficient des Glases 5,88; daraus ergiebt sich in elektrostatischen Maaſseinheiten

$$C = 3{,}940 \text{ Meter.}$$

Erinnert man sich weiter, daſs die Schwingungsdauer der Rolle No. 3 ohne Condensator 5,33 Schraubentheile war, so ergiebt sich

$$c = \frac{(53{,}3)^2}{(102{,}2)^2 - (53{,}5)^2}\, C = 1{,}442 \text{ Meter}$$

und

$$C + c = 5{,}382 \text{ Meter.}$$

Daraus erhält man folgende Werthe für α in elektrostatischen Einheiten:

$$966{,}5, \qquad 773{,}9, \qquad 909{,}3 \quad \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}.$$

Multiplicirt man $\frac{1}{\alpha}$ mit $(28{,}5 \times 10^7)^2$ [1]) und erinnert sich, daſs $\text{Ohm} = 10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ ist, so erhält man für den Widerstand der Platte folgende Gröſsen in elektromagnetischen Einheiten:

$$1{,}16 \times 10^7, \qquad 1{,}05 \times 10^7 \qquad 0{,}89 \times 10^7 \text{ Ohm}$$

und für ein Cubikmeter Glas:

$$\text{Widerstand} = 9{,}82 \times 10^7, \quad 8{,}84 \times 10^7 \quad 7{,}52 \times 10^7 \text{ Ohm.}$$

Diese Resultate dürfen aber keineswegs als genaue Maaſsbestimmungen betrachtet werden und werden hier nur erwähnt, um einen Begriff von der betreffenden Methode zu geben Es war nämlich die Einstellung der Condensatorplatten keineswegs sicher und genau, so daſs die Capacität derselben nur sehr annähernd berechnet werden

1) Maxwell, l. c. Bd. II, S. 373.

konnte; aufserdem müfsten die Platten noch gröfser seyn, um die Methode empfindlicher zu machen. Es ist auch wahrscheinlich, dafs bei den eben besprochenen Versuchen die elektrische Leitung nicht nur durch die Platten geschah, sondern auch an deren Oberflächen, welche aufserhalb der Condensatorscheiben sich befanden.

Für die Platten aus Kautschuck und Paraffin waren folgende Dämpfungen erhalten:

Paraffin	0,0447	0,0445	0,0447
Reines Kautschuck	0,0406	0,0404	0,0407

und resp. für Luft bei derselben Schwingungsdauer

0,0445,	0,0448
0,0404,	0,0403.

Wenn also dabei eine Leitung stattfinden sollte, so reichte die Methode nicht dazu, um dieselbe wahrzunehmen.

12. Ich versuchte auch zu ermitteln, ob eine isolirende Substanz, die sich neben der Inductionsrolle befindet, einen Einfluſs auf die elektrischen Schwingungen in der letzteren hat. Die Voraussetzung über die Möglichkeit eines solchen Einflusses war schon von Helmholtz in der im §. 1 erwähnten Abhandlung ausgesprochen. Zu diesem Zwecke war die primäre Rolle mit einem Cylinder aus Schwefel umgeben und ein massiver Schwefelcylinder in die nebengestellte secundäre Rolle eingeschoben. Die beiden Rollen waren auf 11 Millim. von einander entfernt und standen so, dafs ihre Axen zusammenfielen. Der Raum zwischen den Rollen war auch mit Schwefel gefüllt. Die Gröfsen der elektrischen Schwingungen ohne und mit Schwefel wurden mehrmals mit einander verglichen und dabei kein Unterschied bemerkt in den Gränzen der möglichen Genauigkeit, d. h. bis auf $\frac{1}{20}$ einer Schraubentheilung des Unterbrechers. Die beobachteten Gröfsen der Schwingungsdauer gingen von 34,0 bis 220,0 Schraubentheilungen und folglich war die Genauigkeit von 0,14 Proc. bis 0,023 Proc. der beobachteten Werthe.

Ebenso konnte nicht die von Blaserna[1]) bemerkte Verspätung inducirter Ströme in Gegenwart verschiedener Isolatoren wahrgenommen werden, bei einer Genauigkeit bis auf eine halbe Schraubentheilung. Der Abstand der Rollen war dabei 11 Millim.; die von Blaserna gegebene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkung in Schwefel ist 52 Meter in einer Secunde; folglich müfste für den oben erwähnten Abstand die Verspätung des Anfangs des Stromes etwa 0,0002115 Sec. seyn, d. h. 168,7 Schraubentheilungen des Apparats und somit mit der von mir benutzten Methode und bei der angeführten Genauigkeit bemerkt worden seyn.

Uebrigens könnten vielleicht die von Blaserna beobachteten Erscheinungen dadurch erklärt werden, dafs bei seinen Versuchen die Anwesenheit des Isolators die elektrostatische Ladung der Rollen sich änderte und dafs möglicherweise dadurch die Intensität des Stromes im ersten Moment seiner Entstehung verkleinert wurde.

13. Die in diesem Aufsatz beschriebenen Versuche lassen also zu den folgenden Schlüssen kommen.

a) Die Helmholzt'sche Methode giebt ein scharfes Mittel zur experimentellen Prüfung der theoretischen Gesetze der elektrischen Schwingungen und führt zu mannigfaltigsten Maafsbestimmungen in diesem Gebiete.

b) Die Schwingungsdauer oscillirender Ströme wächst proportional der Quadratwurzel aus dem Potential des Stromes auf sich selbst und der sämmtlichen Capacität der Rolle und des eingeschalteten Condensators.

c) Die Leitungsfähigkeit der oscillirenden Schichten einer Rolle hat einen erheblichen Einfluſs auf die Dämpfung der elektrischen Schwingungen in derselben. Die Dämpfung folgt übrigens dem in der Formel (3*c*) ausgesprochenen Gesetze.

d) Die Bestimmung der Schwingungsdauer oscillirender Ströme führt zur Vergleichung der Capacität der Conden-

1) *Blaserna, Sullo sviluppo e la durata delle correnti d'induzione, Palermo.* 1870.

satoren mit einander und der Potentiale der Rollen auf sich selbst.

e) Dieselben Bestimmungen geben die Möglichkeit, Dielektricitätsconstanten bei sehr kurzer Ladungsdauer zu messen. Aus solchen Messungen ergiebt es sich, dafs die Dielektricitätsconstanten bei kleinerer Ladungsdauer, kleiner werden.

f) Die Bestimmung der Dämpfung oscillirender Strömegiebt die Möglichkeit, die Leitungsfähigkeit schwach lei tender Körper zu messen.

Berlin, Ostern 1874.

III. *Ueber die Reflexion des Lichts an der Oberfläche isotroper Körper;* *von G. Lundquist.*

(Schlufs von S. 412.)

III. Reflexion des Lichts an unvollkommen durchsichtigen und nicht metallischen Körpern.

Nach der Entdeckung des Hrn. Airy, dafs die Reflexion des Lichts am Diamant elliptische Polarisation erzeugt, haben zwei englische Physiker, Powell[1]) und Dale[2]) sich auf das experimentelle Studium des Phänomens dieser Art gelegt. Ihre Untersuchungen bestätigten für eine grofse Anzahl mehr oder weniger opaker Substanzen das Daseyn der elliptischen Polarisation in dem reflectirten Strahl. Die meisten dieser Körper enthielten freilich eine mehr oder weniger grofse Quantität von Metall, dem man ihre Eigenschaft, das Licht elliptisch zu polarisiren, zuschreiben

1) *Philosoph. Transact.* 1843, *p.* 35; 1845, *p.* 260 — 18*th Report of Brit. Assoc.* 1843.

2) 16*th Report of Brit. Assoc.* 1846.

konnte; allein dieses Phänomen zeigte sich auch bei Substanzen, die kein Metall enthielten, wie Tusche und Indigo.

Seitdem hat Hr. Jamin erkannt, dafs alle Körper, unvollkommen, wie vollkommen durchsichtige, durch Reflexion die geradlinige Polarisation in elliptische verwandeln, hat auch gezeigt, dafs die von Cauchy für vollkommen durchsichtige Körper aufgestellten Formeln ebenso gut für die Reflexion an wenig durchsichtigen gültig sind. Es ist jedoch zu bemerken, dafs keine der von Hrn. Jamin untersuchten Substanzen zu denen gehört, welche das Phänomen der *Oberflächenfärbung* zeigen.

Diese merkwürdige Eigenschaft, welche sich bei einer grofsen Anzahl Körper findet, ist vorzugsweise von Haidinger[1]) und von Hrn. Stokes[2]) untersucht worden. Aus ihren Untersuchungen geht hervor, dafs sie zugleich die Eigenschaften der durchsichtigen Körper und die der Metalle besitzen, insofern nämlich, als sie sich gegen die Strahlen gewisser Farben wie metallische Substanzen verhalten, indem sie ihnen eine sehr elliptische Polarisation mittheilen und gegen die Strahlen anderer Farben wie durchsichtige Körper.

Für zwei zu dieser Gruppe gehörigen Körper, Indigo und Eisenglanz, hat Hr. Van der Willigen für verschiedene Theile des Spectrums die Constanten bestimmt, welche die Reflexion charakterisiren[3]) und hat gefunden, dafs der Hauptwerth des Einfallswinkels abnimmt mit der Wellenlänge für die Farben, denen gegenüber die Substanzen ein starkes Reflexionsvermögen zeigen d. h. sich wie die Metalle verhalten, dafs aber dieser Werth für die übrigen Farben constant bleibt oder mit der Wellenlänge wächst. Diese experimentellen Gesetze wurden in noch ausgesprochener Weise bestätigt durch die Untersuchungen des Hrn. E. Wiedemann über die elliptische Polarisation bei der

1) Wien. Sitzungsber. 1852, VIII, S. 97, wo die meisten seiner Resultate auseinandergesetzt sind. — (Auch d. Ann. 1850, Bd. LXXX. S. 553).
2) *Phil. Mag.* 1853. (4), *VI, p.* 393. — (Auch d. Ann. 1853, Bd. XCI).
3) Pogg. Ann. 1862, Bd. CXVII, S. 464.

Reflexion an Anilinroth (Fuchsin) und Anilinviolett[1]). Unter einer grofsen Anzahl von Incidenzen hat er Messungen ausgeführt über die Richtung der Axen der Ellipse in dem reflectirten Strahl und über das Verhältnifs dieser Gröfsen, hat aber nicht die theoretischen Formeln mit den Resultaten der Erfahrung verglichen. Ein solcher Vergleich mufs aber viel Interesse besitzen. Zwar ist im Voraus zu vermuthen, dafs die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln auch in genügender Weise gültig bleiben für die Beobachtungen, die an Substanzen mit Oberflächenfarben gemacht sind, sobald es sich um Farben handelt, denen gegenüber diese Substanzen sich wie Metalle verhalten; allein man darf nicht erwarten, eine solche Uebereinstimmung bei den übrigen Farben zu finden. Es ist wenigstens sehr leicht zu zeigen, dafs bei der Reflexion an gewissen opaken Körpern Phänomene auftreten, von denen diese Formeln keine Rechenschaft geben.

In der That weifs man, dafs wenn ein Strahl durch eine der Seitenflächen in ein Prisma eintritt und dann unter hinreichend grofser Incidenz auf die Hypothenusenfläche fällt, die Gesammtheit des Lichtes reflectirt wird. Dieſs Phänomen findet noch statt, wenn man die reflectirende Fläche mit Schichten gewisser opaker Substanzen bekleidet, und Wollaston hat, von dieser Eigenschaft ausgehend, den Brechungsindex dieser Substanzen zu bestimmen gesucht. Gesetzt nun, um die Ideen zu fixiren, die Schwingungen des einfallenden Strahls seyen winkelrecht zur Einfallsebene. Dann hat man zur Berechnung der Intensität des reflectirten Strahls den Ausdruck (55)

$$J_1^2 \frac{-(u+u')^2+U'^2}{(u+u')^2+U'^2},$$

welcher sich nur auf die Einheit reduciren läfst, wie es die totale Reflexion erfordert wenn man $u'=0$ setzt. Nun mufs man, um die Cauchy'schen Formeln herzuleiten, voraussetzen, wie wir es gezeigt haben, dafs die Charak-

1) Berichte d. Sächs. Gesellsch. 1872. — (Diese Ann. Bd. 151, S. 1.)

teristische $k' + iK'$ des opaken Mittels, gegeben durch die Formel (57)

$$(k' + iK')^2 = (u' + iU')^2 + v^2$$

eine complexe constante Gröfse ist. Allein allemal wenn die totale Reflexion statt hat, zieht man aus dieser Relation

entweder $k' = 0$ oder vielmehr $K' = 0$.

Man sieht also, dafs wenigstens für die Substanzen, welche diefs Phänomen darbieten, die Charakteristische keine constante Gröfse ist und folglich sind hier die Cauchy'schen Formeln nicht anwendbar.

Um genauer zu erfahren, welche Ursachen die elliptische Polarisation des reflectirten Strahls bedingen, und besonders um zu ermitteln, bis wie weit die theoretischen Formeln von der Erfahrung bestätigt werden, begann ich vor zwei Jahren einige Untersuchungen über die Reflexion an der Oberfläche verschiedener opaker Substanzen, besonders des Fuchsins, da Hrn. Christiansen's merkwürdige Entdeckung der anomalen Dispersion meine Aufmerksamkeit auf die optischen Eigenschaften dieser Substanz hingelenkt hatte. Ich untersuchte es in fester Form, abgelagert auf die Hypothenusenfläche eines Glasprismas, so dafs die Reflexion an der gemeinschaftlichen Fläche beider Körper stattfand. Die ersten Prismen, die ich anwandte, obwohl sehr gut zu anderen Zwecken, liefsen jedoch für Versuche dieser Art viel zu wünschen übrig, und es war erst im letzten Sommer, nachdem ich mir zwei neue, zu diesem Zweck von den HH. Steinheil construirte Prismen verschafft hatte, dafs ich hinreichend genaue Resultate erhielt, die ich hier aufführen werde.

A. Messung des Verhältnisses der Amplituden und der Phasendifferenz.

Das zu diesen Versuchen angewandte Instrument ist von gleicher Construction wie dasjenige, dessen sich Hr. Jamin bei seinen Untersuchungen über die durchsichtigen Körper bediente, und daher wird es nicht nöthig seyn, hier

eine vollständige Beschreibung desselben zu geben; einige Details werden hinreichen.

Da die beiden zum Instrument gehörenden Nicol'schen Prismen eine zu grofse Ablenkung des durchgelassenen Strahls bewirkten, so wurden sie ersetzt durch zwei andere von vollkommnerer Construction. Bei dem neuen Polarisator, dessen Länge 62 Mm. beträgt, stieg nämlich die Ablenkung höchstens auf 3 Minuten und bei dem Zerleger, der eine Länge von 49 Mm. mifst, ist sie fast unmerklich. Der angewandte Compensator hat den Mangel, dafs sich die centrale Franse ein wenig verschiebt, wenn man das Azimuth des auf diesen Apparat einfallenden polarisirten Strahls verändert. Für gleiche Werthe und entgegengesetzte Zeichen dieses Azimuths bietet indefs auch diese Verschiebung gleiche Werthe und entgegengesetzte Zeichen dar, so dafs man den aus dieser Verschiebung entsprechenden Fehler aus den Mitteln verschwinden lassen kann.

Offenbar ist es bei diesen Untersuchungen nothwendig, die Reflexion der verschiedenen Farben einzeln zu studiren. Zu dem Ende versuchte ich anfangs ein Verfahren, das mir von Hrn. Ångström vorgeschlagen war. Man läfst auf die reflectirende Fläche weifses und planpolarisirtes Licht fallen und fängt den reflectirten Strahl, nachdem er durch den Compensator und das Nicol-Ocular gegangen ist, mit einem Spectroskop von gerader Durchsicht (*à vision directe*) auf. Die geradlinige Polarisation der verschiedenen Farben wird wieder hergestellt durch die seitlichen Theile des beweglichen Prisma des Condensators. Obgleich die vorläufigen Versuche im Allgemeinen ziemlich gut gelangen, so wurde ich doch genöthigt diese Methode zu verlassen, weil mein Instrument zu biegsam war, um das Gewicht des Spectroskops, selbst des leichtesten, das mir zu Gebote stand, ohne Nachtheil zu tragen.

Diese Methode ähnelt derjenigen, deren sich Hr. E. Wiedemann bei seinen Untersuchungen über diesen Ge-

genstand bediente. Sie weicht besonders darin von ihr ab, dafs bei seinem Apparat das reflectirte Bündel auf den Zustand geradliniger Polarisation zurückgeführt wird mittelst einer Glimmerplatte von einer Viertelwelle.

Die Versuche, deren Resultate ich nun auseinander setzen werde, sind angestellt mit Hülfe eines Verfahrens, welches von Hrn. Jamin bei seinen Untersuchngen über die Farben der Metalle und von Hrn. Van der Willigen angewandt worden ist. Ein sehr dünnes Bündel Sonnenlicht wird von einem Heliostat in horizontaler und fester Richtung zurückgesandt und nun aufgefangen erst von einer achromatischen Linse und dann von einem ins Ablenkungsminimum gestellten Flintglas, wodurch man ein reines Spectrum, in welchem man eine beträchtliche Anzahl Linien sieht, erhält. Dieſs Prisma ist verschiebbar auf einem Lineal in der Richtung des einfallenden Strahls, so dafs man successive alle einfachen Strahlen auf den Polarisator fallen lassen kann. Nachdem es durch diesen Nicol gegangen, wird das einfallende Bündel vor seiner Reflexion aufgefangen in einem Spectroskop, wo die Welle mit hinreichender Genauigkeit bestimmt wird. Die Analyse der reflectirten Strahlen geschieht auf bekannte Weise mittelst des Compensators und des Nicol-Oculars.

Um die absoluten Werthe der Azimuthe des einfallenden und des reflectirenden Strahls zu erhalten, mufs man die Nullpunkte der Azimuthalkreise bestimmen. Ich habe mich dazu eines von Hrn. Kurz[1]) angegebenen Verfahrens bedient. Man läfst das vom ersten Nicol polarisirte Licht unter constanter Incidenz auf die polirte Oberfläche einer Platte von Kronglas fallen und beobachtet die Azimuthe des reflectirten Strahls für die verschiedenen Azimuthe des einfallenden Strahls.

Die beiden Messingröhren, in welche die Nicols eingelassen sind, tragen, um die Incidenzen zu schätzen, an ihren beiden Enden Fadenkreuze. Eine Kupferplatte, die in der Mitte einen lothrechten Schlitz von zweckmäfsiger

2) Pogg. Ann. Bd. CVIII, S. 586.

Breite hat, befindet sich vor dem Compensator, um das Auge vor überflüssigem Licht zu schützen. Endlich ist zu bemerken, dafs ich, da ich kurzsichtig bin, keine Linse nöthig hatte, um die vom Compensator erzeugten Fransen deutlich zu sehen.

Im Centrum des grofsen Kreises, der bei diesen Untersuchungen stets horizontal bleibt, ist ein kleines Lineal angebracht, das sich um die Axe des Instruments drehen läfst. Eine auf diesem Lineale verschiebbare Platte trägt ein Scheibchen mit Stellschrauben, auf welches die zu untersuchende Substanz gelegt wird. Diese Vorrichtung erlaubt, die reflectirende Fläche vertikal zu stellen und überdiefs dem Centrum des Kreises näher oder ferner zu bringen.

Die durch diese Versuche studirte Substanz war, wie schon gesagt, das *Fuchsin*. Es bekleidete die Hypothenusenfläche eines Kronglasprisma von $27^{mm},5$ Höhe, welches zum Hauptschnitt ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck von einer $38^{mm},5$ langen Basis hatte. Folgende Tafel giebt die Brechungsindexe der hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien.

Linien	Brechungsindex
B	1,5117
C	1,5127
D	1,5154
E	1,5188
F	1,5218
G	1,5273
H'	1,5322.

In diesem Prisma zeigten sich auch die Phänomene der gekühlten Gläser, doch nur in einem verhältnifsmäfsig geringen Grade. Damit der Einfluſs dieses Fehlers nicht merklich sey, wurden die Messungen der Phasendifferenz nicht auf Incidenzen über 62^0 ausgedehnt.

Das Fuchsin bestand hauptsächlich aus essigsaurem Rosanilin, gemengt mit einer gewissen Quantität arsenigsauren Rosanilins. Die Lösung dieser Substanz in Weingeist wurde filtrirt und darauf abgedampft, bis sie einen

Metallglanz reflectirte; dann liefs man sie erkalten. Hierauf goſs man eine kleine Menge derselben auf die Hypothenusenfläche eines wohl gereinigten Prisma, auf welche zarte Streifen von Paraffin gezogen waren, um die so erhaltene dünne Schicht zu begränzen, die man nun vollständig eintrocknen liefs. Sie ist nur für rothes Licht von grofser Intensität durchdringlich. Wenn derselbe Proceſs ein oder zwei Mal wiederholt wird, bekommt man eine vollkommen opake Schicht. Man muſs sie nicht sogleich anwenden, weil die Reflexionsconstanten anfangs ziemlich beträchtlichen Veränderungen ausgesetzt sind. Um diesen Veränderungen während der Beobachtungen möglichst zuvorzukommen, habe ich, vor Beginn derselben, das Fuchsin mit einer Schicht Asphaltfirniſs überzogen. Ich habe auch Versuche mit reinerem essigsaurem Rosanilin angestellt, allein die Oberflächen nehmen bald ein krystallinisches Ansehen an und dann kann man sie nicht mehr gebrauchen.

Um für eine gegebene Incidenz α die Lage der Alhidade, welche den Zerleger trägt, rasch zu erhalten, habe ich mittelst der Formel

$$\beta = 45^0 + \text{Arc sin}[\mu \sin(\alpha - \sin 45^0)]$$

eine Tafel berechnet, welche für successive Incidenzen die Werthe des Winkels 2β giebt, den der ausfahrende Strahl des Prismas, auf welchem das Fuchsin ausgebreitet ist, mit dem auf dasselbe Prisma einfallenden Strahl macht. Sey φ_1 die Ablesung auf dem horizontalen Kreis am Nonius des Zerlegers, wenn der unter irgend einer Incidenz reflectirte Strahl durch ihn geht und φ_0 diese Ablesung, wenn das einfallende Licht direct vom Zerleger aufgefangen wird, ohne sich zu reflectiren. Alsdann berechnet sich φ_1 für eine gegebene Incidenz durch die Formel

$$\varphi_1 = \varphi_0 \pm (2\beta - 180^0),$$

wo man das Zeichen + oder — zu nehmen hat, je nachdem der einfallende Strahl vermöge der Reflexion rechts oder links abweicht.

Die Beobachtungen wurden ausgeführt an den Fraunhofer'schen Linien *B*, *C*, *D*, *E*, *F* und aufserdem an zwei

anderen, einer im Indigo und einer im Violett liegenden, bezeichnet weiterhin mit *I* und *V*.

Die Resultate der Versuche sind in folgenden Tafeln angegeben, worin bezeichnet

- α den Einfallswinkel,
- A den Hauptwerth von α
- ϑ das Azimuth des einfallenden Strahls,
- ϑ_1 das Azimuth des reflectirten Strahls, nach wiederhergestellter Polarisation,
- θ den Werth, den ϑ_1 annahm, als ϑ gleich 45° war,
- Θ den Hauptwerth von θ,
- n die Zahl, welche die Lage des Mikrometers des Compensators angiebt, wenn man als Ausgangspunkt die Lage nimmt, worin der Compensator keine Phasendifferenz bewirkt,
- N den Werth von n für eine Phasendifferenz von einer Viertelwelle,
- d die durch die Reflexion hervorgebrachte Phasendifferenz zwischen den beiden Componenten der reflectirten Vibration, dabei die Länge einer Viertelwelle als Einheit genommen.

Die beobachteten Werthe von ϑ_1 und n sind entweder in den zweiten und vierten oder in den dritten und fünften Columnen angegeben, je nachdem der einfallende Strahl durch Wirkung der Reflexion rechts oder links abwich.

Die darin gegebenen Zahlen sind übrigens unter den meisten Incidenzen die Mittel der Bestimmungen, die zweien und entgegengesetzten gleichen Werthen von ϑ entsprechen. Bemerken wir aufserdem, dafs die Versuche so angeordnet waren, dafs die Endmittel von ϑ_1 und n, welche nicht in den Tafeln gegeben sind, betrachtet werden können als geliefert von gleichzeitigen Beobachtungen für die verschiedenen Farben. Wohl verstanden hat man sich dieser letzten Mittel bedient, um die Werthe von α und θ zu bestimmen. Sind diese Werthe graphisch dargestellt, so werden die Gröfsen A und Θ durch eine sehr leichte Interpolation bestimmt.

In diesen Tafeln findet man die beobachteten Resultate den berechneten gegenüber gestellt. Für die Linien *D*, *E*, *F*, *I* sind sie aus den für die Metallreflexion aufgestellten Formeln (63), (68) und (69) abgeleitet, die Werthe von c und γ sind mittelst der Relationen (71) und (72) berechnet.

Für die Linie *C* ist die Rechnung mittelst der für durchsichtige Mittel aufgestellten Formeln (26) und (29) durchgeführt. Um die Genauigkeit zu erhöhen, sind die meisten Beobachtungen zur Herleitung der Werthe von μ und $\varkappa$ angewandt.

Die für die Linie *B* gegebenen Werthe sind mittelst der einen und der anderen Formelgruppe gegeben.

Tafel I.

Reflexion, in Kronglas, an Fuchsin.

Linie *B*.

$\vartheta = 75°$ $\lambda = 686{,}7$ $N = +8{,}92$

α	ϑ_1		n		θ					d				
	rechts	links	rechts	links	beob.	ber. (1)	Diff. (1)	ber. (2)	Diff. (2)	beob.	ber. (1)	Diff. (1)	ber. (2)	Diff. (2)
35°	58° 54′	59° 24′	0,16	0,18	24° 10′	24° 44′	−34′	24° 53′	−43′	−0,019	−0,013	−0,006	−0,009	−0,010
39	51 52	52 8	0,19	0,12	18 56	19 14	−18	19 18	−22	−0,017	−0,018	+0,001	−0,014	−0,003
44	36 14	37 26	0,20	0,11	11 21	11 31	−10	11 47	−26	−0,017	−0,032	+0,015	−0,027	+0,010
47	21 44	24 22	0,52	0,13	6 30	6 34	− 3	6 40	−10	−0,036	−0,056	+0,020	−0,053	+0,017
49	10 12	12 4	1,59	0,93	3 1	3 14	−13	3 20	−19	−0,141	−0,115	−0,026	−0,108	−0,033
50	4 42	4 6	4,30	2,85	1 11	1 36	−25	1 42	−31	−0,401	−0,236	−0,165	−0,211	−0,190
51	2 14	1 21	9,28		0 29	0 37	− 8	0 52	−23	−1,040	−1,218	+0,178	−1,148	+0,108
52	7 48	7 42	16,73	15,99	2 5	2 0	+ 5	1 46	+19	−1,834	−1,811	−0,020	−1,788	−0,046
53	13 28	13 25	17,32	17,07	3 40	3 39	+ 1	3 19	+21	−1,928	−1,900	−0,028	−1,890	−0,038
55	23 40	23 41	17,63	17,30	6 42	6 56	−14	6 38	+ 4	−1,958	−1,949	−0,009	−1,944	−0,014
58	37 47	36 50	17,81	17,62	11 32	11 45	−13	11 31	+ 1	−1,986	−1,971	−0,015	−1,967	−0,019
61	46 53	46 14	17,87	17,62	15 48	16 18	−30	16 5	−17	−1,989	−1,980	−0,009	−1,975	−0,014

$A = 50° 52'$ $\Theta = 0° 36'$ (1) $\mu = 1{,}230$ (2) $c = 1{,}233$ $\varkappa = 0{,}010$ $\gamma = 0° 43'$

Tafel II.

Linie *C*.

$\vartheta = 75°$ $\lambda = 656{,}2$ $N = +8{,}51$

a	ϑ_1		n		δ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0′	60° 6′	60° 10′	0,18	0,18	25° 1′	25° 23′	−22′	−0,021	−0,008	−0,013
39	53 0	52 58	0,16	0,19	19 34	20 5	−31	−0,021	−0,011	−0,010
44	38 24	38 50	0,23	0,24	12 5	12 35	−30	−0,027	−0,019	−0,008
47	26 28	25 56	0,35	0,20	7 31	7 46	−15	−0,032	−0,032	0,000
49	15 12	15 27	0,42	0,31	4 12	4 28	−16	−0,043	−0,055	+0,012
50	10 6	8 49	1,02	0,32	2 34	2 48	−14	−0,079	−0,087	+0,008
51	3 7	3 0	2,70	1,68	0 49	1 10	−21	−0,257	−0,214	−0,043
51 30	1 56	1 5			0 24	0 28	− 4		−0,604	
52	3 10	2 39	13,30	13,04	0 47	0 41	+ 6	−1,547	−1,623	+0,076
53	8 22	9 38	16,12	16,45	2 26	2 16	+10	−1,913	−1,893	−0,020
55	19 31	20 17	16,87	16,77	5 32	5 33	− 1	−1,977	−1,957	−0,020
58	33 42	34 12	16,98	16,87	10 14	10 21	− 7	−1,989	−1,978	−0,011
61	44 6	44 41	17,07	16,87	14 42	14 57	−15	−1,994	−1,986	−0,008

$A = 51° 30'$ $\Theta = 0° 24'$ $\mu = 1{,}264$ $\varkappa = 0{,}006$

Tafel III.

Linie *D*.

$\vartheta = 65°$ $\lambda = 589{,}2$ $N = -7{,}57$

α	ϑ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0′	48° 38′	48° 36′	— 0,47	— 0,50	27° 53′	28° 16′	—23′	0,064	0,079	—0,015
40	41 22	41 13	— 0,85	— 0,98	22 17	22 40	—23	0,121	0,125	—0,004
44	33 48	33 44	— 1,32	— 1,54	17 19	17 42	—25	0,189	0,188	+0,001
48	25 8	25 12	— 2,21	— 2,48	12 21	12 32	—11	0,310	0,305	+0,005
51	18 35	18 53	— 3,56	— 3,95	8 59	9 2	— 3	0,496	0,480	+0,016
53	14 46	15 30	— 5,10	— 5,37	7 11	7 17	— 6	0,692	0,684	+0,008
54	13 56	14 58	— 6,12	— 6,42	6 51	6 46	+ 5	0,829	0,821	+0,008
55	13 40	14 18	— 7,23	— 7,49	6 37	6 35	+ 2	0,973	0,970	+0,003
55 12	13 22	13 37	— 7,86	— 7,53	6 23	6 36	—13	0,990	0,996	—0,006
56	14 14	15 19	— 8,33	— 8,49	7 0	6 47	+13	1,111	1,120	—0,009
57	15 3	15 45	— 9,26	— 9,41	7 19	7 18	+ 1	1,233	1,255	—0,022
59	18 32	19 2	—10,81	—10,81	9 1	9 3	— 2	1,439	1,459	—0,020
61	22 49	23 52	—11,89	—12,00	11 22	11 20	+ 2	1,578	1,590	—0,012

$A = 55° 12'$ $\Theta = 6° 36'$ $c = 1{,}4221$ $\gamma = 8° 56'$

Tafel IV.

Linie *E*.

$\vartheta = 65°$ $\lambda = 526{,}9$ $N = -6{,}70$

α	ϑ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0′	46° 58′	47° 1′	−1,33	−1,43	26° 34′	26° 47′	−13′	0,206	0,225	−0,019
39	41 19	41 55	−2,12	−2,16	22 30	22 44	−14	0,319	0,325	−0,006
44	34 5	35 14	−3,47	−3,50	17 52	18 12	−20	0,520	0,522	−0,002
47	30 50	32 44	−4,56	−4,62	16 7	16 22	−15	0,685	0,688	−0,003
49	30 20	31 31	−5,51	−5,52	15 37	15 44	− 7	0,823	0,815	+0,008
50	29 49	31 16	−5,94	−5,96	15 23	15 37	−14	0,888	0,881	+0,007
51	30 20	31 54	−6,32	−6,40	15 43	15 39	+ 4	0,947	0,948	−0,001
51 34	30 25	32 7	−6,60	−6,64	15 49	15 44	+ 5	0,988	0,986	+0,002
52	30 35	32 3	−6,75	−6,79	15 50	15 50	0	1,011	1,014	−0,003
53	30 58	32 39	−7,25	−7,22	16 8	16 9	− 1	1,080	1,077	+0,003
55	33 7	34 2	−8,01	−7,98	17 12	17 7	+ 5	1,193	1,195	−0,002
58	36 36	36 46	−9,00	−8,89	19 9	19 13	− 4	1,335	1,341	−0,006
61	40 13	40 49	−9,80	−9,71	21 44	21 46	− 2	1,456	1,457	−0,001

$A = 51° 48′$ $\Theta = 15° 48′$ $c = 1{,}1784$ $\gamma = 19° 53′$

Tafel V.

Linie *F*.

$\vartheta = 65°$ $\lambda = 486{,}0$ $N = -6{,}13$

α	ϑ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0′	40° 42′	40° 46′	−2,18	−2,21	21° 53′	22° 10′	−17′	0,358	0,361	−0,003
39	35 40	35 56	−3,41	−3,52	18 35	18 39	− 4	0,566	0,558	+0,008
42	33 56	34 13	−4,49	−4,85	17 31	17 22	+ 9	0,762	0,750	+0,012
44	33 12	34 20	−5,41	−4,93	17 19	17 21	− 2	0,891	0,887	+0,004
45	33 39	34 42	−5,74	−5,88	17 34	17 36	− 2	0,948	0,953	−0,005
45 30	33 51	34 46	−5,98	−6,09	17 39	17 47	− 8	0,985	0,984	+0,001
46	34 42	35 24	−6,18	−6,25	18 7	18 0	+ 7	1,014	1,015	−0,001
47	35 27	36 20	−6,51	−6,67	18 39	18 33	+ 6	1,075	1,075	0,000
48	36 32	37 7	−6,87	−6,98	19 15	19 11	+ 4	1,130	1,129	+0,001
50	38 10	39 6	−7,42	−7,63	20 26	20 43	−17	1,228	1,225	+0,003
53	41 50	42 44	−8,21	−8,39	22 59	23 21	−22	1,354	1,340	+0,014
56	45 46	46 58	−8,74	−8,89	26 4	26 4	0	1,438	1,429	+0,009
60	48 24	50 25	−9,30	−9,46	28 33	29 29	−56	1,531	1,521	+0,010

$A = 45° 45'$ $\Theta = 17° 54'$ $c = 0{,}9249$ $\gamma = 18° 26'$

Tafel VI.

Linie *J*.

$\vartheta = 65°$ $\lambda = 447{,}5$ $N = -5{,}61$

α	ϑ_1		n		θ			d		
	rechts	links	rechts	links	beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
35° 0′	30° 32′	31° 26′	−1,65	−1,54	15° 39′	15° 34′	+0° 5′	0,284	0,252	+0,032
38	24 20	25 30	−2,69	−2,88	12 13	10 45	+1 28	0,496	0,459	+0,037
40	20 24	21 6	−4,25	−3,65	10 1	8 45	+1 16	0,704	0,712	−0,008
41	18 54	19 13	−5,03	−5,11	9 9	8 28	+0 41	0,912	0,866	+0,046
41 13	17 32	19 5	−5,25	−5,34	8 46	8 28	+0 18	0,944	0,903	+0,041
42	18 48	19 42	−5,63	−5,94	9 15	8 41	+0 34	1,031	1,030	+0,001
43	20 18	19 30	−7,01	−6,98	9 35	9 26	+0 9	1,247	1,176	+0,071
45	23 12	23 24	−7,89	−8,06	11 21	12 17	−0 56	1,422	1,383	+0,039
48	32 42	33 6	−8,84	−8,99	16 47	17 3	−0 16	1,589	1,540	+0,049
52	42 18	42 26	−9.37	−9,50	23 2	23 46	−0 44	1,682	1,648	+0,034
56	49 4	50 28	−9,62	−9,73	28 52	29 36	−0 44	1,725	1,692	+0,033
60	54 53	54 47	−9.73	−9.96	33 30	33 56	−0 26	1,755	1,716	+0,039

	A	Θ
Abgeleitet aus den Beobachtungen:	41° 36′	9° 0′
Angewandt in der Rechnung:	41 48	8 36

$c = 0{,}874$. $\gamma = 7° 37′$

Tafel VII.

Linie *V*.

$\vartheta = 65°$ $\lambda = 422{,}6$ $N = -5{,}25$

α	Θ_1		n		θ	d
	rechts	links	rechts	links	beob.	beob.
35°	39° 30′	34° 54′	— 1,36	— 1,57	19° 30′	0,28
39	27 30	26 18	— 2,10	— 2,52	13 18	0,44
41	10 18	10 0			4 48	
42	8 6	11 6		— 5,67	4 30	1,08
43	8 48	9 6	— 7,56	— 7,45	4 12	1,43
44	9 18	11 12	— 9,77	— 9,45	4 48	1,83
45	12 24	11 6	—10,29	— 9,76	5 30	1,91
47	17 30	16 54	—10,34	— 9,24	8 12	1,86
50	27 30	26 0	—10,39	— 9,87	13 12	1,93
53	36 6	38 24	— 9,97	—10,34	19 30	1,94
57	45 42	47 6	—10,03	— 9,92	26 6	1,90
61	52 42	52 36	— 9,92	—10,08	31 24	1,90

$A = 41° 36′$ $\Theta = 4° 36′$

Die Werthe von A und Θ für die beobachteten Linien finden sich in folgender Tafel vereint.

Tafel VIII.

	Linien						
	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*J*	*V*
A	50° 52′	51° 30′	55° 12′	51° 48′	45° 45′	41° 36′	41° 36′
Θ	0 36	0 24	6 36	15 48	17 54	9 0	4 36
μ_0	1,230	1,264	1,405	1,108	0,877	0,864	

Aus dieser Tafel ersieht man, dafs das Hauptazimuth vom Violett zum Blau wächst, darauf abnimmt bis zu Anfang des Roth, wo es Null wird, und nun gegen das äufserste Roth wiederum etwas steigt. Die Hauptincidenz, fast constant im Violett, wo die Ellipticität des reflectirten Lichts verhältnifsmäfsig klein ist, wächst vom Indigo zum Orange, d. h. in demjenigen Theil des Spectrums, welcher die Strahlen einschliefst, welchen das Fuchsin eine deutliche elliptische Polarisation einprägt, erreicht ihren gröfsten Werth bei der Linie *D*, um darauf im Rothen abzunehmen. Man findet hier dasselbe Gesetz wieder, welches Hr. Van der Willigen, gestützt auf seine Versuche mit Indigo und Eisenglanz, ausgesprochen hat. Die folgenden Zahlen zeigen, dafs der Punkt des Spectrums, bei welchem die Hauptincidenz ihr Maximum erreicht, mit der Linie *D* zusammenfällt.

55° 12′	586,5	7° 16′	1,002
	589,2 *D*	6 23	0,990
	591,8	5 46	1,003.

Die Tafel VIII enthält auch die berechneten Werthe des Brechungsindexes beim Uebergang vom Kronglas in das Fuchsin für den Fall der normalen Incidenz. Er ist hergeleitet für die Linien *D*, *E*, *F*, *J* aus der Formel (73)

$$\mu_0 = c \cos S.$$

Die dabei entstehende Dispersion ist normal und sehr beträchtlich.

Die Tafeln I und II zeigen, daſs das Fuchsin sich im vorliegenden Fall gegenüber den rothen Strahlen wie eine Substanz mit *negativer Reflexion* verhält. Dieſs Phänomen kann sich also an der Oberfläche zweier Substanzen im starren Zustand selbst für einen Index darbieten, der gröſser als Eins ist. Wenn dagegen die Reflexion am Fuchsin in der Luft stattfindet, ist sie für alle Farben positiv, wie Hr. E. Wiedemann gefunden hat. Die von ihm für diesen Fall gefundenen Werthe von A und Θ sind in der vierten und siebenten Columne der folgenden Tafel enthalten. Zur Erleichterung des Vergleiches habe ich in der zweiten und vierten Columne die entsprechenden Gröſsen nach meinen Beobachtungen aufgeführt.

Tafel IX.

Linien	A			Θ		
	Glas-Fuchsin		Luft-Fuchsin	Glas-Fuchsin		Luft-Fuchsin
	beob.	berechn.		beob.	berechn.	
C	51° 30′	56° 2′	66° 3′	0° 24′		4° 48′
D	55 12	56 34	65 45	6 36	15° 1′	12 41
$E\frac{1}{2}b$	51 18	51 2	59 48	16 12	23 4	18 47
F	45 45	44 15	53 0	17 54	24 12	17 45
$F\frac{1}{2}G$	41 48	38 26	50 23	10 48	1 46	1 9

Die berechneten Zahlen in dieser Tafel sind hergeleitet mittelst der Formeln, die wir weiterhin geben werden.

Ueberblickt man die Columnen der Unterschiede in den Tafeln III, IV und V, so sieht man, daſs die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe bei den Linien *D*, *E*, *F* so vollständig wie möglich ist. Ueberdieſs muſs man bemerken, daſs die vereinfachten Formeln (80) und (81) diese Beobachtungen nicht mit hinlänglicher Genauigkeit ausdrücken. So z. B. geht aus den besagten Formeln hervor, daſs das Minimum von Θ mit dem Hauptwerth dieses Winkels zusammenfallen müsse, was im vorliegenden Fall der Erfahrung nicht entspricht.

Für die Linie *J* sind die Unterschiede für die beobachteten und berechneten Werthe gröfser und für die Linie *V* habe ich die berechneten Werthe fortgelassen, weil sie mit den beobachteten nicht vereinbar sind. Dieser Mangel an Uebereinstimmung entspringt offenbar zum grofsen Theil aus Beobachtungsfehlern, die bei diesen beiden Farben, wegen geringer Intensität der reflectirten Strahlen, ziemlich beträchtlich waren; allein man mufs sie auch dem Umstand zuschreiben, dafs die theoretischen Formeln für diese Farben ihre Anwendbarkeit verlieren. Dieſs läfst sich folgendermafsen erweisen. Setzt man Kürze halber in den Formeln (68) und (69)

$$\frac{\sin^2\alpha}{r\cos\alpha} = \operatorname{tang}\varpi,$$

so kann man sie ersetzen durch diese:

$$\operatorname{tang}\varrho = \sin\Delta\operatorname{tang}2\theta; \quad \cos 2\varpi = \cos\Delta\sin 2\vartheta \quad (82).$$

Bezeichnet χ immer Winkel gegeben durch den Ausdruck

$$\operatorname{tang}\chi = \frac{\operatorname{tang}\varpi}{\operatorname{tang}\alpha},$$

so zieht man aus den Gleichungen (63) die Formeln

$$\operatorname{tang}(2\gamma - \varrho) = \operatorname{tang}\varrho\cos 2\chi; \quad c = \sin\alpha\sqrt{\frac{\sin 2\varrho}{\sin 2(\varrho-\gamma)}} \quad (83).$$

Sind θ und Δ aus den Beobachtungen bekannt, so ergiebt sich ϱ aus der ersten der Relationen (82) und daraus die Formeln (83) zur Berechnung der Werthe von c und γ für die verschiedenen Incidenzen. Diese Rechnung, ausgeführt für die Linien *E, J, V*, giebt die folgenden Resultate:

Tafel X.

Linie *E*			Linie *J*			Linie *V*		
α	log c	γ	α	log c	γ	α	log c	γ
35° 0′	0,0767	18° 12′	35° 0′	9,938	8° 29′	35° 0′	9,970	12° 18′
39	0,0715	19 14	38	9,942	9 22	39	9,974	10 14
44	0,0703	19 20	40	9,943	8 50	41		
47	0,0717	19 31	41	9,936	8 5	42	9,948	3 55
49	0,0694	19 42	41 13	9,937	7 47	43	9,951	2 46
50	0,0703	19 31	42	9,940	8 6	44	9,954	1 2
51	0,0714	19 59	43	9,936	7 8	45	9,962	0 38
51 34	0,0704	19 58	45	9,943	6 54	47	9,973	1 33
52	0,0721	19 56	48	9,942	6 52	50	9,978	1 6
53	0,0708	19 50	52	9,946	6 46	53	9,975	1 15
55	0,0710	20 1	56	9,948	6 39	57	9,976	2 33
58	0,0730	20 2	60	9,949	6 27	61	9,978	2 50
61	0,0716	19 53						

Diese Tafel zeigt, dafs die Gröfsen c und γ für die Linie *E* beinahe constant sind und, wenn man auf die Beobachtungsfehler Rücksicht nimmt, kann man dasselbe von der Gröfse c für die beiden anderen Strahlen sagen; allein diefs gilt nicht von γ, welches abnimmt in dem Maafse als die Incidenz zunimmt.

Für die Linien *B* und *C* drücken die Zahlen, welche mittelst der für durchsichtige Körper aufgestellten Formeln berechnet sind, die Beobachtungen mit hinreichender Treue aus. Die Tafel I zeigt überdiefs, dafs die experimentell für die Linie *B* gefundenen Resultate auch mit hinreichender Annäherung durch die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln ausgedrückt werden, obwohl, da die Reflexion negativ ist, die Auslöschung des gebrochenen Strahls nicht die Ellipticität dieses Strahls bedingen kann.

Aus diesem Vergleiche geht hervor, wie mir scheint, dafs die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln die Beobachtungen immer mit Genauigkeit ausdrücken, so lange die Incidenz gröfser ist als 50 Grad; dafs sie aber auf Werthe dieser Incidenz kleiner als 45° nur anwendbar sind, wenn das Hauptazimuth beträchtlich genug ist.

Bei Berücksichtigung dieser Thatsachen wird man zu der Annahme geführt, dafs die Ellipticität, welche Hr. Ja-

min bei mehren opaken Substanzen, wie Selen, Steinkohle, Anthracit, Asphalt, Gastheer usw. beobachtet hat [1]), zum Theil der Auslöschung des gebrochenen Strahls zugeschrieben werden mufs, obwohl er gezeigt hat, dafs die Phänomene der Reflexion an diesen Substanzen durch die für durchsichtige Substanzen aufgestellten Formeln repräsentirt werden.

Wenn ein in einem durchsichtigen Mittel fortgepflanzter Strahl auf die reflectirende Oberfläche einer opaken Substanz fällt, so werden Intensität und Polarisation des reflectirten Strahls nach der Cauchy'schen Theorie bestimmt mittelst der complexen Constante, die er die charakteristische nennt. Diese Constante ändert ihren Werth nicht, wenn das erste durchsichtige Mittel durch ein anderes ersetzt wird, sobald nur die opake Substanz dieselbe bleibt.

Ist λ die Wellenlänge im ersten durchsichtigen Mittel, λ_1 die im zweiten und sofort, so hat man (S. 402)

$$\frac{2\pi}{\lambda} c e^{i\gamma} = \frac{2\pi}{\lambda_1} c_1 e^{i\gamma_1} = \frac{2\pi}{\lambda_2} c_2 e^{i\gamma_2} \text{ usw.},$$

woraus

$$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \text{etc.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

und

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} = \text{etc.}$$

Diese letzteren Gleichungen lassen sich schreiben

$$c = \mu_1 c_1 = \eta_2 c_2 = \text{etc.},$$

wenn man durch μ_1, μ_2, usw. die Refractionsindexe des zweiten, dritten usw. der durchsichtigen Mittel in Bezug auf das erste bezeichnet. Haben Versuche die Constanten A und Θ für einen dieser Fälle gegeben, so können die Gleichungen (84) und (85) vereint mit den Formeln (71) und (72) dazu dienen, diese Gröfsen für andere Fälle zu berechnen.

Hr. Quincke hat orangenfarbenes Licht, welches sich in verschiedenen durchsichtigen Substanzen fortpflanzte, an Silber reflectiren lassen. Die Resultate seiner Messungen sind in folgender Tafel angegeben [2]). Daneben findet man

1) *Ann. de chim. et de phys.* (3) *XXIX*, *p.* 303; (3) *XXXI*, *p.* 179.
2) Pogg. Ann. Bd. CXXVIII, S. 561.

die nach dem beschriebenen Proceſs berechneten Zahlen. Die über die Reflexion in Luft gemachten Beobachtungen sind dabei als Ausgangspunkte genommen.

Tafel XI. — Reflexion an Silber.

In:	μ	A		Θ	
		beob.	berechn.	beob.	berechn.
Wasser	1,000	74° 19′		43° 48′	
Luft	1,336	71 28	70° 17′	44 3	43° 52′
Terpenthinöl	1,474	69 16	68 59	43 21	43 54
Luft	1,000	74 50		43 20	
Flintglas	1,626	69 48	68 3	41 22	43 29
Luft	1,000	75 57		44 1	
Kronglas	1,514	69 5	70 23	42 28	44 5

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist nicht ganz genügend; erwägt man indeſs, daſs Bestimmungen dieser Art wegen des Mangels an Homogenität der Metalle nothwendig mit Fehlern behaftet seyn müssen, so muſs man zugeben, daſs die Unterschiede nicht so groſs sind, um daraus einen Einwurf gegen die Cauchy'sche Theorie zn erheben.

Ausgehend von den Werthen der Constanten A und Θ, die bei der Reflexion in Luft an Fuchsin erhalten wurden, und in Tafel IX angegeben sind, habe ich mittelst derselben Formeln diese Gröſsen für die Reflexion in Kronglas berechnet. Die Resultate dieser Rechnung befinden sich in derselben Tafel. Die Uebereinstimmung zwischen den berechneten Werthen der Hauptincidenz und den aus meinen Versuchen hervorgehenden ist für die Linien D, $E\frac{1}{2}b$, F vollständiger als man es erwarten sollte, da das zu den Versuchen angewandte Fuchsin nicht gleicher Art war in beiden Versuchsreihen. Bei den rothen Strahlen ist dagegen der Einfluſs dieses Umstandes sehr hervorstechend.

c. Messung der Intensität.

Die vorstehenden Beobachtungen haben gezeigt, daſs die für die Metallreflexion aufgestellten Formeln eben so

gut auf die Reflexion an Fuchsin anwendbar sind und aller Wahrscheinlichkeit nach auch im Allgemeinen auf die Reflexion an den Substanzen mit Oberflächenfarben, allemal, wenn es sich um Farben handelt, denen gegenüber diese Substanzen sich wie Metalle verhalten. Es war indefs nicht ohne Interesse, durch directe Messungen der Intensität der Strahlen eine andere Bestätigung dieser Formeln aufzusuchen.

Versuche dieser Art sind von Hrn. Jamin bei den Metallen angestellt. Das in dem Azimuthe 0° oder 90° polarisirte Lichtbündel wird mit einer, halb aus Glas, halb aus Metall bestehenden Platte so aufgefangen, dafs es auf die Trennungslinie beider Theile fällt, und das reflectirte Bündel wird mittelst eines doppeltbrechenden Prismas analysirt. Man sieht dann in diesem Zerleger zwei Bilder, von denen jedes gebildet ist aus zwei Hälften, reflectirt die eine an Glas, die andere an Metall. Sucht man die Azimuthe, bei welchen zwei Hälften, eine von jedem Bilde, gleiche Intensitäten haben, so bestimmt man die Intensität des an Metall reflectirten Strahls im Verhältnifs zu der des an Glas reflectirten, welche letztere mittelst der Fresnel'schen Formeln berechnet werden kann.

Ich habe diese Methode zur Messung der Intensität des am Fuchsin reflectirten Lichts geprüft. Einige Proben genügten indefs, mich von der Unmöglichkeit zu überzeugen, auf diese Weise befriedigende Resultate zu erlangen. Sicher mufs man die Geschicklichkeit des berühmten Experimentators, der sie anwandte, besitzen, wenn nicht die Beobachtungsfehler ungeheuer werden sollen. Es ist nämlich äufserst schwierig, die Intensitäten zweier Hälften von nicht anliegenden Bildern gleich zu machen, weil die beiden anderen Hälften ganz verschiedene Intensitäten darbieten. Aus diesem Grunde habe ich die folgende Methode vorgezogen.

Ich habe mich zu diesen Versuchen desselben Instrumentes bedient wie zu den schon beschriebenen. Der Compensator und der polarisirende Nicol wurden entfernt und

letzterer ersetzt durch einen Collimator, dessen Schlitz, der horizontal gestellt ist, $1^{mm},5$ in Länge und $0^{mm},6$ in Breite hält und in dessen Röhre ein Rochon'sches Prisma befestigt ist. Beim Durchgang durch dieses Prisma spaltet sich das einfallende Bündel in zwei polarisirte Bündel, deren Polarisationsebenen winkelrecht zu einander sind. Das Prisma ist so gestellt, dafs diese beiden Bündel in einer selben Verticalebene liegen und sie nach dem Austritt aus der Collimatorlinse parallel sind. Wenn diese Bündel, deren Abstand etwa $2^{mm},5$ beträgt, mit dem Zerleger aufgefangen werden, geben sie im Gesichtsfeld eines kleinen, von derselben Alhidade getragenen Fernrohrs zwei rechteckige Bilder, welche sich berühren; und es hat keine Schwierigkeit, dasjenige Azimuth des Zerlegers zu finden, bei welchem diese Bilder gleich sind. Dieſs muſs in vier Lagen stattfinden, die in Bezug auf zwei Linien, eine horizontale und eine verticale, symmetrisch sind. Die Resultate der unter gleichen Umständen gemachten Beobachtungen weichen selten um mehr als einen Grad von einander ab, gewöhnlich um viel kleinere Gröſsen.

Um diesen Apparat zu Intensitätsmessungen anzuwenden, bereitet man auf bekannte Weise ein reines Spectrum und fängt die Strahlen von der Farbe, die man studiren will, zunächst mit einem Nicol auf, dessen Axe zusammenfällt mit der Verlängerung des Collimators. Nachdem das Licht darin polarisirt ist, dringt es in den Collimator ein und man fängt die beiden, aus diesem austretenden Bündel zuvörderst direct mit dem Zerleger auf, um ihre Intensitäten gleich zu machen. Zu diesem Zweck stellt man den Hauptschnitt dieses Nicols in das Azimuth 45°, dreht darauf den Polarisator bis die beiden Bilder gleiche Intensitäten annehmen, und läſst den Polarisator in dieser Stellung während der Versuche. Nachdem diese Bestimmung gemacht ist, befestigt man das Kronglasprisma, dessen Hypotenusenfläche zur Hälfte mit einer Fuchsinschicht überzogen ist, auf dem Tischchen mit Stellschrauben, das sich in der Mitte des horizontalen Kreises befindet. Stellt man

die reflectirende Fläche vertikal, so bringt man zugleich die Horizontallinie, welche das Fuchsin begränzt, in die Horizontalebene, welche durch die optische Axe des Zerlegers geht, so dafs einer der einfallenden Bündel an Fuchsin und der andere an der Luft reflectirt wird. Die reflectirten Bündel werden im Zerleger aufgenommen und man bestimmt das Azimuth σ, bei welchem die Intensitäten gleich sind.

Bei den Untersuchungen, deren Resultate ich angeben werde, war das am Fuchsin reflectirte Licht immer in der Einfallsebene polarisirt. Ist R^2 die Intensität des an Luft reflectirten Lichts, so hat man, die Intensität des einfallenden Strahls als Einheit genommen

$$R^2 = \frac{\text{tang}^2(\alpha - \alpha')}{\text{tang}^2(\alpha + \alpha')} \quad \text{wenn} \quad \alpha < \text{Arc sin}\,\frac{1}{\mu}$$

und

$$R^2 = 1 \qquad \text{wenn} \quad \alpha > \text{Arc sin}\,\frac{1}{\mu}.$$

Zur Berechnung der Intensität des am Fuchsin reflectirten Strahls erhält man also die Formel:

$$J_1^2 = R^2\,\frac{\text{tang}^2\sigma}{\cos^4(\alpha - \beta)},$$

wo man, wie vorhin (S. 572), hat:

$$\beta = 45^0 + \text{Arc sin}\,[\mu \sin(\alpha - 45^0)].$$

Die Resultate dieser Versuche, welche sich auf die Linien *D*, *E*, *F* beziehen, sind in den folgenden Tafeln enthalten. Man findet sie in der zweiten oder dritten Columne, je nachdem der einfallende Strahl vermöge der Reflexion rechts oder links abweicht. Jede Bestimmung ist das Resultat von Beobachtungen an den vier Stellungen des Zerlegers.

Die berechneten Resultate in diesen Tafeln sind mittelst der für Metallreflexion aufgestellten Formeln (64) und (65) erhalten.

Tafel XII. Reflexion in Kronglas an Fuchsin.

Linie *D*.

α	σ			J_1^2		
	rechts	links	Mittel	beob.	berechn.	Diff.
37°	64° 50′	65° 41′	65° 15′	0,067	0,065	+0,002
45	18 5	17 54	18 0	0,106	0,087	+0,019
51	19 42	20 8	19 55	0,132	0,111	+0,021
55	21 14	22 15	21 45	0,162	0,133	+0,029
59	23 14	23 7	23 10	0,190	0,162	+0,028
64	25 22	26 32	25 57	0,254	0,210	+0,044
71	29 12	29 28	29 20	0,367	0,311	+0,056
80	31 48	32 4	31 56	0,583	0,534	+0,049

	A	Θ
Bei der Rechnung angewandt:	55° 12′	6° 36 (Taf. III).

Tafel XIII.

Linie *E*.

α	σ			J_1^2		
	rechts	links	Mittel	beob.	berechn.	Diff.
37°	65° 16′	65° 20′	65° 18′	0,080	0,073	+0,007
44	18 49	19 40	19 15	0,122	0,095	+0,027
49	20 10	21 30	20 50	0,145	0,118	+0,027
51	21 19	22 52	22 6	0,166	0,130	+0,036
53	22 3	23 5	22 34	0,175	0,142	+0,033
58	25 51	26 18	26 5	0,247	0,182	+0,065
68	30 20	30 0	30 10	0,377	0,305	+0,072
80	33 48	33 32	33 40	0,670	0,581	+0,089

	A	Θ
Bei der Rechnung angewandt:	51° 48′	15° 48′ (Taf. IV).

Tafel XIV.

Linie *F*.

α	σ			$J_1{}^2$				
	rechts	links	Mittel	beob.	ber. (1)	Diff. (1)	ber (2)	Diff. (2)
37°	60° 44′	60° 36′	60 40′	0,057	0,067	−0,010	0,073	−0,016
42	17 10	15 40	16 25	0,087	0,086	+0,001	0,095	−0,008
45	18 42	17 37	18 9	0,107	0,101	+0,006	0,114	−0,007
47	20 2	19 44	19 53	0,131	0,112	+0,019	0,129	+0,002
50	21 26	21 2	21 14	0,152	0,133	+0,019	0,155	−0,003
55	24 14	24 5	24 9	0,205	0,178	+0,027	0,210	−0,005
66	31 26	29 58	30 42	0,385	0,325	+0,060	0,377	+0,008
80	34 12	33 48	34 0	0,692	0,641	+0,051	0,685	+0,007

Bei der Berechnung angewandt: 1) 45° 45′ 17° 54′ (Taf. V).
2) 43 42 17 54

Aus diesen Tafeln ersieht man, dafs die Genauigkeit der Messungen ziemlich genügend ist, denn die Intensität wächst regelmäfsig mit der Incidenz. Andrerseits zeigen die Columnen der Differenzen, dafs die berechneten Zahlen immer kleiner sind, als die beobachteten, wenn die Hauptwerthe der Incidenz und des Azimuths, welche bei der Rechnung als Ausgangspunkt genommen wurden, diejenigen sind, welche aus den vorhin (Taf. VIII, S. 582) beschriebenen Versuchen hervorgehen. Es ist indefs daran zu erinnern, dafs bei diesen letzten Beobachtungen das einfallende Bündel an den mittleren Theilen der Fuchsinfläche reflectirt wurde, während bei den eben erwähnten Beobachtungen die Reflexion ganz nahe am Rande der Fuchsinschicht geschah, wo der Molecularzustand nicht derselbe seyn kann, wie in der Mitte der Schicht. Folglich ist es sehr wahrscheinlich, dafs in diesen beiden Fällen die Werthe von A und Θ nicht mehr identisch sind, und dafs hiervon der angegebene Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werthen herrührt.

Ich habe noch nicht Gelegenheit gehabt, die Werthe der Reflexionsconstanten, welche meinen Beobachtungen entsprechen, direct zu bestimmen; allein, um zu zeigen, dafs die theoretischen Formeln diese Resultate mit Genauigkeit

präsentiren können, habe ich mittelst dieser Formeln die berechneten Werthe (2) für die Linie *F* hergeleitet. Man sieht aus der entsprechenden Columne der Differenzen, daſs diese Zahlen vollständig mit den experimentellen Resultaten übereinstimmen. Der bei dieser Rechnung angewandte Werth von A weicht nur zwei Grad von dem oben gefundenen ab und Θ hat denselben Werth in beiden Rechnungen.

Aus den Beobachtungen in vorstehenden Tafeln geht hervor, daſs, wenn das einfallende Licht weiſs ist, die Farbe des reflectirten Strahls sich mit der Incidenz verändern muſs. In der That findet man, daſs das Fuchsin bei normaler Incidenz mehr grünes und gelbes Licht reflectirt als blaues, während bei Incidenz von 80° das Umgekehrte stattfindet. Erwägt man, daſs Roth und Violett nur zu einem schwachen Theil in das reflectirte Licht eintreten, so kann man daraus schlieſsen, daſs die Farbe des Fuchsins, welches auf Glas ausgebreitet ist und durch diese Substanz hin betrachtet wird, sich vom Grün in Blau verändert, wenn die Incidenz zunimmt, um bei der streifenden Incidenz weiſs zu werden. Dieser Schluſs stimmt vollkommen mit der Erfahrung.

c. Relation zwischen dem Reflexions- und dem Absorptionsvermögen.

Wenn ein Lichtbündel mit der polirten Oberfläche einer wenig durchsichtigen Substanz aufgefangen wird, so ist die in den Körper eindringende Lichtmenge desto kleiner, je gröſser das Reflexionsvermögen desselben ist. Wenn das einfallende Licht weiſs ist und das Reflexionsvermögen ungleich für die verschiedenen Farben, so muſs das Spectrum des durchgelassenen Lichtes Maxima und Minima darbieten, selbst wenn die Extinctionscoëfficienten der verschiedenen Strahlen gleich wären. Wäre z. B. die Substanz eine sehr dünne Fuchsinschicht, so würde man in dem Grün und Blau des Spectrums ein schwarzes Band sehen,

weil dieser Körper für diese Farben ein starkes Reflexionsvermögen besitzt. Alles dieses ist klar und auch von der Erfahrung bestätigt. Allein Hr. Stokes [1]) hat überdiefs gefunden, dafs das Spectrum des von der Lösung einer opaken Substanz durchgelassenen Lichtes auch dunkle Bänder zeigt, entsprechend den Farbenstrahlen, welche die Substanz im starren Zustand am stärksten reflectirt, und diefs Phänomen zeigt sich sogar, wenn die Lösung so verdünnt ist, dafs der Einflufs, welchen die gelöste Substanz auf die Reflexion ausübt, fast unmerklich ist.

Dadurch ist indefs nicht vollkommen erwiesen, dafs die beobachteten Bänder gänzlich von der Absorption herrühren, denn ein Lichtbündel schwächt sich auch beim Durchgang durch ein Mittel durch innere Diffusion, und wenn ein Mittel diese Eigenschaft in ausgezeichnetem Grade besitzt, kann der Effect sehr merklich werden. Um das besagte Phänomen unter diesem Gesichtspunkt zu untersuchen, habe ich folgenden Versuch gemacht. Ein kubisches Glasgefäfs, dessen Seite 2 Decimeter mafs, wurde mit einer wässerigen verdünnten Fuchsinlösung gefüllt. Auf eine der Seitenflächen projicirt man ein reines Spectrum ganz dicht an der Oberfläche der Flüssigkeit, so dafs man, von oben herab, das Licht in dieselbe eindringen sehen kann. Die rothen Strahlen durchdringen sie ohne Schwierigkeit, allein in dem Maafse man mit dem Spectrum vorrückt, wird die Absorption immer energischer und so wie man jenseits der Linie *D* ist, unterscheidet man keine Spur mehr von eingedrungenem Licht. In den blauen und violetten Theilen sendet die oberflächliche Schicht einen röthlichen Schimmer aus, der indefs nicht diffuses Licht ist, sondern von Fluorescenz herrührt.

Es scheint demnach, dafs in den meisten Fällen die Absorption die Ursache der dunklen Bänder ist, die man in dem Spectrum des von Lösungen opaker Substanzen durchgelassenen Lichts beobachtet. Da man keinen Grund zu der Voraussetzung hat, dafs es anders sey, wenn die

1) *Phil. Mag.* (4). *VI, p.* 393. — (Diese Ann. Bd. 91. S. 300. P.)

Substanzen sich im starren Zustande befinden, so wird man zu der Annahme geführt, daſs in dem Maaſse als das Reflexionsvermögen gröſser ist, es auch das Absorptionsvermögen sey. Wenn die zu durchdringende Schicht so dick ist, daſs die Gesammtheit des darin eintretenden Lichtes absorbirt wird, so erhält man das recht sonderbare Resultat, daſs die absorbirte Menge einer gewissen Lichtart desto kleiner ist, als der entsprechende Absorptionscoëfficient gröſser ist.

Es ist indessen wahrscheinlich, daſs dieſs Gesetz nicht absolut genommen werden darf. Die Reflexion wird durch zwei besondere Constanten charakterisirt und damit dieses Gesetz unter allen Umständen wahr sey, muſs zwischen diesen Constanten eine gewisse Relation stattfinden, deren Existenz aber bis jetzt noch nicht dargethan ist.

In Ermangelung genauer Messungen der Absorptionscoëfficienten starrer Körper kann man die Werthe derselben mittelst der Cauchy'schen Formeln ableiten, in Fällen, wo sie anwendbar sind. Man findet dadurch, daſs das in Rede stehende Gesetz sich im Allgemeinen bei den Metallen bestätigt, wenigstens wenn man jedes Metall für sich betrachtet. Bei dem Fuchsin dagegen scheint es nicht der Fall zu seyn, wie aus den folgenden Zahlen hervorgeht. Die erste Zeile giebt die Intensität des reflectirten Strahls, bei normaler Incidenz, für Kronglas, die zweite den entsprechenden Absorptionscoëfficienten U_0 (S. 402).

	Linie *D*	Linie *E*	Linie *F*
Intensität	0,036	0,037	0,028.
Absorptionscoëfficient	3569	7258	5754.

Obgleich das gelbe Licht in gröſserem Verhältniſs als das blaue reflectirt wird, so sieht man doch, daſs der Absorptionscoëfficient von jenem kleiner ist, als bei diesem. Man darf indeſs auf dieses Resultat keinen zu groſsen Werth legen, denn wiewohl die Legitimität der Cauchy'schen Formeln für die Reflexion hinreichend erwiesen ist, kann man dieſs doch nicht für die Refractionsphänomene sagen.

Die hier in ihren Resultaten mitgetheilten Versuche, welche ich fortzusetzen gedenke, sind im physikalischen Laboratorium der Universität Upsala und mit den dieser Anstalt gehörigen Instrumenten angestellt worden.

IV. *Studien über erd-magnetische Messungen;* von *Karl Braun*, S. J.

(Schluſs von S. 427.)

C. Bestimmung der Intensität mittelst des Inklinatoriums.

Die Anwendung des Inklinatoriums zu Intensitätsbestimmungen ist seit einiger Zeit bekannt. Es scheint daſs Lloyd diese Methode zuerst theoretisch und practisch durchgeführt hat [1]), da sie nach ihm benannt wird, obgleich sie Lamont schon wenigstens 1849 im wesentlichen hinreichend angedeutet hat [2]). Meines Wissens aber wird dieselbe sehr wenig in Ausführung gebracht, und ist namentlich in Deutschland fast so gut wie nicht vorhanden. Ohne Zweifel hat dies seinen Grund darin, daſs man sich von dieser Methode keinen hinreichenden Grad von Genauigkeit verspricht, was allerdings insofern auch gerechtfertigt ist, als der Begründer derselben, Lloyd selbst sich in diesem Sinne darüber ausspricht.

Es wird deshalb von einigem Interesse seyn, wenn ich, auf die Resultate von wirklich ausgeführten Messungen gestützt, nachweisen werde, daſs diese Methode ganz vollkommen denselben Grad von Genauigkeit gewährt, wie die mit den besten Magnetometern ausgeführten Intensitätsbe-

1) *Lloyd on the determination of the earth's magnetic force in absolute measure by means of the dip circle. Irish Academy Memoirs vol. XXIII.* 1858.

2) Lamont, Handb. des Erd-Magnetismus.

stimmungen. Ich lege der Erörterung eine neue Theorie zu Grunde, welche nicht nur einfacher und anschaulicher ist als die Lloyd'sche, sondern auch die Genauigkeits-Verhältnisse bei dieser Methode in jeder Beziehung zu discutiren gestattet, was bei der Lloyd'schen nicht der Fall ist. Dann werde ich auch noch die von mir befolgten practischen Vorsichtsmaafsregeln angeben, denen es wohl zuzuschreiben ist, dafs die Resultate einen so beträchtlichen Grad von Genauigkeit erlangt haben.

Diese Methode verlangt — wie jede Intensitätsmessung — *zwei Operationen*. Bei der *ersten* wird eine eigene Inklinations-Nadel *A*. III am Südpol mit einem Gewichtchen beschwert, und dann die dadurch veränderte Inklination gemessen. Daraus ist das Product $T.M$ der Intensität des Erdmagnetismus und des magnetischen Momentes der Nadel bestimmbar.

Für die *zweite Operation* mufs auf der Alhidade zwischen den Mikroskopen und senkrecht zu ihrer Verbindungslinie eine Vorrichtung angebracht seyn, um die Nadel *A*. III daselbst fest einlegen zu können. Nachdem dieſs geschehen, legt man die Nadel *A*. IV auf die Agate, dreht die Alhidade mit *A*. III so lange bis *A*. IV in den Mikroskopen genau einspielt. Die Stellung von *A*. IV (welche alsdann senkrecht zu *A*. III steht), liest man ab. Daraus ergiebt sich die Ablenkung, welche *A*. III auf *A*. IV ausübt, und in Folge davon das Verhältnifs $T:M$. Aus $T.M$ und $T:M$ ist dann T leicht zu berechnen.

Um die Theorie dieser Methode zu entwickeln, nehmen wir an, das Instrument sey so orientirt, dafs die Nadel-Ebene den Winkel a' mit dem magnetischen Meridian bildet. Dann ist die wahre Inklination i, und Total-Intensität T eine andere, als die in jener Azimuthal-Stellung auftretende i' und T'. Zwischen diesen Gröfsen bestehen die Beziehungen $\cot i' = \cot i \,.\, \cos a'$, welche schon oben unter *A* (1) abgeleitet wurde; und

$$T' = T \,.\, \frac{\sin i}{\sin i'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

welche ebenfalls aus der dort angegebenen Zerlegung der Kraft sich leicht ergiebt. Wird nun die Nadel aus der Gleichgewichtslage i' herausgebracht, so dafs sie die Neigung o' bekommt, $(o' < i')$, so wird sie gegen die erstere Lage streben mit einer Kraft, deren Drehungs-Moment ist $D' = T' . M . \sin(i' - o')$.

Bei der *ersten* oben angegebenen *Operation* ist es ein Stiftchen vom Gewicht w, in der Entfernung r von der Drehungs-Axe der Nadel befestigt, welches durch sein Gewicht die Nadel aus der Neigung i' in die o' bringt. Das statische Moment dieses Uebergewichtes ist alsdann $= D' = w . r . \cos o'$, und somit $T' . M . \sin(i' - o') = w . r . \cos o'$; oder auch

$$T' . M = \frac{w . r . \cos o'}{\sin(i' - o')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7);$$

Bei der zweiten Operation wird *A.* IV durch die Nadel *A.* III aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt. Jene kann sich dabei nur um die Verbindungslinie beider Nadel-Centra drehen. Und da sie bei der getroffenen Anordnung nur abgelesen werden kann, wenn sie zu *A.* III eine bestimmte constante Stellung hat (senkrecht zu derselben steht), so ist die ablenkende Kraft (dieselbe ist auch bei dieser Art von Einwirkung proportional dem Sinus des Winkels, welchen die beiden Nadeln bilden, und somit im gegenwärtigen Fall ein Maximum), eine constante Gröfse, und zwar $= D'' = M . M' . U$, wenn M, M' die magnetischen Momente, und U eine Constante ist, welche nur von der Vertheilung des Magnetismus in den beiden Nadeln und ihrer Entfernung abhängt. Kommt also die Nadel bei der Neigung o'' $(< i'')$ ins Gleichgewicht, so ist $T'' . M' . \sin(i'' - o'') = M . M' . U$, oder auch

$$\frac{T''}{M} = \frac{U}{\sin(i'' - o'')} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8);$$

wenn T'' und i'' bei dem Azimuth a'' bedeuten, was T' und i' bei a'.

Hieraus findet man dann leicht die gesuchte Total-Intensität T, indem man die Gleichungen (7) und (8)

multiplicirt, und statt T' und T'' ihren Werth, aus (6) entnommen, einsetzt, nämlich

$$T^2 = \frac{w.r\cos o'.U.\sin i'.\sin i''}{\sin(i'-o').\sin(i''-o'').\sin^2 i};$$

und wenn man die Constante $A^2 = U.w.r$ einführt,

$$T = A.\sqrt{\frac{\cos o'.\sin i'.\sin i''}{\sin(i'-o').\sin(i''-o'').\sin^2 i}} \quad . \quad . \quad (9).$$

Diese allgemeine, für beliebige Azimuthe a' und a'' geltende Gleichung wird bedeutend einfacher, wenn man diesen bestimmte Werthe giebt. Lloyd giebt drei Arten an, die Methode auszuführen:

I. Man nehme $a' = a'' = 0$, d. h. beide Operationen geschehen im magnetischen Meridian. Dann wird $i' = i'' = i$ seyn, und folglich

$$T = A.\sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i'-o').\sin(i''-o'')}} \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

II. Man nehme $a' = a'' = 90^0$. Diese Verfahrungsweise ist nur durchführbar, wenn das Gewichtchen nicht an der Nadel fest sitzt, sondern an einem feinen Coconfaden über eine an deren Axe sitzende Rolle läuft, wie es Lloyd angewendet zu haben scheint. In solcher Weise aber ist es unmöglich, in der Praxis ein genaues Resultat zu erzielen. Bei festsitzendem Gewichtchen würde man zum Resultat $T = \frac{o}{o}$ gelangen.

III. Man nehme $a' = 0$, und a'' so groſs, daſs $o'' = 90^0$ wird, d. h. bei der zweiten Operation drehe man das Instrument im Azimuth so lange bis die Nadel A. IV in den auf 90^0 eingestellten Mikroskopen genau einspielt; und lese das Azimuth a'' ab. Hiebei ist $i' = i$, und $o'' = 90^0$, somit wird

$$T = A.\sqrt{\frac{\cos o'.\sin i''}{\sin(i''-o').\cos i''.\sin i}} = A.\sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i'-o').\cot i''.\sin i}}.$$

Da nun aber nach (1) $\cot i'' = \cot i.\cos a''$ ist, so kommt

$$T = A.\sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i'-o').\cos i.\cos a''}} \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

In der Praxis ist jedoch von allen diesen Methoden oft nicht eine einzige mit Vortheil anzuwenden. In der That ist die Methode II illusorisch bei fixem Uebergewichtchen. Die Methode III wird nur an wenigen Orten von sehr kleiner Inklination auszuführen seyn, weil die ablenkende Kraft der Nadel *A*. III viel zu stark ist, als dafs die Nadel IV in irgend einem Azimuth bei vertikaler Stellung im Gleichgewicht bleiben könnte. So ist z. B. in Rom, wo im Mittel $T = 9{,}58$ [1]), $A = 9{,}15$, $0' = -39°$, $i = 58° 48'$ war, der kleinste Werth für $\cos a''$, welcher die Gleichung (11) möglich macht, $\cos a'' = 1{,}39$, was die Unmöglichkeit beweist. Bei den erwähnten Instrumental-Verhältnissen würde diese Methode überhaupt an keinem Ort der Erde ausgeführt werden können, wenn man den Magnetismus der Nadel *A*. III nicht bedeutend vermindern würde; doch das hätte andere Nachtheile. Aber auch die Meth. I, welche sonst die vortheilhafteste wäre, ist nicht überall anwendbar. So war z. B. bei dem von mir benutzten Instrument zu Rom im Meridian $o'' = 13°$. Bei dieser Stellung ist aber die eine Spitze der Nadel unsichtbar, weil sie hinter dem Metallstreifen steht, welcher die Agatkanten trägt, mithin ist eine besonders genaue Messung nicht möglich.

Ich habe deshalb bei meinen Messungen eine Combination der zwei ersten Methoden angewendet, indem ich $a' = o$ und $a'' = 90°$ nahm, d. h. ich machte die erste Operation mit *A*. III im Meridian. Die zweite mit der Nadel *A*. IV in der darauf senkrechten magnetischen West-Ost-Ebene. Dafür ist also $i' = i$, $i'' = 90°$, somit wird aus Formel (9)

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \sin(i'' - o'') \cdot \sin i}}\,; \text{ oder}$$

$$= A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i' - o') \cdot \cos\vartheta'' \cdot \sin i}}\ ^{2}) \quad (12).$$

1) Anm. Meine Rechnungen führte ich in *englischen Einheiten* aus, deren 2,1691 auf eine Gaufs'sche gehen.

2) Vgl. wegen ϑ unten S. 615.

Auf diese Methode beschränke ich meine Untersuchungen. Es wird aber sehr leicht seyn, dieselben Betrachtungen auf jede andere Methode auszudehnen, wenn solche an andern Orten mit mehr Vortheil ausgeführt werden würde.

Als Stützpunkt für die Beurtheilung dieser Intensitäts-Bestimmungen benutzte ich den Coëfficienten A, den ich aus allen meinen Messungen mittelst Vergleichung mit den Resultaten von Magnetometer-Messungen berechnete. Damit wollte ich einestheils mich vergewissern, ob man diesen Coëfficient für längere Zeit als constant ansehen darf, anderseits aber wollte ich aus den Zahlen ersehen, welchen Grad von Genauigkeit man auf dem angezeigten Weg zu erreichen vermag. Die Magnetometermessungen wurden zu diesem Zweck mittelst der Variationsbeobachtungen am Bifilare auf den Zeitpunkt der Lloyd'schen Messungen reducirt (einmal freilich mit 25 Tagen Zwischenzeit). Hierzu habe ich jetzt noch einmal eigens die Formel für das Bifilare nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, die Reductionen corrigirt und erhielt damit:

am	20.	Juni	1870	$A =$ 9,155200	(mit $\frac{1}{2}$ Gewicht)
„	21.	Juli	„	„ 9,147370	
„	10.	Aug.	„	„ 9,152001	
„	13.	„	„	„ 9,149410	
„	27.	„	„	„ 9,152300	
„	29.	„	„	„ 9,155214.	

Aus diesen Zahlen ergiebt sich zunächst, dafs der Coëfficient A durch längere Zeit als constant angesehen werden kann, da er auch bei der hohen Temperatur der Sommertage Roms keine Aenderung zeigte. Es ist diefs sicher eine Folge davon, dafs derselbe gar nicht von der *Gröfse* der magnetischen Momente M und M' abhängt, sondern nur von der *Vertheilung* des freien Magnetismus.

Die im Jahre 1871 ausgeführten Messungen stimmen mit diesen in Bezug auf den Grad der Genauigkeit ziemlich gut überein; können jedoch leider nicht benutzt werden, um einen Beweis für die Constanz von A durch grö-

fsere Zeiträume beizubringen. Bei den erwähnten Reisen des Inklinatoriums gingen sämmtliche Stiftchen für die Nadel *A*. III verloren. Ich mufste also ein neues einsetzen, was natürlich eine Aenderung von *A* zur Folge hatte. Ich erhielt damit:

am 13. August 1871 $A = 8{,}906902$
„ 16. „ „ „ 8,901163
„ 31. „ „ „ 8,900504.

Am 1. September fiel die Schachtel mit den Nadeln *A*. III und *A*. IV zu Boden. Die Nadeln berührten sich und dadurch entstand sofort eine Aenderung in *A* [1]), wie aus folgenden Bestimmungen ersichtlich ist.

am 2. September 1871 $A = 8{,}939584$
„ 3. „ „ „ 8,940755.

In Betreff der *Genauigkeit* stimmen sämmtliche Resultate annähernd überein. Als mittleren Fehler ergaben die drei Gruppen in Theilen vom Ganzen bezüglich 0,000325; 0,000394 und 0,000092. Die Messungen von 1870 scheinen mir zuverlässiger und der Werth $0{,}000325 = \frac{\Delta A}{A}$ kann somit als sicher nicht zu klein angesehen werden.

Dieses Resultat meiner Messungen kann nun verwendet werden, um die *Genauigkeitsverhältnisse* sämmtlicher bei der Lloyd'schen Intensitäts-Bestimmung vorkommenden Gröfsen zu berechnen. Wir schreiben zu dem Ende die Gleichung (12) so

$$A = \frac{T_1}{\cos i} \cdot \sqrt{\frac{\sin(i' - o') \cdot \cos 0'' \cdot \sin i}{\cos o'}},$$

indem wir mit T_1 die horizontale Componente $= T \cos i$ bezeichnen. Von dieser Gleichung nehmen wir das logarithmische Differential in Bezug auf alle Gröfsen, so kommt

1) Anm. Diese Zahlen können als Beleg dafür gelten, dafs man die Nadeln *A*. III und *A*. IV aufs sorgfältigste vor jeder Berührung mit Magneten oder mit Eisen bewahren mufs. Ja auch die blofse Nähe von starken Magneten ist zu vermeiden; wenigstens in Stellungen, bei welchen die Induction kräftig wirken könnte.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + \operatorname{tg} i \,.\, \Delta i + \tfrac{1}{2}\cot(i' - o')\Delta i + \tfrac{1}{2}\cot i \,.\, \Delta i$$
$$+ \tfrac{1}{2}\operatorname{tg} o' \,.\, \Delta o' - \tfrac{1}{2}\cot(i' - o')\Delta o' - \tfrac{1}{2}\operatorname{tg} 0'' \,.\, \Delta 0'' \quad (13a)$$

und da im Mittel $i = 58^\circ 48'$; $o' = -39^\circ$; $o'' = 33^\circ 15'$, $i' - o' = 97^\circ 48'$ war, so wird

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + 1{,}6512 \,.\, \Delta i - 0{,}0685 \,.\, \Delta i + 0{,}3028 \,.\, \Delta i$$
$$- 0{,}4049 \,.\, \Delta o' + 0{,}0685 \,.\, \Delta o' - 0{,}3278 \,.\, \Delta 0'',$$

Von diesen verschiedenen Fehlern nun, welche zur Entstehung des Fehlers $\frac{\Delta A}{A}$ zusammenwirken, kommt der erste $\frac{\Delta T_1}{T_1}$ auf Rechnung der Magnetometermessungen; der zweite $= 1{,}6512 \,.\, \Delta i$ fällt der Inklinationsbestimmung zur Last, insofern sie blofs zur Reducirung der horizontalen auf totale Intensität oder umgekehrt benutzt wird; und blofs die übrigen fünf Glieder der Gleichung sind der Lloyd'schen Methode an sich eigen, wenn sie für *Total*-Intensität angewendet wird. Von diesen fünf Gliedern sind die zwei ersten der Inklinationsbestimmung zugehörig (nennen wir dieselbe die „*dritte Operation*„), die zwei folgenden der ersten Operation, und das letzte der zweiten. Faſst man die so zusammengehörigen Glieder zusammen, so kommt, wenn als Einheit die Bogenminute eingeführt wird,

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta T_1}{T_1} + 0{,}000480 \,.\, \Delta i + 0{,}0000682 \,.\, \Delta i$$
$$- 0{,}0000979 \,.\, \Delta o' - 0{,}0000954 \,.\, \Delta 0'' \quad (14).$$

Aus dieser Gleichung eliminirte ich zunächst $\Delta o'$ und $\Delta 0''$. Zu dem Ende untersuchte ich meine Messungen von o' und $0''$, indem ich für jede einzelne vier Partialwerthe ermittelte und diese mit dem Hauptresultat verglich — ganz ebenso wie die schon unter *A* (S. 338 und 344) erwähnte Discussion der Inklinationsmessungen ausgeführt worden war. Auf diesem Weg fand ich, daſs der entsprechende Grad von Genauigkeit 1,4 und resp. 3,0 mal geringer war als bei einer Inklinationsmessung; d. h. es wäre $\Delta o' = 1{,}4 \,.\, \Delta i$ und $\Delta 0'' = 3{,}0 \,.\, \Delta i$. Weil indeſs bei obigen

6 Fundamentalgleichungen nicht 6, sondern 9 Inklinationsmessungen verwerthet wurden und eben so viele Messungen von o', dagegen nur 6 von $0''$, so wird zu setzen seyn

$$\Delta o' = 1{,}4 \,.\, \Delta i \text{ und } \Delta 0'' = 3{,}52 \,.\, \Delta i \qquad (15).$$

Ferner muſs für $\frac{\Delta T_1}{T_1}$ eine zuverlässige Zahlenangabe gewonnen werden. Man pflegt anzunehmen, daſs bei guten Magnetometermessungen dieser mittlere Fehler $= 0{,}0002$ sey. Um sicher zu gehen, habe ich, wie schon erwähnt, meine Messungen nochmals der Rechnung unterworfen und daraus nach der Methode der kleinsten Quadrate eine zuverlässige Formel für das Bifilare abgeleitet. Dadurch fand ich als mittleren Fehler einer Intensitätsbestimmung mit dem Magnetometer

$$0{,}000238 = \frac{\Delta T_1}{T_1} \quad . \quad . \quad . \quad (16)\ ^1).$$

Werden nun diese Werthe in die obige Gleichung (14) eingesetzt, so erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate für die mittleren Fehler die Gleichung

$$0{,}000325^2 = 0{,}000238^2 + (0{,}0005482^2 + 0{,}0000979^2 \,.\, 1{,}4^2 + 0{,}0000954^2 \,.\, 3{,}52^2) \,.\, \Delta i^2.$$

Multiplicirt man beiderseits mit 10^{10}, so entsteht hieraus

$$1056{,}2 = 566{,}4 + (3005{,}3 + 187{,}9 + 1127{,}7) \,.\, \Delta i_2 \quad (17).$$

Hieraus ergiebt sich nun der mittlere Fehler Δi, nämlich

$$\Delta i^2 = \frac{489{,}8}{4320{,}9} \text{ und } \Delta i = 0',3367 \text{ oder } = 20{,}20 \text{ Sec.}$$

Da den sechs obigen Fundamentalgleichungen nicht sechs, sondern neun Inklinationsmessungen zu Grunde liegen, so würde aus diesem Grund der mittlere Fehler für eine Inklinationsmessung etwas weniges gröſser werden. Allein denselben Gleichungen liegen auch nicht sechs, sondern nur vier Magnetometermessungen zu Grunde und mit Rücksicht hierauf würde derselbe in noch stärkerem Verhältniſs etwas verringert werden. Man darf also zuver-

1) Vergl. hierüber unten *D.*

sichtlich annehmen, dafs der *mittlere Fehler bei* gewöhnlicher *Inklinationsmessung* = 20 Sec. ist ($\pm$ 3″) [1]).

Dazu kann noch bemerkt werden, dafs selbst, wenn die Magnetometermessungen als absolut genau angenommen würden und der ganze Fehler in A auf Rechnung der mit dem Inklinatorium gemachten Messungen gebracht würde, dennoch der mittlere Fehler einer Inklinationsmessung nur = 29, Sec. d. h. noch nicht $\frac{1}{2}$ Minute folgen würde.

Diese Bestimmung der Genauigkeit meiner Inklinationsmessungen stimmt vollkommen überein mit dem, was oben unter A (S. 345) eben darüber aus ganz anderen Gesichtspunkten abgeleitet wurde.

Danach ist es nun nicht schwer, auch den *Genauigkeitsgrad der Lloyd'schen Intensitätsbestimmungen* zu berechnen. Der mittlere Fehler einer solchen umfafst nur die *drei* letzten Glieder der Gleichung (14) und ist bestimmt durch

$$F^2 = (0{,}0000682 \,.\, \Delta i)^2 + (0{,}0000979 \,.\, 1{,}4 \,.\, \Delta i)^2 + (0{,}0000954 \,.\, 3{,}52 \,.\, \Delta i)^2 \quad . \quad . \quad (18a).$$

Setzt man für Δi den oben gefundenen Werth $\Delta i = 0'{,}3367$, so wird

$$F^2 = (5{,}17 + 20{,}87 + 124{,}41) \,.\, 10^{-10},$$

woraus $F = 0{,}0001227$ sich ergiebt, (den Fehler in Theilen des ganzen Werthes ausgedrückt).

Wird aber nicht bei der Totalintensität stehen geblieben, sondern durch Multiplication mit cos i die Horizontalintensität berechnet, so kommen die *vier* letzten Glieder von (14) in Betracht und es wird

$$F_1^2 = (0{,}0005482 \,.\, \Delta i)^2 + (0{,}0000979 \,.\, 1{,}4 \,.\, \Delta i)^2 + (0{,}0000954 \,.\, 3{,}52 \,.\, \Delta i)^2 \quad . \quad . \quad (19a);$$

1) Genauer berechnet würde aus dem letzteren Umstand folgen $\Delta i = 15{,}4''$; aus dem ersteren aber eine Vermehrung im Verhältnifs 100 : 85,4 folgen; also schliefslich der mittlere Fehler = 18,1 *Secunden*. Aufserdem hätte streng genommen in der Gleichung (13a) noch ein Glied für die säculäre Variation von A aufgenommen werden sollen, der dann ein kleiner Theil des Gesammtfehlers zugefallen seyn würde; der Fehler Δi der Inklinationsmessungen würde dadurch noch um etwas kleiner ausgefallen seyn.

und hieraus

$$F_1^2 = (334{,}0 + 20{,}87 + 124{,}41) \cdot 10^{-10},$$

somit $F_1 = 0{,}0002189.$

Dieſs sind die mittleren Fehler, welche der *relativen* Intensitätsbestimmung nach der Lloyd'schen Methode wirklich eigen sind. Soll aber die *absolute* Intensität bestimmt werden, so kommt noch dazu die Unsicherheit in dem Coëfficienten A. Diese ist aber eigentlich eine wandelbare Gröſse, insofern sie desto kleiner wird, je mehr Messungen man auf die Bestimmung von A verwendet. Für die obigen 6 Fundamentalwerthe von A wurden vier Magnetometer- und 6 Lloyd'sche Messungen benutzt und aus ihnen ergiebt sich A mit einem mittleren Fehler von $0{,}000325 : \sqrt{6} = 0{,}0001327$. Danach wird dann der *mittlere Fehler* bei einer *Lloyd'schen Bestimmung* der absoluten Totalintensität

$$F = \sqrt{0{,}0001227^2 + 0{,}0001327^2} = 0{,}0001807 = \frac{\Delta T}{T} \quad (18b);$$

und für die absolute Horizontalintensität wird

$$F_1 = \sqrt{0{,}0002189^2 + 0{,}0001327^2} = 0{,}0002560 = \frac{\Delta T_1}{T_1} \quad (19b).$$

Die *Magnetometermessungen* ergaben, wie oben gezeigt wurde, für die Horizontalintensität einen mittleren Fehler $= f_1 = 0{,}000238$. Für die Totalintensität würden sie unter Voraussetzung einer Inklinationsbestimmung von oben angegebener Genauigkeit geben $f = \sqrt{0{,}000238^2 + 0{,}000480^2 \cdot \Delta i^2}$ (oben (13b) und (14))

$$= \sqrt{0{,}000238^2 + 0{,}0001617^2} = 0{,}000288 \quad (20).$$

Aus den so gewonnenen Zahlen ersieht man, daſs die Lloyd'sche Methode die Totalintensität direct und genauer giebt als die Horizontalintensität; bei den Magnetometermessungen aber das Umgekehrte stattfindet; daſs aber die Lloyd'sche Methode die Totalintensität mit beträchtlich gröſserer Genauigkeit angiebt, als die Magnetometermessungen die Horizontalintensität liefern. Ebenso ist auch die Bestimmung der Horizontalintensität durch die Lloyd'sche Methode genauer als die der Totalintensität aus den

Magnetometermessungen. Ja auch die durch das Magnetometer direct bestimmte Horizontalintensität ist nur um sehr weniges genauer als dieselbe, wenn sie mittelst der Reduction durch $\cos i$ aus den Messungen am Inklinatorium gewonnen wird.

Wenn eine gröfsere Anzahl von vergleichenden Bestimmungen auf die Feststellung des Werthes von A verwendet würde, und wenn bei jeder Ausführung der Lloyd'schen Methode zwei Inklinationsmessungen und zwei Bestimmungen des Winkels o' an Nadel A. III vorgenommen würden [1]), während bei dreien der sechs oben discutirten Operationen nur je eine solche Messung ausgeführt wurde; so ist kein Zweifel, dafs die Resultate der Lloyd'schen Methode einen noch beträchtlich kleineren mittleren Fehler zeigen würden.

Dafs man Resultate von solcher Genauigkeit nicht erwarten zu dürfen glaubte, kommt nur daher, dafs man eben die grofse Vollkommenheit der neueren englischen Inklinationsnadeln noch nicht kannte oder gebührend würdigte.

Die Gleichung (14) zeigt auch, in welchem Verhältnifs die Genauigkeit der Intensitätsbestimmungen von der Güte der Messungen der Winkel o' und o'' abhängt und welche Genauigkeit man sonach bei der ersten und zweiten Operation erstreben mufs. Man sieht aus derselben unmittelbar, dafs ein Fehler von 1 Minute in o' und o'' im Resultat einen Fehler $= 0{,}0000979$ und bezüglich $0{,}0000954$ zur Folge haben würde. Bei meinen Messungen, wo $\Delta i = 0',3367$, $\Delta o' = 1{,}4 \,.\, \Delta i$, $\Delta o'' = 3{,}52 \,.\, \Delta i$ ist, würden beide zusammen einen mittleren Fehler $= 0{,}00001205$ in Theilen des Ganzen hervorbringen; $\Delta o'$ $0{,}0000457$ und $\Delta o''$ $0{,}0001115$; während der Fehler Δi in der Inklination die Totalintensität nur um $0{,}0000227$ fälschte.

Diese Zahlen lehren, dafs man bei den Messungen von o' ohne grofse Schwierigkeit einen vollkommen hinreichenden Grad von Genauigkeit erreichen kann, dafs dagegen die

1) Vgl. unten die Beschreibung der Operation.

Messungen von o'' die Genauigkeit des Resultats in höherem Grad gefährden. Letztere Messungen sind eben nicht mit der gleichen Sicherheit ausführbar (vgl. unten S. 613). Man sollte aber doch dabei wenigstens die von mir erreichte Genauigkeit von 1,2 Minuten erstreben. Und da o'' bei einer vollständigen Operation als Mittelwerth von 16 Partialmessungen gewonnen wird, sollte bei jeder einzelnen im Mittel eine Sicherheit von 5 Minuten angestrebt werden.

Es bleibt nun noch übrig zu untersuchen, in wie weit ein *Fehler* in der *azimuthalen Orientation* die Richtigkeit des Resultates beeinträchtigt, wozu eben die Lloyd'sche Theorie gar keinen Aufschluſs bietet. Man kann nämlich bei der Aufstellung des Instrumentes den magnetischen Meridian auch allenfalls um $\frac{1}{2}$ Grad (und mehr) verfehlen; und ferner können bei den so oftmals zu wiederholenden Drehungen und Einstellungen zufällige Fehler unterlaufen Offenbar ist es nothwendig, sich zu überzeugen, ob hierfür an dem Resultat eine Correction anzubringen sey und welche.

Um dieſs zu entscheiden, muſs man auf die allgemeine Formel (9) zurückgehen. Und da die zufälligen Fehler bei den verschiedenen Operationen ganz unabhängig von einander sind, so muſs die Wirkung eines Fehlers bei den *einzelnen* Operationen ermittelt werden.

Die allgemeine Gleichung ist

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o' \cdot \sin i' \cdot \sin i''}{\sin(i' - o') \cdot \cos \vartheta'' \cdot \sin^2 i_0}};$$

und dafür bringt man in Rechnung

$$T = A \cdot \sqrt{\frac{\cos o'}{\sin(i''' - o') \cdot \cos \vartheta'' \cdot \sin i'''}},$$

(hiebei soll i''' die durch Messung bei der „dritten Operation" gefundene Inklination bedeuten, hingegen i_0 und ebenso o'_0, o''_0 etc. die betreffenden Winkel, wie sie bei vollkommen genauer azimuthaler Einstellung seyn würden). Die hiebei begangenen Fehler vertheilen sich auf die drei Ope-

rationen: 1. die Messung von o' mit Nadel *A.* III, 2. die von o'' mit *A.* IV und 3. die Messung der Inklination i'''.

Zur Operation I gehört der Factor

$$\sqrt{\frac{\cos o' \,.\, \cos i'}{\sin (i' - o')}},$$

statt dessen man in Rechnung bringt

$$\sqrt{\frac{\cos o' \,.\, \sin i_0}{\sin (i_0 - o')}},$$

(insofern man alle nicht von dieser Operation abhängige Winkel, also auch i''', einstweilen als normal und genau richtig ansieht). Der hiermit begangene Fehler ergiebt sich aus dem logarithmischen Differential

$$\frac{\Delta T}{T} = \tfrac{1}{2} \cot i_0 \Delta i' - \tfrac{1}{2} \cot (i_0 - o') \,.\, \Delta i',$$

in welcher Gleichung $\Delta i' = i_0 - i'$ ist; oder

$$\frac{\Delta T}{T} = -\tfrac{1}{2} \cot i_0 \,.\, \Delta i' + \tfrac{1}{2} \cot (i_0 - o') \,.\, \Delta i',$$

für $\Delta i' = i' - i_0$. Nun ist aber, wie unter *A.* (3) gezeigt wurde

$$\Delta i = \tfrac{1}{2} \,.\, \cot i \,.\, \sin^2 i \,.\, \Delta a^2 = \tfrac{1}{4} \,.\, \sin 2i \,.\, \Delta a^2.$$

Also wird

$$\frac{\Delta T}{T} = -\tfrac{1}{4} \cos^2 i_0 \,.\, \Delta a^2 + \tfrac{1}{8} \cot (i_0 - o') \,.\, \sin 2i_0 \,.\, \Delta a^2 \quad (21).$$

Zu Operation II gehört

$$\sqrt{\frac{\sin i''}{\cos 0''}},$$

wofür gesetzt wird

$$\sqrt{\frac{\sin i''_0}{\cos 0''}} \text{ d. h. } \sqrt{\frac{\sin 90^0}{\cos 0''}}.$$

Man begeht also einen Fehler

$$= \frac{\Delta T}{T} = \tfrac{1}{2} \cot i_0'' \,.\, \Delta i'',$$

wo $\Delta i'' = 90^0 - i''$ bedeutet oder $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \cot i''_0 \,.\, \Delta i''$ für den wirklichen Fehler $\Delta i'' = i'' - 90^0$. Da $\cot i''_0 = 0$ wird, so muſs noch einmal differenziirt werden. Man erhält dann

$$\Delta T = +\tfrac{1}{2} \frac{d^2 T}{d i''^2} \,.\, \Delta i''^2 = +\tfrac{1}{4} \frac{T}{\sin^2 i_0''} \,.\, \Delta i''^2;$$

somit

$$\frac{\Delta T}{T} = +\tfrac{1}{4}\Delta i''^2,$$

weil $\sin i_0'' = 1$. Da nun nach A (4)

$$\Delta i'' = 90^0 - i'' = -\cot i \,.\, \Delta a$$

ist, so wird

$$\frac{\Delta T}{T} = +\frac{\cot^2 i_0}{4} \,.\, \Delta a^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Die Operation III endlich liefert die Inklination i''' anstatt der wahren i_0. Es wird demgemäfs anstatt

$$\sqrt{\frac{\sin i_0}{\sin(i_0 - o').\sin^2 i_0}} \text{ oder } \sqrt{\frac{1}{\sin(i_0 - o').\sin i_0}}$$

in Rechnung gebracht

$$\sqrt{\frac{1}{\sin(i''' - o').\sin i'''}}.$$

Der dadurch entstehende Fehler ist daher

$$\frac{\Delta T}{T} = -\tfrac{1}{2}\cot(i_0 - o').\Delta i - \tfrac{1}{2}\cot i_0 .\Delta i,$$

worin $\Delta i = i''' - i_0$ ist. Nun ist, wie soeben,

$$\Delta i = +\tfrac{1}{4}.\sin 2i.\Delta a^2 = +\tfrac{1}{2}\cot i.\sin^2 i \;(A.\ 3).$$

Also

$$\frac{\Delta T}{T} = -\tfrac{1}{8}.\cot(i_0 - o').\sin 2i_0.\Delta a^2 - \tfrac{1}{4}\cos^2 i_0.\Delta a^2 \quad (23).$$

Handelt es sich nun um einen *systematischen Fehler* im Azimuth, so ist die Gröfse Δa, um welche man sich im Azimuth irrt, in diesen drei Partialfehlern gleich und der *Gesammtfehler* ist

$$\frac{\Delta T}{T} = (\tfrac{1}{4}.\cot^2 i - \tfrac{1}{2}.\cos^2 i).\Delta a^2 \quad . \quad . \quad (24).$$

Für den mittleren Werth von i bei meinen Messungen ($58^0\,48'$) giebt dieſs $\frac{\Delta T}{T} = -\,0{,}0425\,.\Delta a^2$, oder wenn Δa in Minuten ausgedrückt wird, $\frac{\Delta T}{T} = -\,0{,}0000000036\,.\Delta a^2$. Es würde somit ein Azimuthfehler von $1^0\,40'$ im Resultat nur einen *Fehler* von $-\,0{,}000036$ des Ganzen hervorbringen. Man sieht also, daſs derselbe ganz vernachlässigt werden

darf. Selbst wenn man bei Aufstellung des Instruments um einen ganzen Grad sich geirrt hätte, würde eine desfallsige *Correction* überflüssig seyn.

Dasselbe gilt dann auch von den *zufälligen* Fehlern, welche bei den vielfachen Azimuth-Einstellungen vorkommen können. Es tritt dabei allerdings keine systematische Elimination unter den drei Partialfehlern ein, sondern nur ein theilweises Entgegenwirken derselben nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit. Allein auch wenn dieselben unverringert bleiben, und alle im möglichst ungünstigen Sinne auftreten sollten, so ist ihr Betrag doch zu gering, nämlich $-0{,}00000000696\,.\,\Delta a^2$ für die erste Operation;

$$+0{,}00000000776\,.\,\Delta a^2$$

für die zweite und

$$+0{,}00000000439\,.\,\Delta a^2 \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

für die dritte. Es hat also — so sonderbar es auch scheinen mag — gar keinen bemerkbaren Nachtheil, wenn bei den verschiedenen Einstellungen ganz beliebige Abweichungen von der wahren magnetischen Meridian- oder Ost-West-Ebene bis zu 1° stattfinden, und folglich dürfen auch beträchtliche Abweichungen von dem präsumirten Meridian stattfinden, in welchem man das Instrument aufstellt.

Jedoch in Betreff der zweiten Operation gilt das nur, wenn sie in der unten anzugebenden Weise ausgeführt wird, d. h. wenn je eine östliche und eine westliche Ablenkung bei unverrückter Azimuthal-Stellung gemessen wird, weil nur dann unbedingt $90° - 0''$ statt $i'' - 0''$ gesetzt werden darf (s. unten die Bestimmung von o''). Wird anders verfahren, so ist die Ablenkung nicht mehr unabhängig von i'' ausdrückbar und es entsteht ein Fehler *mehr*, welcher

$$= \frac{\Delta T}{T} = -\tfrac{1}{2}\cot(i'' - o'')\,.\,\Delta i'' = -\tfrac{1}{2}\operatorname{tg} o''\,.\cot i\,.\,\Delta a$$
$$= -0{,}00005774\,.\,\Delta a. \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

ist. Man müſste also in diesem Fall allerwenigstens bis auf 1 Minute genau auf das festgestellte Azimuth einstellen. Indeſs genügt auch dann — wie immer — die Einstellung mittelst *eines Nonius*, selbst wenn eine bemerkbare Excen-

tricität von einer oder mehreren Minuten vorhanden seyn sollte.

Damit nun aber der oben angegebene Grad von Genauigkeit bei solchen Intensitätsbestimmungen erreicht werden könne, sind mehrere *practische Vorsichtsmafsregeln* zu beobachten. Ich werde dieselben kurz angeben; aber theils wegen der leichteren Verständlichkeit, theils weil die ganze Methode überhaupt zu wenig bekannt seyn dürfte, ihre Darlegung an eine ganz gedrängte Beschreibung der ganzen Operationen anlehnen.

Die eigentlichen Intensitätsmessungen beginne ich — nach vorhergegangener Orientation und Horizontalstellung — mit der Nadel *A*. III (erste Operation). Man mufs dazu ein als Gewichtchen dienendes Messingstiftchen recht fest in einem Loch der Nadel an deren Südende einschlagen. Dasselbe mufs dann nothwendig darin bleiben, ohne je losgemacht zu werden, weil bei verschiedenmaligem Einsetzen dessen Schwerpunkt nicht wieder hinreichend genau die gleiche Distanz von der Drehungsaxe bekommen würde oder wohl gar eine Verwechselung des Stiftchens stattfinden könnte. Man mifst die Inklination *o'* der Nadel bei vier Stellungen, indem man sie umlegt und bei jeder Lage das Instrument um 180° dreht. Dabei genügt es *einen* Nonius abzulesen nach denselben Regeln, welche unter *A* (S. 335) angegeben wurden.

Für die zweite Operation nimmt man das Fernröhrchen weg und giebt an dessen Stelle die Nadel *A*. III, so dafs sie sehr genau den ihr bestimmten Platz einnimmt und eine Verschiebung nicht möglich ist. Es ist sehr nützlich, dieselbe stets in der gleichen Weise mit constanter Stellung der Pole und Flächen einzulegen. Dann bringt man die Nadel *A*. IV auf die Agate und dreht das Instrument in die magnetische Ost-West-Richtung. Darauf dreht man die Alhidade mit den Mikroskopen, bis die Spitzen der Nadel auf die Fäden der Mikroskope einspielen, hebt und senkt dieselbe mehrmals, bis sie constant unter den Fäden verbleibt und liest dann den Winkel ab.

Hiebei nun kann man sich zunächst viel Mühe und Zeit ersparen. Da wegen der geringeren Directionskraft der Nadel und einer andern sogleich zu erwähnenden Ursache hiebei eine solche Genauigkeit, wie bei den übrigen Messungen nicht erreicht werden kann und auch nach der obigen Erörterung bei einer einzelnen Ablesung eine Genauigkeit von 4 bis 5 Minuten schon ziemlich hinreichend ist, so ist es nicht nothwendig, die beiden Nadelspitzen successiv genau unter die Fäden zu bringen und *zwei* Ablesungen zu machen, sondern man kann beide Fäden zugleich auf das Mittel der beiden Spitzen einstellen, d. h. so, dafs deren unbedeutende Abstände von den Fäden auf derselben Seite von diesen liegen und gleich sind, und dann nur *eine Ablesung* machen. So wird jede Stellung der Nadel mit einer Ablesung abgethan, während man sonst zwei oder gar vier zu machen hätte. In Betreff des abzulesenden Nonius ist aber das unter *A* Gesagte zu berücksichtigen. Ich habe mich durch besondere Versuche überzeugt, dafs man bei einiger Uebung in dieser Weise bis auf wenige Zehntel einer Minute dasselbe Resultat erreicht, als mit der mühsameren Methode durch mehrere Ablesungen.

Nach der ersten Ablesung von o'' dreht man die Alhidade mit den Mikroskopen, so dafs die Ablenkung eine westliche (für die untere Spitze) wird, wenn sie vorher östlich war und liest in gleicher Weise ab. Danach dreht man das Instrument um 180° und wiederholt beide Ablesungen.

Dabei ist nun ein anderer durchaus *wesentlicher Umstand* wohl zu beachten. Ich bemerkte öfters, dafs ich die Nadel *A*. IV ganz richtig einvisirt hatte, dann aber allmählich ihre Lage sich änderte dermafsen, dafs nach etwa zwei Minuten ihre Stellung bis zu einem Grad und mehr von der vorher beobachteten abwich. Ich erkannte bald, dafs die Ursache hiervon in dem *inducirten Magnetismus* der Nadel *A*. III zu suchen sey. Hat man nämlich eine z. B. östliche Ablenkung beobachtet, und will zur west-

lichen schreiten, so muſs die Nadel *A.* III auf der Alhidade so gedreht werden, daſs sie eine mit der Nadel *A.* IV parallele Stellung passirt. Dieſs kann nun aber in doppelter Weise geschehen. Es können nämlich entweder die gleichnamigen Pole an einander vorübergehen oder die ungleichnamigen, wobei die entsprechende Drehung der Alhidade entweder $< 180^{\circ}$ oder resp. $> 180^{\circ}$ wird. Man muſs nun immer die Drehung in der letzteren Weise ausführen; denn dann wirkt die Induction im Sinne der Verstärkung, und diese Wirkung ist stets geringer und vergeht schneller und vollständiger als die Induction im Sinne der Schwächung. Nachdem ich diese Praxis angenommen hatte, verschwand der erwähnte Uebelstand vollständig. Dennoch darf man die Rücksicht auf diese Induction nicht vernachlässigen, weil immerhin bei einzelnen Ablesungen etwas mehr Geduld erfordert wird, bis die Stellung der Nadel innerhalb der wünschenswerthen Gränzen von etwa 5 Minuten constant geworden ist.

Eine ganz ähnliche Vorsicht ist bei den Drehungen um 180° im Azimuth anzuwenden. Man verfährt dabei am besten so, daſs man die abgelenkte Nadel *A.* IV mittelst der gehobenen Gabel in ihrer Stellung festhält und dann das Instrument sicher und ziemlich rasch in derjenigen Richtung um 180° dreht, bei welcher der abwärts gerichtete Pol von *A.* III durch Süden sich bewegt, nicht aber durch Norden. Dadurch wird die störende Induction durch den Erdmagnetismus fast gänzlich vermieden und überdieſs bleiben die heftigen überflüssigen Oscillationen der Nadel *A.* IV aus, welche ihrerseits ebenfalls wieder geeignet sind, eine störende Induction auf *A.* III auszuüben. Die Nadel *A.* IV hat dann sofort fast ganz genau die gebührende definitive Stellung. Bei Beobachtung dieser Rücksichten fallen die Messungen unvergleichlich viel sicherer und leichter aus, und können in weniger als der Hälfte der Zeit ausgeführt werden. Dennoch soll man trotz dieser Erleichterungen bemüht seyn, den Messungen von o'' einen möglichst hohen Grad von Genauigkeit zu geben, weil — wie oben gezeigt

wurde — hiervon vorzugsweise die Genauigkeit des Resultates abhängt. Bei meinen Messungen war mir die letztere Rücksicht noch nicht bekannt, sonst würde ich diese Messungen mit mehr Sorgfalt gemacht haben, und sicher würden dann die erzielten Resultate noch genauer ausgefallen seyn.

Nachdem man den Winkel o'' viermal abgelesen hat, wird die Nadel *A*. IV umgelegt (aber niemals ummagnetisirt, wie sich von selbst versteht) und die gleichen Messungen repetirt.

Danach muſs auch die Nadel *A*. III umgelegt werden, und zwar so, daſs sowohl die breiten Flächen als auch die Pole im entgegengesetzten Sinne aufliegen, resp. vertauscht werden; und die ganze beschriebene Operation wird wiederholt.

Aus diesen Messungen erhält man im Mittel auſser dem Winkel o'' bei östlicher Ablenkung auch den o''_1 bei westlicher, und aus beiden das Hauptmittel $\mathfrak{o}''$. Die Ablenkung gegen Osten (der unteren Spitze) ist ausgedrückt durch $i'' - o''$, wie in den früheren Gleichungen der Einfachheit halber allgemein gesetzt wurde; die westliche aber ist $= (180^0 - i'') - o''_1$. Der genauere Werth der Ablenkung ist das Mittel aus beiden, d. h. $90^0 - \frac{1}{2}(o'' + o''_1) = 90^0 - \mathfrak{o}''$. Wie man sieht, kommt darin der Winkel i'' nicht mehr vor; und man bestimmt die Ablenkung $i'' - o''$, ohne i'' zu kennen, vollkommen richtig durch $90^0 - \mathfrak{o}''$. Deshalb konnte auch in den früheren Gleichungen unbedingt $\cos \mathfrak{o}''$ anstatt $\sin(i'' - o'')$ gesetzt werden, auch wenn i'' nicht genau $= 90^0$ ist.

Hiernach wird man die erste Operation mit der Nadel *A*. III wiederholen. Man bringt dieselbe auf die Agate, und an ihrer Stelle befestigt man wieder das Fernröhrchen — hauptsächlich zum Zweck der Versicherung gegen azimuthale Verschiebung des Instrumentes. Die Neigung der Nadel *A*. III, welche man jetzt erhält und die zuerst erhaltene geben im Mittel die wahre Neigung o' mit mehr Genauigkeit und zugleich reducirt auf denselben Zeitpunkt

mit der zweiten Operation. Dadurch wird die Nothwendigkeit umgangen, mittelst gleichzeitiger Beobachtungen an einem Variationsinstrument die einzelnen Theile der gesammten Operation auf einen gemeinsamen Zeitpunkt zu reduciren.

Diese Proceduren sind in der Praxis nicht so langwierig, wie es scheinen könnte. Ich führe sie vollständig in 70 Minuten bequem und mit aller nöthigen Ruhe aus.

Danach mache ich dann sogleich noch eine Inklinationsmessung („dritte Operation") und wenn voraussichtlich die Zeit hinreicht, schicke ich eine solche auch den anderen Messungen voraus. Das Mittel aus diesen beiden mit den Nadeln *A.* I und *A.* II gewonnenen Inklinationswerthen giebt dann mit gröfserer Genauigkeit die wahre Inklination möglichst unabhängig von individuellen Eigenthümlichkeiten einer Nadel und zugleich hinlänglich genau reducirt auf den mittleren Zeitpunkt aller beschriebenen Operationen; so dafs auch die Nothwendigkeit wegfällt, mittelst gleichzeitiger Beobachtung der Variationsinstrumente die Inklination entsprechend zu reduciren. Alle Operationen zusammen nehmen dann — bei einiger Uebung — gerade *drei Stunden* in Anspruch, und sie liefern eine genaue Bestimmung *aller drei magnetischen Elemente*, wie aus dem oben — namentlich unter *B* — Gesagten leicht ersichtlich ist.

Ueberdiefs ist in denselben Messungen, wenn sie in der von mir modificirten Weise ausgeführt werden, auch noch eine *zweite* einigermafsen angenäherte *Deklinations-Bestimmung* enthalten. Wenn man nämlich die Messungen von o'' nach östlicher und westlicher Ablenkung scheidet, wie soeben durch die Winkel o'' und o''_1 angedeutet wurde, so ist aus der Gleichsetzung der östlichen $i'' - o''$ und der westlichen $(180^0 - i'') - o''_1$ sehr leicht abzuleiten

$$90^0 - i'' = \tfrac{1}{2}(o''_1 - o'') = i_{\prime\prime}.$$

Es ist aber oben unter *B* gezeigt worden, wie man aus dem Winkel $90^0 - i''$ oder $i_{\prime\prime}$ die Deklination berechnen kann. Das Verfahren ist hier ganz das gleiche; nur ist

die Bestimmung aus den Ablenkungsbeobachtungen weniger genau, weil eben die Messungen von o'' eine geringere Präcision besitzen. Folgendes sind die von mir auf diesem Weg erhaltenen Resultate (*ohne* Correction des constanten Instrumentalfehlers von $-5',6$);

den 20.	Juni	1870	reduc.	Deklin.	$= 13^0\ 12',7$	
„ 21.	Juli	„	„	„	13 21,57	($\frac{1}{2}$ Gewicht)
„ 10.	Aug.	„	„	„	13 21,52	
„ 13.	„	„	„	„	13 21, 7	
„ 27.	„	„	„	„	13 17, 3	
„ 29.	„	„	„	„	13 19,56	
				Mittel	13 19',83.	

Ebenso

den 22.	Jan.	1871	reduc.	Deklin.	$= 13^0\ 20',0$	
„ 20.	Juli	„	„	„	13 28, 5	($\frac{1}{2}$ Gewicht)
„ 16.	Aug.	„	„	„	13 17, 4	
„ 31.	„	„	„	„	13 17,63	
„ 2.	Sept.	„	„	„	13 20,81	
„ 3.	„	„	„	„	13 18,47	
				Mittel	13° 19,74.	

Der mittlere Fehler bei diesen Bestimmungen ist allerdings 3',58 und resp. 2',7. Dennoch dürften dieselben wenigstens als einige Controle gegen gröbere Versehen bei anderen Methoden von Werth seyn, besonders da sie ohne alle Mühe gewonnen werden. Jedenfalls hat es einiges Interesse zu sehen, wie man mit dem Inklinatorium auf zwei verschiedenen Wegen zu einer Bestimmung der Deklination gelangt, nämlich durch die Intensitätsbestimmung sowohl als auch durch die Inklinationsmessungen, und zwar ohne irgend welche andere Messungen zu benöthigen. Auch für diese letzt erwähnte Deklinationsbestimmung gilt das oben Gesagte, daſs der durch den Mangel an Rundheit der Zapfen entstehende Fehler ohne Einfluſs ist; denn erstens eliminirt sich derselbe von selbst, indem derselbe Fehler des Zapfens sowohl o'' als auch o''_1 um gleichviel ändert und folglich der Fehler in $i_{''} = \frac{1}{2}(o''_1 - o'')$ verschwindet und zweitens würde die constante Correction,

welche auch hier anzubringen ist, den Fehler in Bezug auf den Werth der Deklination unschädlich machen.

Nebstdem geben diese Messungen, wenn sie in der beschriebenen Weise durchgeführt werden, ein einfaches Mittel ab, den im ersten Abschnitt (S. 343) vorkommenden *Instrumentalfehler* (x) der ungleichen Höhe der Agatkanten zu bestimmen. Zu diesem Zweck muſs man die Ablenkungen der Nadel *A.* IV durch *A.* III in zwei Gruppen theilen, entsprechend den Stellungen „*A.* III nördlich“ und „*A.* III südlich“. Sind die entsprechenden Mittelwerthe (o''_n und o''_s) nicht gleich, so ist das ein Zeichen, daſs die Agate ungleiche Höhe haben. Die Directionskraft der Nadel *A.* IV ist nämlich in diesen beiden Stellungen $= T.M'.\sin(i+x)$ und resp. $T.M'.\sin(i-x)$. Da nun die ablenkende Kraft von *A.* III in beiden Fällen die gleiche ist, so müssen die Sinus der Ablenkungen sich umgekehrt verhalten wie die Directionskräfte und mithin

$$\cos o''_n : \cos o''_s = \sin(i-x) : \sin(i+x),$$

oder auch, weil x klein ist,

$$\cos 0'' : \cos o''_s = \sin i : \sin(i+x) \qquad (27).$$

Daraus ist x leicht zu berechnen und giebt an, um welchen Winkel die Drehungsaxe der Nadeln an der vom Kreis abgewendeten Seite über der Horizontalen steht (mit dem aus der Formel selbst sich ergebenden Vorzeichen).

Schlieſslich dürfte es noch von Interesse seyn, die Empfindlichkeit des Inklinatoriums, wie sie in Obigem nachgewiesen worden ist, gewissermaſsen mit absolutem Gemäſs zu vergleichen, nämlich mit Gewichten. Dazu kann die in der Bestimmung von A erzielte Genauigkeit dienen. Der mittlere Fehler darin wurde $= 0{,}000325$ gefunden und A ist $= \sqrt{U.w.r}$ (S. 599). Man erhält also

$$\frac{\Delta A}{A} = 0{,}000325 = \tfrac{1}{2}\frac{\Delta w}{w},$$

wenn Δw eben die Gewichtsänderung des Stiftchens bedeutet, welche A schon über die mittleren Beobachtungsfehler hinaus verändern würde. Nun ist aber $w = 0{,}020$ Grm.

Also wird $\Delta w = 0{,}000325 . 2 , 0{,}020$ Grm. oder $= 0{,}013$ Mgr. An der Spitze der Nadel würde also sicher auch eine Gewichtsänderung von 0,01 Mgr. in dem Resultat einer Messung sich noch bemerkbar gemacht haben. Beinahe dieselbe Zahl erhielt ich auch, indem ich die Genauigkeit von 20″ bei den Inklinationsmessungen zu Grunde legend, die einer solchen Ablenkung von 20″ entsprechende absolute Drehungskraft aus dem magnetischen Moment der Nadel berechnete.

Hieraus ersieht man, dafs es wohl begründet ist, wenn in Obigem die Nothwendigkeit hervorgehoben wurde, die Nadeln auf's Sorgfältigste von jedem Stäubchen rein zu halten, namentlich von jenen feinen Stahltheilchen, welche so leicht an der Spitze haften bleiben, und dafs auch bei den Intensitätsbestimmungen das Stiftchen in der Nadel *A*. III nie verrückt oder gedreht werden darf, weil das Alles eine Aenderung bewirken würde, welche über die oben genannte Fehlergränze hinausgeht und die — weil sie systematisch ist — sicher im Resultat hervortreten würde.

Aus allem Gesagten dürfte nun mit einiger Sicherheit hervorgehen, dafs die Messungen mit dem Inklinatorium vor den mit andern Instrumenten ausgeführten in vielfacher Hinsicht wesentliche Vortheile bieten, und dafs speciell als magnetisches Reiseinstrument das Inklinatorium sowohl in Hinsicht auf Genauigkeit als auf Bequemlichkeit und Billigkeit vor allen anderen Apparaten entschieden den Vorzug verdient. Man bedarf in der That zu ganz vollständigen magnetischen Messungen *nichts* als das Inklinatorium selbst. Weder Deklinatorium noch Magnetometer oder magnetischer Theodolit; weder Reflexionskreis, noch astronomischer Theodolit, noch Uhr oder Chronometer ist dazu erforderlich, sondern Alles ist in dem kleinen sehr handlichen Kistchen von etwa 15 Pfund Gewicht enthalten, und Alles kostet 30 Pfund Sterl.

Der Werth dieses Instrumentes würde freilich noch erhöht werden, wenn es auch den *absoluten* Werth der Intensität direct zu bestimmen gestatten würde. Doch ist

dieſs ein Mangel an Vollkommenheit, welcher auch den übrigen gebräuchlichen Apparaten — ausgenommen den schwer transportablen Magnetometer — eigen ist.

Indessen wäre es nicht besonders schwer, das Inklinatorium auch in dieser Richtung noch zu vervollkommnen und ich bin damit beschäftigt, diese Vervollständigung an meinem Instrument anzubringen. Oben auf dem Glaskistchen — nicht ganz in der Mitte — werde ich ein Glasrohr mit Suspensionsfaden befestigen. Die Nadel — ein hohler Stahlcylinder mit kleinem Objectiv auf der einen und feinem Glasmikrometer auf der anderen Seite, welchen Hr. Dover für 3 Pfund Sterl. liefert — wird dann in dem Kästchen selbst frei schweben. Zu deren Beobachtung hat dieses an den beiden schmalen Seitenflächen Oeffnungen, deren eine zur Aufnahme des Fernröhrchens, die andere zur Einlassung von Licht für die Nadel und zur Visirung von Miren für die Deklination dient. Damit wird das Instrument schon die Möglichkeit gewähren, den *absoluten* Werth der *Deklination direct* und mit eventuell gröfserer Genauigkeit zu bestimmen.

Dann bringe ich auf der unteren Fläche des Glaskistchens einen etwa 520^{mm} langen aus zwei Theilen bestehenden Maafsstab in transversaler Richtung an, auf welchem ein mit feinem Nonius versehener Schlitten zur Aufnahme des Ablenkungsmagneten aufgesetzt werden kann. Hiermit ist dann auch die absolute Bestimmung der Intensität ermöglicht, indem der Horizontalkreis zu diesem Zweck eine feinere Theilung bekommen hat. Man würde dann erforderlichen Falles die Reduction auf absolutes Maafs jederzeit sofort ausführen oder controliren können, da alle die hierzu erforderlichen Zuthaten noch recht gut in demselben Kistchen untergebracht werden können.

Anm. Hr. Dover bringt an seinen neueren Instrumenten einige recht zweckmäfsige Aenderungen an. Unter anderen aber ersetzt er die horizontalen Metallstreifen, welche zum Tragen der Agate und der Gabeln dienen, durch ein System von vertikalen Stützen. Das hat in der

That einige Vortheile, ich habe aber dennoch das ältere System vorgezogen und an meinem Instrument ausführen lassen, hauptsächlich, weil es in Betreff der unter *B* besprochenen Deklinationsbestimmungen eine gröfsere azimuthale Stabilität besitzt, obgleich es für die Anbringung der Nadel mit Suspensionsfaden etwas mehr Schwierigkeit bietet.

D. Bemerkungen über die Magnetometer-Messungen.

Es wurde oben gesagt, dafs man den Intensitäts-Bestimmungen mit den tragbaren Magnetometern eine Genauigkeit von 0,0002 (des Ganzen) zuschreibt; dafs ich aber bei meinen Messungen einen etwas gröfseren *mittleren* Fehler gefunden habe. Ich glaube aber, dafs überhaupt dieser Grad von Genauigkeit bei solchen Bestimmungen nicht erreicht wird.

In der That müssen zu einer Magnetometer-Messung eine Menge von Umständen mit fast rigoroser Genauigkeit bestimmt und combinirt werden, so dafs es sehr unwahrscheinlich ist, dafs jene Genauigkeit gewöhnlich erzielt werde. Ich will nur die hauptsächlichsten hervorheben, und zwar bei jedem angeben, mit welcher Präcision derselbe ermittelt seyn mufs, damit im Resultat nicht ein Fehler von 0,0001 auftrete. Diese Angaben können aus der Formel

$$T_1 = \sqrt{\frac{2.\pi^2.k}{t^2.a^3.\sin v}}, \text{ und } k\ (= \text{Trägheitsmoment}) = C.\frac{t^2}{t_0^2 - t^2}$$

leicht abgeleitet werden, ähnlich wie es unter *C* für die Lloyd'sche Methode durchgeführt wurde.

Bei den Ablenkungs-Beobachtungen mufs die Entfernung des Ablenkungs-Magnetes bei jeder einzelnen Einstellung bis auf 0,04^{mm} genau richtig bestimmt werden (eine Entfernung von 300^{mm} vorausgesetzt), was schon nicht sehr leicht ist.

Der Ablenkungs-Winkel selbst mufs (eine Ablenkung von etwa 10° angenommen) im Mittel bis auf 7,2 Secunden genau bestimmt werden, somit bei jeder einzelnen

Ablesung bis auf 14″,4. Dieſs ist an sich schon ebenfalls nicht so ganz leicht. Wer aber schon solche Messungen gemacht hat, wird bemerkt haben, daſs es sehr schwer ist, indem bei probeweiser Wiederholung der gleichen Messungen, die Winkel fast nie bis auf diesen Betrag mit den früheren übereinstimmen.

Behufs der Schwingungs-Beobachtungen muſs der tägliche Gang der Uhr bis auf 9 oder 8 Secunden sicher festgestellt seyn. Das dürfte aber, wenn man nicht in Besitz eines Passage-Instrumentes ist, und namentlich auf Reisen, wo man die Uhr nicht hinlänglich vor Erschütterungen oder Veränderungen in der Lage schützen kann, schwerer seyn, als man gewöhnlich glaubt.

Die Notirung der Zeitpunkte von dem Durchgang der schwingenden Nadel durch die Mittel-Lage muſs bei der gewöhnlichen Weise zu beobachten (25 Minuten als Dauer der Operation vorausgesetzt) bis auf $\frac{1}{10}$ *Secunde* sicher ausgeführt werden, was gewiſs schwerlich erreicht werden dürfte.

Zur Bestimmung des Trägheits-Momentes (k) werden Schwingungs-Versuche erfordert, welche mit einem noch gröſseren Grad von Genauigkeit ausgeführt seyn müssen.

Zu demselben Zweck müssen die Dimensionen des Hilfs-Körpers (C) äuſserst genau ermittelt werden. Ist dies ein Normal-Cylinder von etwa 100^{mm} Länge, so muſs diese Länge bis auf $0{,}01^{mm}$ genau gemessen seyn; ist es ein Ring von etwa 50^{mm} Durchmesser, so muſs dieser bis auf $0{,}005^{mm}$ genau bestimmt seyn.

Werden diese sechs Bedingungen eben noch gerade erfüllt, so wird doch im Resultat noch ein mittlerer Fehler $= 0{,}00024$ enthalten seyn. Wird aber auch nur bei einer dieser Gröſsen ein dreimal gröſserer Fehler begangen, so wird der schlieſsliche Fehler schon $> 0{,}0003$.

Nun kommt aber noch dazu die nothwendige Reduction der Ablenkung auf unendliche Entfernung, zu welcher Fundamentalmessungen von noch gröſserer Genauigkeit als die angegebene verlangt werden. Man muſs ferner

die Ausdehnung der Ablenkungsschiene durch die Wärme, den Temperatur-Coëfficient des Ablenkungs-Magnetes, den Coëfficient für dessen Induction durch den Erd-Magnetismus sehr genau ermitteln; ebenso die Torsionskraft des Suspensionsfadens.

Man sieht also wohl, dafs es sehr schwierig seyn mufs, die Fehlergränze der Intensitäts-Bestimmungen auf 0,0002 oder gar 0,0001 herabzubringen. Ich glaube vielmehr, dafs man bei der Mehrzahl solcher Messungen eher auf einen mittleren Fehler von 0,0004 und vielleicht auch auf 0,0010 gefafst seyn mufs als auf 0,0002. Dafs derselbe bei meinen Messungen — insoweit eben nur die *gemessenen* Gröfsen in Betracht kommen — = 0,000238 gefunden wurde, glaube ich hauptsächlich einigen besonderen *Vorsichts-Maafsregeln* zuschreiben zu müssen. Ich will dieselben hier kurz angeben.

Da man in Betreff der Genauigkeit der Theilung auf der Ablenkungs-Schiene, der Dimensionen und des Gewichtes des Hilfs-Körpers für das Trägheitsmoment auf die Genauigkeit der Instrumente und die Geschicklichkeit des Mechanikers angewiesen ist, so scheint der wichtigste Umstand, der von Seite des Beobachters die Genauigkeit des Resultates am meisten beeinträchtigt, der Mangel einer genauen Zeitbestimmung für die *Schwingungsdauer* des Ablenkungs-Magnetes zu seyn. Speciell hierin nun habe ich in folgender Weise eine grofse Genauigkeit zu erhalten gesucht.

An meiner sehr guten Anker-Uhr habe ich einen sogenannten *Winer l'schen Secundenzähler* anbringen lassen. Dieser besteht im Wesentlichen darin, dafs *zwei* Secundenzeiger übereinander stehen, deren einer durch einen einfachen Druck arretirt werden kann, während der zweite weiter geht. Diesen Druck nun übt man aus in dem Augenblick, wo die mit dem Fernrohr beobachtete Nadel durch die Mittel-Lage der Schwingung geht. Den arretirten Zeiger liest man mit aller Ruhe an seinen zwei Spitzen (zur Vermeidung des Excentricitäts-Fehlers) ab;

dann drückt man ein zweites Mal, und der zurückgebliebene Zeiger springt augenblicklich wieder zu dem vorangeeilten, und die Uhr geht nach der Arretirung vollkommen so richtig wie vorher. Auf diese Weise kann man ziemlich sicher seyn, bei den einzelnen Zeit-Notirungen bis auf $\frac{1}{4}$ Secunde richtig zu beobachten, während ohne diese Vorrichtung bei Ablesung eines in Bewegung begriffenen Zeigers, den man zudem auch in dem eigentlich zu fixirenden Moment gar nicht sehen kann (weil die Nadel das Auge in Anspruch nimmt), Fehler bis zu 1 Secunde schwer zu vermeiden seyn werden. Zur Controle habe ich mehrere von meinen Schwingungsbeobachtungen der Rechnung unterzogen und mit grofser Uebereinstimmung gefunden, dafs der mittlere Fehler einer Zeit-Notirung = 0,118 Secunden ist, während nie ein Fehler von mehr als 0,31 Secunden vorkam.

Nebstdem aber gruppire ich die Beobachtungen in besonderer Weise, da diejenige, welche ich in Büchern vorgeschrieben fand[1]), unzweckdienlich zu seyn scheint. Nach dieser soll man einen Durchgang durch die Mittel-Lage notiren, und dann nach jedesmal 10 oder 20 Schwingungen wieder, aus jeder dieser Zwischenzeiten die Schwingungsdauer berechnen, und schliefslich aus allen gefundenen Zahlen das Mittel nehmen. Eine oberflächliche Betrachtung zeigt, dafs bei solcher Methode alle Notirungen, mit Ausnahme der ersten und letzten, aus dem Resultat vollständig herausfallen, und somit beliebigen Aenderungen unterzogen werden könnten, ohne dafs das Resultat eine Aenderung erführe. Die ganze Genauigkeit beruht also dann ausschliefslich auf der ersten und letzten Zeit-Notirung, so dafs wirklich bei diesen eine Präcision von $\frac{1}{10}$ Secunde verlangt wird.

Statt dessen also notire ich zu Anfang hintereinander, so schnell ich kann, 18 bis 20 Durchgänge durch die Mittellage, und zwar ohne laufende Nummer, damit die ganze

1) Ich fand dieselbe in einem neueren englischen Werk von einem sonst sehr tüchtigen Fachmann.

Aufmerksamkeit blos auf die Fixirung des Momentes gerichtet sey. Nur den Umstand habe ich noch im Auge, dafs etwa ebensovielmal die Nadel in der östlichen Richtung beobachtet werde als in der gegen Westen gerichteten Bewegung. Dann überlasse ich gegen 20 Minuten das Instrument gänzlich sich selbst, *ohne* mühsam *die Schwingungen zu zählen.* Am Ende mache ich wieder 18 bis 20 Notirungen. Nachher berechne ich *angenähert* die Schwingungsdauer aus den Zahlen der ersten oder zweiten Gruppe. Dieselbe dient um die Anzahl aller Schwingungen zu bestimmen und jeder einzelnen Notirung die richtige laufende Nummer mit völliger Sicherheit zuzutheilen. Danach geben dann die Mittel aus der ersten und der zweiten Gruppe mit einander combinirt die definitive Schwingungsdauer. Zu gröfserer Sicherheit gegen Rechenfehler kann man noch eine kleinere Beobachtungs-Gruppe gegen die Mitte der Operation einschalten. Auf diese Weise erreiche ich für diese zwei Mittel aus den Zeit-Notirungen die mittlere Genauigkeit von $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{1}{17}''$; oder vielmehr bei Zugrundelegung der oben angegebenen Genauigkeit einer einzelnen Zeit-Notirung, eine Genauigkeit von $0{,}118 \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} = 0{,}0278$ Secunden.

Sollte das übertriebene Genauigkeit scheinen, so würde doch die Methode den grofsen Vortheil bieten, dafs man mittelst Schwingungsbeobachtungen von 8 Minuten Dauer, dieselbe Genauigkeit in der Schwingungszeit erreichen kann als sonst bei Beobachtungen, welche $\frac{1}{2}$ Stunde in Anspruch nehmen.

Würde dagegen in der Weise beobachtet, welche oben angeführt worden ist, so würden im Resultat mittlere Fehler von 0,0005 sehr schwer zu vermeiden seyn, da bei einer Zeit-Notirung der Fehler kaum kleiner als 0,5 Secunden seyn würde. Man würde also sehr weit hinter dem, was man anstrebt, zurückbleiben.

Um den täglichen Gang der Uhr zu ermitteln, hatte ich freilich den unvergleichlichen Vortheil, gerade in einem astronomischen Observatorium zu beobachten. Ich verglich einige Zeit vor den Beobachtungen meine Uhr mittelst fünf Ablesungen des Winerl'schen Secundenzählers mit der Normal-Uhr des Observatoriums, und ebenso wieder nach denselben. Auf diese Weise bin ich sicher, den täglichen Gang bis auf höchstens 2 Secunden genau bestimmt zu haben.

Dabei ist aber die Vorsicht nicht zu unterlassen, daſs man während der Beobachtungen und Notirungen, der Uhr niemals eine andere Lage gebe, sonders stets entweder in der verticalen oder horizontalen sie behalte, weil sonst der Gang der Uhr gerade in dem Zeitraum, auf welchen Alles ankommt, wesentlich geändert werden würde; denn die Uhren und selbst Chronometer dürften sehr selten seyn, welche in beiden Lagen stets genau denselben Gang beibehielten.

Um endlich die Fehler zu vermeiden, welche aus einer ungenauen Reduction der Ablenkungen auf die Zeit der Schwingungen entstehen könnten, machte ich bei den vollständigeren Operationen eine Ablenkungs-Messung vor den Schwingungsbeobachtungen, und eine zweite nach denselben mit etwa der gleichen Zwischenzeit. Das Mittel aus den beiden Ablenkungen I und II ist dann schon ziemlich genau reducirt auf jenen Zeitpunkt, und ein nennenswerther Fehler nicht zu fürchten. Man hat dadurch auch noch den Vortheil, daſs der Temperatur-Coëfficient des Ablenkungs-Magnetes gewöhnlich ganz unberücksichtigt bleiben kann; ferner den Vortheil, daſs die Ablenkung selbst genauer bestimmt wird, oder aber, daſs man bei den einzelnen Ablenkungen nur bis auf 20″, anstatt 14″,4, genau messen muſs. Und ebenso genügt es, den Abstand des Ablenkungs-Magnetes bis auf $\frac{1}{16}^{mm}$, anstatt $\frac{1}{25}^{mm}$, genau einzustellen.

Das Magnetometer, dessen ich mich bediente, hatte einen

sehr gut getheilten Kreis mit drei Nonien von 10 Secunden directer Ablesung.

Es dürfte aus diesen Bemerkungen wenigstens das hervorgehen, daſs meine Magnetometer-Messungen einen ganz hinreichenden Grad von Genauigkeit besitzen, um als Basis für eine zuverläſsliche Vergleichung dieser Messungs-Methode mit der von Lloyd dienen zu können, wie sie unter *C* durchgeführt worden ist.

Vielleicht haben dieselben noch einen weitergehenden Nutzen durch Förderung einer gröſseren Genauigkeit der magnetischen Messungen. Damit würde ich den Hauptzweck der gegenwärtigen Studien erreicht haben.

Kalksburg im Frühjahr 1874.

V. *Die Magnetisirungsfunction einer Kugel aus weichem Eisen;*

von Dr. Carl Fromme,

Assistenten am physikalischen Institut in Göttingen.

(Der Königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen mitgetheilt am 7. März 1874.)

Vorliegende Untersuchung verfolgte den Zweck der Bestimmung der Magnetisirungsfunction einer Kugel aus weichem Eisen, d. h. des durch eine magnetisirende Kraft Eins in einer Kugel von der Einheit des Volumens erzeugten magnetischen Moments und zwar erstens durch Beobachtungen an der Kugel, während alle früheren Bestimmungen am Rotationsellipsoid ausgeführt waren, zweitens durch Beobachtungen an sehr gestreckten Rotationsellipsoiden, cylindrischen Stäbchen, die durch Abschleifen eine möglichst ellipsoidische Form erhalten hatten, um den noch nicht bekannten Verlauf gegen die Gränze der Magnetisirbarkeit zu ermitteln.

Die magnetisirende Kraft war dargestellt durch eine vom galvanischen Strom durchflossene Spirale von Kupferdraht, welche alle Bedingungen der Constanz der magnetisirenden Kraft erfüllte. Die magnetischen Momente wurden aus der Ablenkung eines mit Fernrohr und Scale beobachteten magnetisirten Stahlspiegels berechnet. Der Einfluſs der Magnetisirungsspirale auf den Spiegel war durch eine Compensationsspirale aufgehoben, dagegen wurde die geringe Induction der letzteren auf den zu prüfenden Eisenkörper immer durch besondere Rechnung ermittelt.

Es wurden vier Kugeln benutzt von folgendem Volumen und specifischem Gewicht:

I	36157 Cubikmm.	7,718
II	35344	7,739
III	14487	7,815
IV	13984	7,824

und es ergaben sich als Mittel aus allen Beobachtungen nachstehende Werthe der Function p und der zugehörigen magnetisirenden Kraft P.

I		II		III		IV	
p	P	p	P	p	P	p	P
0,23848	223,25	0,23854	212,17	0,24169	222,24		
0,23923	283,16	0,23944	282,2	0,24352	278,71	0,24329	323,77
				0,24416	351,17		
0,24144	420,55	0,24159	443,7	0,24445	447,53		

Hieraus lassen sich folgende Sätze ableiten.

Die Function p ist innerhalb des Bereichs der Beobachtungen für jede einzelne Kugel bis auf 1 Proc. constant. Dieſs stimmt überein mit dem von Riecke (diese Annal. Bd. CXLIX, S. 470), aber für magnetisirende Kräfte zwischen 8 und 40000, aufgestellten Satze.

Dagegen ergiebt sich ein Mittelwerth $p = 0{,}24163$ zwi-

schen den Gränzen $208 < P < 512$, während Riecke denselben für $8 < P < 40000$ auf $p = 0{,}2372$ bestimmt hatte.

Riecke hatte ferner aus den vorhandenen Beobachtungen auf eine Zunahme der Function zu einem Maximum mit wachsender magnetisirender Kraft geschlossen. Der Maximalwerth sollte $p = 0{,}2382$ seyn und zwischen $P = 20000$ und $P = 30000$ eintreten.

Eine Zunahme zeigt sich nun auch bei den Kugeln I, II und III, wenig ersichtlich dagegen bei IV, weshalb die schwankenden Werthe hier zu einem einzigen Mittelwerth vereinigt sind. Der Werth $p = 0{,}2382$ aber wird weit überschritten. Man bemerkt schliefslich, dafs die einer Zunahme $\delta P = 1$ entsprechende Aenderung von p bei I und II noch in der Zunahme, bei III dagegen schon in der Abnahme begriffen ist, und man wird hieraus und in Berücksichtigung der kleineren Werthe von p bei I und II als bei III und IV folgern, dafs bei ersteren Kugeln die Function noch weiter von ihrem Maximum entfernt ist, als bei III und IV, bei welch letzterer das Schwanken die Nähe des Maximums anzuzeigen scheint.

Erwägt man nun aber weiter, dafs die Reihenfolge der Kugeln I, II, III, IV zugleich die Reihenfolge ihrer Volumina und ihrer specifischen Gewichte ist, so wird man leicht zu dem Schlufs geführt, dafs „die Magnetisirungsfunction p von dem Volumen oder von dem specifischen Gewicht der Kugel abhängt, in der Weise, dafs sie ihr Maximum schneller bei kleinerem Volumen oder bei gröfserem specifischen Gewicht erreicht.

Zwischen dieser Alternative werden weitere Versuche entscheiden müssen. Ist jedoch auch die Frage aus den vorliegenden Beobachtungen nicht zu beantworten, so werden die erzielten Resultate doch hinreichend genügen, um die Anstellung der Beobachtungen an der Kugel zu rechtfertigen [1]).

1) Nachdem ich schon im März dieses Jahres vorliegende Abhandlung an Hrn. Prof. Poggendorff eingesandt hatte, wurde ich gegen Pfingsten durch die Notiz des Hrn. Stoletow im Februarheft dieser Annalen: „Ueber die Magnetisirungsfunction verschiedener Eisen-

Bei dem zweiten Theil der Untersuchung wurden Stäbe benutzt, in der Dicke zwischen 4 und 2^{mm}, in der Länge zwischen 78 und 220^{mm}, im specifischen Gewicht zwischen 7,67 und 7,61 schwankend. Die Stäbe waren verschiedenen Drähten entnommen, stammten auch nicht alle aus

körper" zu der Einsicht gebracht, dafs meine Resultate mit den aus der Theorie zu ziehenden Folgerungen in offenbarem Widerspruch stehen.

Ich habe deshalb meine Versuche einer nochmaligen Prüfung unterworfen und, da ich hierbei auf keinerlei Anhaltspunkte kam, schliefslich noch einige Controlversuche angestellt.

Zum besseren Verständnifs wird es jedoch nöthig seyn, zu dem oben Gesagten noch zwei Bemerkungen nachzutragen:

Die Magnetisirungsspirale hatte 6 Windungslagen, von denen den gleichen Draht die Lagen 1, 2 und 3 — 4 — 5 und 6 — besafsen. Benutzt wurden die Combinationen 1 bis 3, 1 bis 4 und 1 bis 6. Die gegebenen Werthe von p sind nun die Mittel aus diesen drei Beobachtungsreihen. Dieselben sind jedoch in quantitativer Beziehung nicht aequivalent, vielmehr sind die aus der Benutzung von 1 bis 3 folgenden Werthe für dieselbe magnetisirende Kraft am kleinsten, die aus 1 bis 4 am gröfsten, während die aus der letzten Combination folgenden wieder etwas kleiner sind. Da ich bis jetzt noch keine Erklärung für diese Abweichungen gefunden habe, so bin ich geneigt, irgend eine schlechte Isolirung in der Umspinnung der *vierten* Windungslage auszunehmen.

Der Halbmesser der Tangentenbussole konnte durch Vergleichung mit einer Bussole von bekanntem Radius — die Gründe sowie alle genaueren Angaben siehe in der Originalabhandlung, Göttingen bei Peppmüller — nicht mit genügender Genauigkeit bestimmt werden, es war deshalb der durch die directe Messung des Umfangs erhaltene Radius den Berechnungen zu Grunde gelegt.

Die Controlbeobachtungen nun wurden mit einer Bussole von genau bekanntem Radius angestellt. Sie ergaben unverändert:

1) Die aus der Benutzung der verschiedenen Windungslagen der Magnetisirungsspirale hervorgehenden Abweichungen,
2) *die Verschiedenheit der Werthe von p bei den grofsen und kleinen Kugeln.*

Dagegen zeigt sich, dafs die Werthe von p alle bedeutend kleiner als früher ausfallen, so dafs, wenn man *nur* die Versuche mit den Windungslagen 1 bis 3 beachtet, diese vielleicht nicht mehr mit der Theorie collidiren werden.

Die aus je zwei Beobachtungen abgeleiteten Mittelwerthe sind nämlich:

derselben Fabrik. Durch die starke Verminderung der Dicke neben möglichster Vergrößerung der Länge wurde die Constante der Ellipsoide, welche von der reciproken Excentricität σ abhängig und durch den Ausdruck

$$C = 4\pi\sigma(1-\sigma^2)\left(\tfrac{1}{2}\lg\frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma}\right)$$

definirt ist, bis auf 0,0045 herabgedrückt, wodurch eine bedeutende Steigerung der magnetisirenden Kraft herbeigeführt wurde. Ebenfalls zur Erzielung möglichst starker magnetisirender Kräfte war die Spirale besonders angefertigt und namentlich der benutzte Draht nach der auf dem Wege der Rechnung gefundenen Dicke passend gewählt worden. Soll die magnetisirende Kraft bei gegebener Windungsfläche der Spirale ein Maximum erreichen, so muſs der Draht von der Dicke

$$J = \sqrt[3]{\frac{kLU}{\pi w}}$$

seyn, d. h. direct proportional den dritten Wurzeln aus dem specifischen Leitungswiderstand, der Länge und dem Umfang der Spirale, umgekehrt proportional den dritten Wurzeln aus der Zahl π und dem Widerstand der übrigen Leitung.

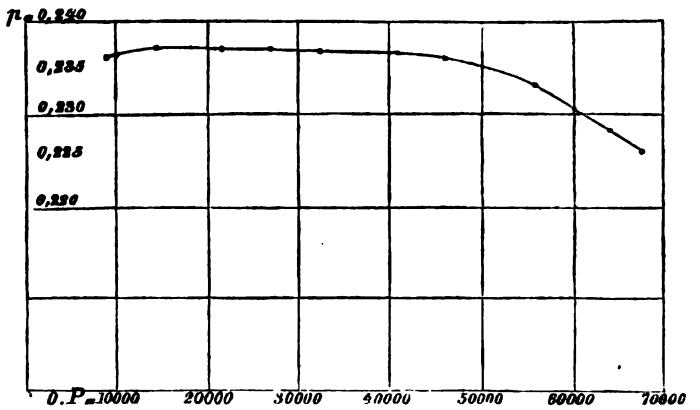
Die Beobachtungen ergaben nun Folgendes.

Die Neumann-Kirchhoff'sche Theorie, welche die magnetischen Momente verschieden gestreckter Rotationsellipsoide durch die Gröſse C verknüpft, findet ihre volle Bestätigung durch die Beobachtungen, bei denen die mag-

	P	p
I	171,7	0,2363
II	172,5	0,2355
III	172,7	0,2393
IV	172,6	0,2375.

Der Kugel III entsprechende Werth 0,2393 ist das Mittel aus 0,2384 und 0,2403, wovon aber sehr wahrscheinlich der letztere falsch ist. Bei dieser Annahme würde demnach keiner der Werthe das theoretische Maximum von 0,2387 erreichen oder überschreiten, wohl aber würden die beiden letzten, Kugel III und IV entsprechenden Werthe, demselben sehr nahe kommen.

netisirende Kraft den Werth 58000 nicht überschreitet. Von da an machen sich Abweichungen zwischen den verschiedenen Stäben zugehörigen Werthen von p bemerkbar, die aber zum grofsen Theil wohl in der Schwierigkeit der Beobachtung mit so starken Strömen ihre Erklärung finden.



Die Tafel giebt die Mittelwerthe von p aus sämmtlichen Stäben, dargestellt als Function der magnetisirenden Kraft P.

Das Maximum von p tritt schon vor $P = 20000$, etwa bei 15000, ein und scheint schon bei $P = 20000$ in eine Abnahme überzugehen. Der gröfste vorkommende Werth aber ist $p = 0{,}23765$. Die höchste erreichte Kraft ist $P = 68420$ mit dem zugehörigen $p = 0{,}22384$. Dieselbe übersteigt um beiläufig 10000 die gröfsten bis dahin erreichten Kräfte, und es scheint, als ob sie eben nicht weit von der mit den jetzigen Magnetisirungsmitteln überhaupt erreichbaren entfernt seyn wird. Als charakteristisch für die vorliegenden Beobachtungen, als das, wodurch sie sich von den früheren wesentlich unterscheiden, ist endlich hervorzuheben, dafs die Function p sich in bedeutend engeren Gränzen bewegt. Während z. B. aus den Beobachtungen von v. Quintus Icilius ein Maximum von $p = 0{,}2382$ folgt und für $P = 58490$ ein $p = 0{,}2203$, giebt Stab I einen gröfsten vorkommenden Werth $p = 0{,}2376$ und den $P = 58490$

entsprechenden zu $p = 0{,}23236$. In dieser Hinsicht nähern sie sich den Beobachtungen Stoletow's, von denen sie sich in Bezug auf die absolute Gröfse der Werthe von p wieder mehr als von den übrigen entfernen.

Das umfangreiche Beobachtungsmaterial wurde weiter dazu benutzt, den Verlauf der magnetischen Momente der Volumeneinheit, also des Products $p \,.\, P$, zu untersuchen, um namentlich über den wichtigen Punkt der Annäherung an das Maximum, sowie über den Werth desselben Aufschluſs zu erhalten. Wurden die Producte $p \,.\, P$ für gleichweit aus einander liegende P gebildet, so zeigte sich immer eine Zunahme der Gröfse des Products, aber eine regelmäfsige Abnahme der ersten, eine Zunahme der zweiten Differenzen.

„Das magnetische Moment der Volumenheit nähert sich also asymptotisch einem Maximum".

Wenn nun auch das Maximum selbst nicht erreicht wurde, so war es doch nicht schwer, aus den gegebenen Beobachtungen seinen Werth und seine Lage zu berechnen.

Es ergab sich der Maximalwerth, bezogen auf die Volumeneinheit

$$m = 16800,$$

bezogen auf die Gewichtseinheit

$$M = 2200,$$

eintretend bei der magnetisirenden Kraft $P = 85000$.

Mit diesem Werth stimmt nicht schlecht der von von Waltenhofen als Mittel aus neun Werthen, die von fünf verschiedenen Beobachtern nach den verschiedensten Methoden und mit den verschiedensten Stäben und Spiralen gefunden waren, (d. Ann. Bd. 137, S. 518) gegebene Werth

$$M = 2125,$$

wogegen der von Riecke vom Standpunkt der Moleculartheorie berechnete (s. vorher)

$$m = n\mu = 14200$$

nach den vorliegenden Beobachtungen schon einer magne-

tisirenden Kraft $P = 62000$ entspricht und bei $P = 68000$ bereits um 900 überschritten ist.

Ich will schliefslich noch die Sätze angeben, welche ich aus der Beobachtung der remanenten Momente abgeleitet habe:

„Das remanente Moment eines Rotationsellipsoids aus weichem Eisen nimmt mit wachsender magnetisirender Kraft zuerst zu, erreicht ein Maximum, um sodann wieder abzunehmen. Die Gröfse des Maximums, sein Eintritt, sowie die Abnahme des Moments nach demselben stehen sämmtlich im umgekehrten Verhältnifs zu der Constanten C, welche von der Excentricität abhängt und desto kleiner wird, je mehr diese wächst. Das Maximum des remanenten Moments ist bei sämmtlichen Stäben zu beobachten, es tritt überall vor dem des temporären ein".

„Das Verhältnifs des temporären Moments zum remanenten nimmt anfangs ab bis zu einem Minimum, dessen Eintritt mit dem Maximum des remanenten zusammenfällt, um sodann zuzunehmen. Die Gröfse des Verhältnisses ist umgekehrt proportional einer Function der Excentricität des Rotationsellipsoids".

VI. *Apparat zur Demonstration der Eigenschaften von Dämpfen;* *von Dr. L. Bleekrode.*

Die höchst bedeutende Stellung, welche jetzt die mechanische Wärmetheorie bei dem physikalischen Unterricht einnimmt, läfst es sehr wünschenswerth erscheinen, ihre Ergebnisse so viel wie möglich in experimenteller Weise darstellen zu können.

Besonders findet diese Theorie eine ausgedehnte Anwendung bei der Lehre von Dämpfen, und ich habe daher einen Apparat anzufertigen versucht, womit ihre sämmtlichen Eigenschaften in grofsem Maafsstabe und in bequemer Weise angezeigt werden; da ich schon öfter denselben bei öffentlichen Vorträgen mit vielem Erfolge benutzt habe, möchte es also von Interesse seyn, die Einrichtung in weiterem Kreise bekannt zu machen.

Der Apparat, welcher in Taf. VII im Durchschnitt (Fig. 5) und in horizontaler Projection (Fig. 6) abgebildet ist, besteht aus einem kupfernen Dampfkessel *ABC* (Höhe = 22 Cm., oberer Durchmesser = 20 Cm.), welcher von einem eisernen Mantel getragen wird; in diesen wird zur Heizung ein Bunsen'scher Gasbrenner mit sechs Flammen gestellt, welcher ausreicht, um in einer Viertelstunde Dampf von 2 Atm. Spannkraft zu erzeugen; bei den Versuchen kann diese aber ohne Gefahr bis zu 5 Atmosphären gesteigert werden. Auf dem Deckel sind weiter eine Menge von Hilfsapparaten angebracht; also in *DE* das Sicherheitsventil, durch die Oeffnung *D* wird zugleich der Kessel gefüllt und der Wasserstand an dem Peilglase in *F* beobachtet. In *G* ist eine kleine Röhre eingelassen und mit Quecksilber gefüllt; darin wird das Thermometer eingetaucht. In *M* ist ein Metallmanometer aufgestellt, und in *N* ebenfalls ein Manometer, aber mit comprimirter Luft.

Der Dampfstrahl wird hervorgebracht, indem der Dampf vermittelst der Röhre *N* (welche mit einem doppelt durchbohrten Hahne versehen ist) in die Luft ausströmt; also ist es möglich entweder eine verticale oder eine horizontale Richtung zu geben. In letzterem Falle kann in *L* das Gefäfs zugesetzt werden, welches mit Wasser gefüllt ist; nicht Dampf, sondern ein Wasserstrahl tritt alsdann aus, und die Wirkung des Giffard'schen Injectors wird angezeigt. Nachdem läfst sich dieses Gefäfs wieder entfernen, um bei *L* die Zuleitungsröhre einer Dampfmaschine anschrauben zu können; der Dampfstrahl mufs also Ar-

beit erzeugen, bevor er ausströmen kann. Schliefslich ist (in der horizontalen Projection bei *H*) eine Locomotiv-Dampfpfeife auf dem Kessel auch vorhanden.

Wir können also mit dem beschriebenen Apparat die folgenden Versuche anstellen:

I. Die Wirkung des Sicherheitsventils;
II. Die Spannkraft des Dampfes in Beziehung zur Temperatur (Regnault'sches Gesetz);
III. Das Sieden des Wassers bei erhöhtem Druck;
IV. Die latente Wärme des Dampfes (indem der Dampf in Wasser geleitet wird) und die Dampfheizung;
V. Die ziemlich niedrige Temperatur des Dampfstrahles beim Austritt in die Luft;
VI. Das Erzeugen eines luftverdünnten Raumes vermittelst des Dampfstrahles (indem man in *E* ein flaches blechernes Gefäfs anschraubt, das mit Dampf gefüllt wird, und nach Condensation bald von der Luft sehr vernehmlich eingedrückt wird).
VII. Der Giffard'sche Injector;
VIII. Das Erzeugen des Schalles durch Dampf (zur Erläuterung der Dampfpfeife und des Nebelhorns).
IX. Das Aetzen auf Glas vermittelst Sand nach dem Verfahren von Tilghmann. (Dazu läfst man den Strahl in horizontaler Richtung austreten und stellt auf seinem Wege dicht neben die Ausströmungsöffnung einen grofsen Trichter mit trocknem Sande gefüllt. Dieser fällt in verticaler Richtung, wird aber von dem Dampf fortgerissen und trifft eine vorgehaltene Glasscheibe; mit 3 oder 4 Atmosphären Druck gelingt dieser Versuch sehr schön.)
X. Die Elektricitätserzeugung durch Dampf (Princip der Dampf-Elektrisirmaschine).
XI. Arbeit wird durch Wärme vermittelst des Dampfstrahles hervorgebracht (durch Verbindung mit einer kleinen Dampfmaschine).

Aus den erwähnten Versuchen wird es klar seyn, dafs dieser Apparat, besonders bei der Lehre von der Wärme,

eine ebenso bedeutende Stelle einnehmen kann, als die Luftpumpe oder die Elektrisirmaschine usw. in anderen Abtheilungen des physikalischen Unterrichts.

Haag im März 1874.

VII. *Ueber Glycerin-Krystalle;* *von Victor v. Lang.*

(Aus den Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 59, Abth. II. (1874).

Herr Dr. K. Sarg hatte verflossenen Winter die Güte, mir aus seiner Fabrik mehrere Gläser mit krystallisirtem Glycerin zur Untersuchung zu übermitteln. Obwohl nun diese Krystalle, so lange sie sich in der Mutterlauge befinden, prachtvoll spiegeln, war ihre Untersuchung doch mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft. An die Luft gebracht, runden sich diese Krystalle allsogleich ab, zerfliefsen, wenn auch langsam, und machen so die Anwendung des Reflexions-Goniometers unmöglich. Da die Krystalle auch noch hemiëdrisch ausgebildet sind, so wäre ihre Bestimmung wohl ganz unmöglich gewesen, wenn sie nicht bis zu riesigen Dimensionen anwachsen würden, so dafs die Winkel wenigstens näherungsweise durch das Anlegegoniometer bestimmt werden konnten. Die gefundenen Resultate folgen.

Krystallsystem: rhombisch.
Elemente: $a : b : c = 1 : 0{,}70 : 0{,}66$.
Formen: 100, 011, 101, 111.
Normalenwinkel:

	Berechnet	Beobachtet
$101 . 100 =$	56° 45′	57°
$101 . \bar{1}01 =$	66 30	66½
$011 . 01\bar{1} =$	93 36	—

	Berechnet	Beobachtet
$0\,1\,1 . 1\,0\,1 =$	52 26′	51°
$1\,1\,1 . 1\,0\,0 =$	64 24	—
$1\,1\,1 . 0\,1\,1 =$	25 36	26
$1\,1\,1 . 0\,1\bar{1} =$	93 15	—
$1\,1\,1 . 1\,0\,1 =$	38 0	38
$1\,1\,1 . \bar{1}\,0\,1 =$	71 41	—
$1\,1\,1 . \bar{1}\,1\,1 =$	51 12	—
$1\,1\,1 . \bar{1}\,1\,\bar{1} =$	104 0	—
$1\,1\,1 . 1\,1\,\bar{1} =$	82 26	—

Combinationen. Die Krystalle sind verlängert nach der Axe *b*; Fig. 1 giebt ein Bild der gröfseren Krystalle mit sämmtlichen angegebenen Formen. An den durch Fig. 2

Fig. 1

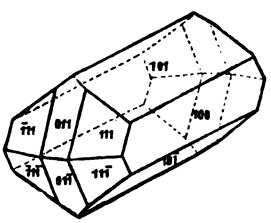
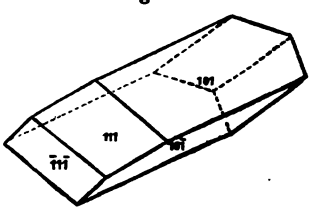


Fig. 2



dargestellten kleineren Krystallen kommen nur die Formen 1 0 1 und 1 1 1 vor, letztere aber hemiëdrisch.

Da nun die Krystalle meist mit dem hinteren Ende aufgewachsen sind, so sehen solche hemiëdrische Krystalle ganz monoklinisch aus. Für die Richtigkeit des angegebenen Krystall-Systems spricht jedoch auch die optische Untersuchung.

Spaltbarkeit: unvollkommen senkrecht zur Längsaxe, also parallel einer Fläche 0 1 0.

Optisches Verhalten: Spaltungsstücke senkrecht zur Längsaxe zeigen, dafs die Ebene der optischen Axen durch den spitzen Winkel des Prismas 1 0 1 geht und dafs die Axe dieses Prismas parallel der gröfsten Elasticitätsaxe verläuft. Wahrscheinlich ist diese Axe auch die erste

Mittellinie, obwohl die Axenbilder schon aufserhalb des Gesichtsfeldes liegen. Schief geschnittene Platten zeigen, dafs der negative Winkel der optischen Axen für rothes Licht kleiner ist als für violettes. Die optische Orientirung ist daher gegeben durch die Symbole

$$c\,\underline{a}\,b,\ \varrho < v.$$

VIII. *Wirkungen eines Blitzschlages am Martins-Kirchthurm; von Ed. Hagenbach.*

(Aus d. Berichten d. Baseler Gesellsch.; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Am 18. Juli 1873 Abends $10\frac{1}{4}$ Uhr schlug der Blitz in den Thurm der Martins-Kirche und entzündete das Gebälk unter dem Kupferdach des kleinen Thürmchens, das auf dem Dach über den Glocken sitzt. Schnelle Hülfe konnte zwar das weitere Umsichgreifen des Feuers, aber nicht das vollkommene Verkohlen des genannten Gebälkes verhindern. Am darauf folgenden Morgen begab ich mich an Ort und Stelle, um die Blitzwirkungen zu untersuchen; über einige Punkte habe ich dann noch nachträglich von Hrn. Stadtuhrenmacher Säuberlin und Hrn. Brunnmeister Schmidtmann Auskunft erhalten. Der Blitz traf offenbar zuerst den auf der Spitze des Thurmes sitzenden Hahn aus vergoldetem Kupferblech, indem derselbe an drei Stellen, nämlich an der einen Spitze des Kammes und an zwei Punkten seitlich am Kopfe deutliche Spuren von Schmelzung zeigte. Die Eisenstange, auf welche der Hahn als Windfahne aufgesteckt war, ging ins untere Gebälk, ohne mit dem das Dach bedeckenden Kupfer in leitender Verbindung zu seyn. Aus diesem Umstande ist es wohl zu erklären, dafs der Blitz im Gebälke übersprang und zündete und dann seine Ableitung längs der

Stange nahm, welche die Zeiger oben im Thurm mit dem weiter unten gelegenen Uhrwerk in Verbindung setzt. Einige Elektricität mag vielleicht auch über das Kupferdach und von da durch den Blitzableiter direct in den Boden gegangen seyn; doch jedenfalls nur ein verhältnifsmäfsig geringer Theil, da der Blitz einen kleinen Zwischenraum zwischen der den Hahn tragenden Stange und der das Kupferdach abschliefsenden Kugel überspringen mufste und da ferner der Blitzableiter aus in einander gehängten Eisenstangen bestand, die an den Verbindungsstellen durch dicke Oxydschichten getrennt waren, und somit nur sehr schlecht seine Bestimmung der Ableitung erfüllen konnte. Von der Zeigerstange sprang der Blitz ab an die Telegraphenleitung der im Thurm zur Controlle der andern Uhr angebrachten elektrischen Uhr an einer Stelle, wo die beiden Drähte, d. h. der Uhrzuleitungsdraht, nahe an einer eisernen Traverse vorbeistrichen, welche die Zeigerstange mit einem Balken in Verbindung setzte. Von hier aus folgte die Elektricität den Drähten nach beiden Seiten hin, nämlich einerseits in beiden Drähten nach der elektrischen Uhr, die etwas über zwei Meter weit von der Wand fortgeschleudert wurde, und andererseits im Bodenleitungsdraht nach der Gasleitung im Innern der Kirche und im Uhrzuleitungsdraht nach der Hauptleitung des betreffenden Uhrbezirkes, von welcher die Zweigleitungen nach den einzelnen Uhren abgehen. Die Elektricität, welche der Bodenleitung folgte, hat im Boden ihre Wirkung noch dadurch geltend gemacht, dafs sie von der Gasleitung an die Wasserleitung übersprang und in Folge des auf das Wasser ausgeübten Stofses einen mit einer engen Einsatzröhre versehenen Zapfen hinaustrieb, welcher die Bestimmung hatte, dem Brunnen im Hof des Hrn. von der Mühll-Ryhiner gehörenden Hauses auf der Eisengasse das nöthige Wasser zuzumessen. Die Folge davon war, dafs mit dem Blitzschlage der Brunnen zu St. Martin zu fliefsen aufhörte und alles Wasser der Wohnung des Hrn. von der Mühll zufloſs und eine

Ueberschwemmung des Hofes bewirkte. Die Elektricität, welche dem Zuleitungsdrahte folgte, ging wohl zum gröfsten Theil durch die Blitzplatte des Regulators auf dem Stadthaus in den Boden; es zeigte deshalb dieselbe an einer Spitze Schmelzwirkung. Aufserdem gingen Entladungen durch die verschiedenen Uhrenzweigleitungen nach dem Boden; in Folge dessen standen vier Uhren still und ihre Spulen zeigten bei näherer Untersuchung Schmelzwirkungen; die andern Uhren der gleichen Linie gingen nachher zwei Minuten nach.

Am interessantesten war die Wirkung, welche die Entladung in den mit Guttapercha überzogenen und mit Baumwolle übersponnenen Leitungsdrähten hervorbrachte.

Nach der Seite der Uhr ging die schwächere Entladung; auf dieser Seite waren deshalb die Drähte auch nicht verändert; nur in der Uhr selbst waren sie zerstört. Nach der andern Seite waren sowohl im Zuleitungs- als im Bodenleitungsdraht sehr auffallende Zerstörungen zu beobachten. Der Draht war losgerissen und lag in einzelnen etwa ein Decimeter bis ein Meter langen Stücken auf dem Boden herum. Auf den ersten Anblick zeigten diese Drahtstücke keine bedeutende Veränderung; bei näherer Betrachtung merkte man aber bald, dafs sie ihre Steifigkeit verloren hatten, und eine nähere Untersuchung zeigte, dafs sie nur noch aus der Guttaperchahülle und der darüber gesponnenen Baumwolle bestanden, während das gesammte Kupfer bis auf wenige Spuren verschwunden war. Wenn man die Guttaperchahülle aufschnitt, so war der feine Kanal, den das Kupfer ausgefüllt hatte, ganz glatt, und die Guttaperchahülle zeigte keine Spur von Schmelzung oder sonstiger Veränderung; nur an einigen Stellen, die bald in kleineren Entfernungen von etwa ein Centimeter, bald in gröfseren von mehreren Centimetern von einander abstanden, war sowohl die Guttaperchahülle als die Baumwollenumspinnung einige Millimeter weit aufgerissen; es waren diefs offenbar die Löcher, durch welche das Kupfer ausgetreten war; einige

Ueberbleibsel von Kupfer, die in den meisten dieser Oeffnungen steckten, gaben davon deutlich Zeugniſs. Diese kleinen Kupferüberreste zeigten fast alle unverkennbare Spuren von Schmelzung, so daſs man annehmen muſs, daſs wenigstens in den meisten Fällen das Kupfer im geschmolzenen Zustande hinausgeschleudert wurde; nur ausnahmsweise waren kleine Drahtstücke mit scharfen Kanten zu finden, die neben den schon beschriebenen Umständen auch noch einen Beweis dafür abgeben mögen, daſs die mechanische Wirkung beim Hinausschleudern, ich möchte fast sagen beim Hinausblasen des Kupfers wesentlich die Wärmewirkung unterstützt hat. Der Umstand, daſs das Kupfer so vollkommen aus den auf längere Strecken ganz unversehrt gelassenen Guttaperchahüllen verschwand, ist ein sprechender Beweis dafür, daſs die sehr intensive Entladung auf eine sehr kurze Zeit beschränkt war; das geschmolzene Kupfer war schon fort, bevor seine Wärme an die umgebende Hülle übergehen konnte.

Folgendes verdient noch besonders hervorgehoben zu werden:

Auf einer Strecke von etwas über drei Meter waren die beiden isolirten Drähte zum Schutz in eine Bleiröhre gelegt. Auf dieser ganzen Strecke war das Kupfer in den Drähten ganz unverändert, während die Guttaperchahülle in einzelnen Stellen deutliche Schmelzung zeigte. Man kann dieſs dadurch erklären, daſs man annimmt, es habe hier der den Draht umgebende Leiter entsprechend den Versuchen von Faraday, Siemens etc. in der Art gewirkt, daſs auf dieser Strecke die gleiche Elektricitätsmenge in einem schwächern, aber dafür länger andauernden Strome sich entlud; der Draht kam dabei ins Glühen, ohne zerstört zu werden, und fand Zeit, seine Wärme an die umgebende Hülle abzugeben.

IX. *Erwiderung auf die von Hrn. Herweg gemachte Bemerkung zu dem Aufsatze: »Ueber die Natur der Elektricität«; von E. Edlund.*

Die Bemerkung des Hrn. Herweg[1]) scheint dadurch entstanden zu seyn; dafs vielleicht in meinem erwähnten Aufsatze der Unterschied zwischen der Bewegungsgeschwindigkeit der Aethermolecüle und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Bewegung mit nicht hinreichender Klarheit hervorgehoben ist. Die Intensität des galvanischen Stromes ist von der ersten dieser Geschwindigkeiten, d. h. von der Bewegungsgeschwindigkeit, aber nicht von der zweiten oder der Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängig. Wenn die Stromstärke i, die Aethermenge in der Volumeneinheit δ und die Bewegungsgeschwindigkeit der Aethermolecüle in einem Leiter von dem Querschnitte Eins h genannt werden, so hat man $i = \delta h$. Ist der Querschnitt n, so ist $i = n\delta\frac{h}{n}$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung hängt von der Elasticität und Dichtigkeit des Aethers ab, ist aber unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Aethermolecüle im Strome bewegt werden. Beachtet man diesen Unterschied, so wird die Bemerkung des Hrn. Herweg vollkommen beseitigt.

Mit genügender Vollständigkeit wird alles, was hiermit in Zusammenhang steht, entwickelt in meiner Schrift: *»Théorie des phénomènes électriques«* Stockholm 1874, welche in der Verlagshandlung von Norstedt et Söner in Stockholm und bei Hrn. Brockhaus in Leipzig zu haben ist.

1) Diese Annalen Bd. 150, S. 623.

X. *Ueber das Drehvermögen der unterschwefelsauren Salze.*

In dem *Compt. rend. T. LXXVII, p.* 1839 bestätigt Hr. Bichat zunächst die Angabe Pape's (Ann. Bd. 139, S. 124), daſs die Hyposulfate von Kali, Blei, Kalk und Strontian (entgegen den früheren Beobachtungen De Senarmont's) wirklich Drehvermögen besitzen. Er findet, wenn das Drehvermögen des Quarzes zu 100 angenommen wird, das des Kalisalzes = 40, das des Bleisalzes = 21 und das des Strontiansalzes = 8. Er stimmt auch darin mit Pape überein, daſs die Krystalle des Kalisalzes nicht zweiaxig sind, wie es Rammelsberg und Gmelin angaben, sondern einaxig, dem regulären Hexagonalsysteme angehörend.

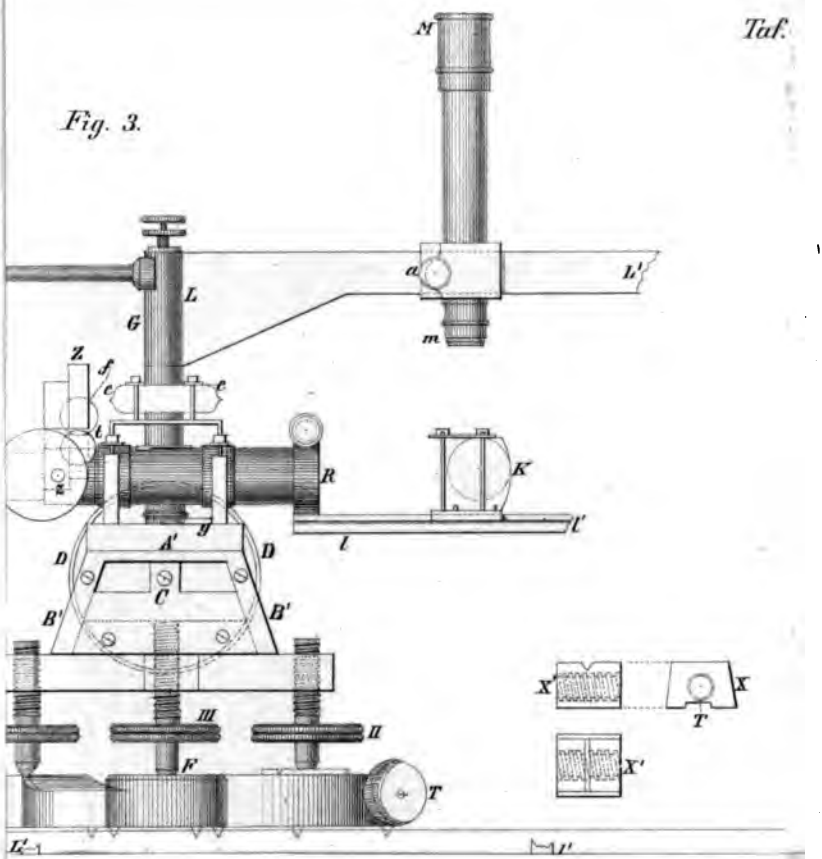
Dagegen ist es Hrn. Bichat geglückt, die von Pape geläugnete Hemiëdrie (die sonst nach allgemeiner Erfahrung immer mit einem Drehvermögen verknüpft ist) durch Auffindung kleiner plagiëdrischer Facetten auch bei den Hyposulfaten, namentlich dem Kali- und Bleisalz, nachzuweisen. Wenn die groſsen Krystalle des Kalisalzes von Natur keine hemiëdrischen Flächen zeigen, so, sagt Hr. B., besitzen sie dieselben gewiſs im Innern, denn sie lassen sich nach dem Verfahren des Hrn. Pasteur künstlich immer leicht hervorrufen.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

Taf. II.

Taf.

Fig. 3.



PHYSICS

530.5
A61
V.15
1874